

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ ПРОФИЛИРОВАННЫХ РАВНОПРОЧНЫХ ЛИСТОВЫХ ПРУЖИН*

А.Н. Полилов, Н.А. Татусь

В данной работе проведен краткий анализ прямых технологических и конструктивных эффектов, которые может дать применение низкомодульных и высокопрочных стеклопластиков в упругих элементах типа листовых равнопрочных рессор. Профилированные упругие элементы способны за счет рациональной формы запасать втрое большую упругую энергию, а благодаря низкой плотности и модулю упругости обеспечивать в идеальном варианте снижение массы в 15 раз по сравнению с аналогичными стальными многолистовыми рессорами.

Ключевые слова: композитный материал, низкомодульный и высокопрочный стеклопластик, равнопрочная листовая пружина, профилированная балка.

ESTIMATION OF COMPOSITE SHAPED EQUISTRONG LEAF SPRINGS EFFECTIVENESS

A.N. Polilov, N.A. Tatus

The brief analysis was conducted for direct, technological and design effects of low modulus and high strength GFRP application for elastic members like equistrong leaf springs. The «ideal» shaped equistrong leaf springs can accumulate the same elastic energy with threefold mass reduction, and due to their low density and Young modulus it is possible to provide approximately 15 times of mass reduction in compare with steel analog of multi-leaf spring.

Keywords: composite material, low-modulus and high-strength GFRP – glass-fiber-reinforced-plastic, equistrong leaf spring, shaped beam.

Введение

Расширение применения полимерных волокнистых композитов (ПКМ) носит революционный характер в конструкционном материаловедении не только для космоса и авиации, но и для строительства, наземного транспорта, спорта [1–4]. Композитные элементы конструкций в технике в целом и в транспорте в частности позволяют снизить массу и расход топлива, упростить технологию производства, уменьшить число деталей, повысить коррозионную и химическую стойкость.

Эффекты от применения композитов можно разделить на физические («прямые»), технологические, конструкционные [5–10].

Прямые эффекты связаны не только с низкой плотностью, но и с низким модулем упругости однонаправленного стеклопластика по сравнению со сталью, что позволяет примерно в 15 раз снизить вес рессоры. Технологические эффекты определяются возможностью без дополнительных затрат энергии производить равнопрочные профилированные или разветвленные упругие элементы. Конструкционные эффекты дают возможность существенно снизить габариты упругого элемента и упростить конструкцию, например заменой 5–10 стальных листов рессоры на один профилированный стеклопластиковый. Наиболее сложными остаются вопросы не только оптимального проекти-

* Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

рования композитных изделий, но и разработки безотходной, безлюдной (с учетом вредности смол в процессе полимеризации) и низкоэнергетической технологии создания «материала–конструкции» заданного назначения [11, 12].

Цель настоящей работы – анализ эффектов от применения композитов для упругих элементов типа листовых пружин (рессор), призванных запасать заданную упругую энергию и сохранять несущую способность.

Особенности расчета на прочность при заданном уровне накопленной упругой энергии

Указанные выше эффекты применения композитов в упругих элементах можно наглядно проиллюстрировать на простейшем примере профилированной консольной балки. На рис. 1 показана схема половины малолистовой рессоры из n одинаковых листов, нагруженных концевой силой P . Термин «малолистовая» применяется к рессоре, составленной из листов одинаковой длины $2l$, равнопрочность которых обеспечивается профилированием, а не изменением длин листов по линейному закону, как в традиционных стальных многолистовых рессорах с постоянными размерами поперечных сечений листов (w – ширина, t – толщина).

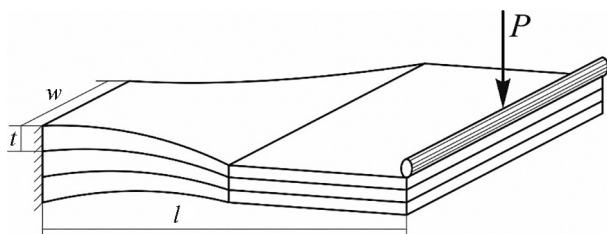


Рис. 1. Схема нагружения концевой силой половины малолистовой рессоры

К упругим элементам – накопителям энергии типа пружин, рессор, торсионов – предъявляют три основные противоречивые требования: по прочности, по накопленной энергии и по долговечности. Противоречивость этих требований состоит в том, что при заданной длине $2l$ для обеспечения требований по прочности и долговечности балка должна быть как можно толще t , а для обеспечения требования по накопленной энергии – как можно тоньше t . Для разрешения этого противоречия традиционно применяется увеличение числа листов n , но как будет показано далее, это не единственный и не лучший способ при-

менительно к композитным материалам типа квази-однонаправленного стеклопластика. Требование по накопленной энергии должно выполняться точно, то есть рессора, нагруженная заданной статической концевой силой P_{st} , должна иметь заданный прогиб v_{st} , а требования по прочности и долговечности должны выполняться с запасом. Чем меньше напряжения σ_{max} возникают при заданной максимальной нагрузке P_{max} и чем большее число циклов N выдержит рессора при заданной амплитуде ΔP_c циклических нагрузок, тем лучше – тем больше будет безаварийный пробег, применительно к автомобилю.

В Техническом задании на проектный расчет рессоры обычно задают начальную стрелу и ее изменение: статический v_{st} , максимальный v_{max} и циклический Δv_c прогибы. Через статический прогиб определяется жесткость $C = P_{st} / v_{st}$, а через нее – максимальная и циклическая нагрузки:

$$P_{max} = k_d P_{st} \approx C v_{max}; \quad P_c = v_{st} \pm C \Delta v_c,$$

где k_d – коэффициент динамичности, зависящий от условий эксплуатации, например легкового или грузового автомобиля. Для «паркетного» внедорожника $k_d = 1,4$, для карьерного самосвала $k_d = 2,7$. Таким образом, для модельной задачи, связанной с анализом влияния профилирования, достаточно задать требования по несущей способности (максимальной нагрузке P_{max}) и по накопленной энергии U_{max} (или жесткости C). Оценка циклических напряжений в балочном приближении проводится по тем же формулам с заменой P_{max} на P_c .

Для обобщения задачи примем, что консольная балка нагружена изгибающим моментом, изменяющимся вдоль координаты x по степенному закону (рис. 2):

$$M(\bar{x}) = M(1) \bar{x}^\gamma; \quad \bar{x} = x / l \in [0; 1]. \quad (1)$$

Перерезывающая сила выражается производной от момента, а распределенная нагрузка – производной от перерезывающей силы:

$$P(x) = dM / dx; \quad p(x) = dP / dx.$$

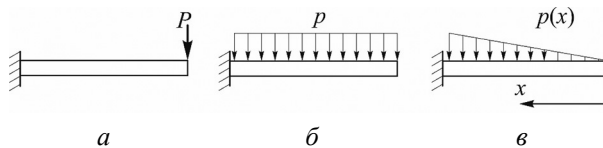


Рис. 2. Виды нагружения при степенном изменении момента:
а) $\gamma = 1$; б) $\gamma = 2$; в) $\gamma = 3$

Поэтому нагружение концевой силой соответствует $\gamma = 1$, равномерная нагрузка – $\gamma = 2$, линейно меняющаяся распределенная нагрузка – $\gamma = 3$ и т.д.

В соответствии с соотношением (1) для обеспечения равнонапряженности («равнопрочности») момент сопротивления сечений балки также должен меняться по степенному закону. Примем, что толщина t и ширина w прямоугольных сечений изменяются по степенным законам:

$$w(\bar{x}) = w(1)\bar{x}^\alpha; \quad t(\bar{x}) = t(1)\bar{x}^\beta; \quad \bar{x} \in [\bar{a}; 1]. \quad (2)$$

Условие равнопрочности из выражений (1) и (2) примет вид:

$$\frac{6M(1)\bar{x}^\gamma}{nw(\bar{x})t^2(\bar{x})} = \frac{6M(1)}{nw(1)t^2(1)} \Rightarrow \Rightarrow \alpha + 2\beta = \gamma. \quad (3)$$

Требование по прочности для нагружения концевой силой выражается в виде:

$$\frac{6M(1)}{nw(1)t^2(1)} = \frac{6P_{\max}l}{nw(1)t^2(1)} = \sigma_{\max} \leq \sigma_*, \quad (4)$$

Требование по максимальной запасенной упругой энергии $U_{\max}$ можно выразить по теореме Кастильяно:

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{6 \ln}{E} \int_0^1 \frac{[M(\bar{x})/n]^2}{w(\bar{x})t^3(\bar{x})} d\bar{x} = \\ &= \frac{6M^2(1)l}{Enw(1)t^3(1)} \int_0^1 \frac{\bar{x}^{2\gamma}}{\bar{x}^{\alpha+3\beta}} d\bar{x} = U_0 \delta_U; \quad (5) \\ \delta_U &= \frac{1+2\gamma}{1+2\gamma-\alpha-3\beta}, \end{aligned}$$

где U_0 – энергия, запасаемая при том же моменте в n одинаковых прямоугольных листах с теми же постоянными размерами корневого сечения $w(1)$, $t(1)$; $\delta_U = U_{\max}/U_0 = v_{\max}/v_0$ – коэффициент формы по энергии, равный в случае концевой силы отношению прогиба на конце профилированной балки к прогибу на конце прямоугольной балки.

Из точного выполнения требования (5) по энергии находится необходимая толщина корневого сечения (в случае нагружения концевой силой):

$$t^3(1) = \frac{6M^2(1)l}{Enw(1)U_{\max}} \delta_U = \frac{6P_{\max}^2 l^3}{Enw(1)U_{\max}} \delta_U,$$

и из точного выполнения условия (4) по прочности – требуемое число листов:

$$n = \frac{6P_{\max} E^2 U_{\max}^2}{\sigma_*^3 w(1) l^3 \delta_U^2}. \quad (6)$$

Соотношение (6) показывает, что даже считая прочность однонаправленного стеклопластика равной прочности стали (хотя она может быть выше), и не учитывая полезную роль профилирования (рост δ_U), только за счет снижения модуля упругости (210 ГПа у стали, 45 ГПа у стеклопластика) можно снизить число листов в 20 раз. То есть практически любую стальную многословую рессору можно заменить однолистовой стеклопластиковой, как и будет учитываться далее, полагая $n = 1$.

Обоснование возможности приближенных оценок

Поясним возможность пренебрежения влиянием низкого модуля межслойного сдвига и низкой сдвиговой прочностью для достаточно длинных балок из стеклопластика. Наличие касательных напряжений приводит к дополнительному прогибу v_2 , который можно вычислить, считая, что работа силы на этом прогибе расходуется на упругую энергию деформации сдвига:

$$\frac{1}{2} P v_2 = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^w \int_{-t/2}^{t/2} \frac{\tau_{xz}(z)}{G_{xz}} dx dy dz = \frac{1}{2} \frac{\alpha_0 P^2 l}{4 G_{xz} w t},$$

где $\alpha_0 = 6/5$ для поперечного изгиба балки с прямоугольным сечением.

Распределение касательных напряжений по высоте балки предполагается параболическим:

$$\tau_{xz} = \frac{3P}{th^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)$$

и независимым от длины балки и от координаты вдоль оси x . По ширине, вдоль оси y , распределение касательных напряжений предполагается в первом приближении равномерным. Численный анализ методом конечных элементов (МКЭ) показал, что для балок с отношением длины пролета к высоте больше пяти, гипотеза о таком виде эпюры касательных напряжений вносит погрешность не более 3 %.

Таким образом, общий прогиб можно представить в виде

$$v = v_1 + v_2 = \frac{Pl^3}{4E_x w t^3} + \frac{\alpha_0 Pl}{4G_{xz} w t} = v_1 \left(1 + \alpha_0 \frac{E_x}{G_{xz}} \frac{h^2}{l^2} \right).$$

При отношении продольного модуля Юнга E_x к модулю межслойного сдвига G_{xz} стеклопластика порядка пяти поправка к прогибу не превышает 1 % для достаточно длинных балок $l/t > 20$. Поэтому при дальнейших расчетах накопленной упругой энергии ограничились учетом лишь прогибов от нормальных напряжений, то есть сохранением гипотезы плоских сечений.

При изгибе коротких композитных балок возможно разрушение в виде расслоения под действием комбинации нормальных и касательных напряжений [1, 10]:

$$\sigma_x + m\tau_{xz} = c,$$

где m, c – экспериментально определяемые параметры материала.

При этом условная сдвиговая прочность становится зависящей от отношения пролета к толщине балки

$$\tau_0 = cm(m^2 + l^2/t^2)^{-1}.$$

Однако аналитические оценки и эксперименты показывают, что расслоения возникают в стеклопластиках лишь при $l/t \leq 12$, а для достаточно длинных балок $l/t > 20$ влиянием касательных напряжений на прочность можно пренебречь, что и учитывается в настоящей статье.

Эффекты применения стеклопластика в рессоре

Проанализируем, как снижение модуля позволяет повысить циклическую долговечность для выполнения одного из требований. Для заданных циклической нагрузки и запасенной энергии удовлетворение условий по прочности и по накопленной энергии приводит из соотношения (6) к следующему выражению для амплитуды циклических напряжений:

$$\sigma_c = \frac{1}{l} \left(\frac{6P_c E^2 U_{\max}^2}{nw(1)\delta_U^2} \right)^{1/3}. \quad (7)$$

Формула (7) отражает основные особенности расчета на прочность при заданной упругой энергии. Например, для данной максимальной нагрузки $P_{\max}$ (или P_c) длинная (!) балка оказывается менее напряженной, чем короткая. Для повышения долговечности необходимо для заданной циклической нагрузки P_c снизить максимальное напряжение в цикле σ_c . Согласно выражению (7), этого можно добиться пятью способами:

1) увеличением числа листов n (традиционный подход);

2) увеличением ширины $w(1)$ (вот почему эффективны широкие поперечные рессоры);

3) ростом длины l (вспомним старинные экипажи с рессорой, выходящей за габариты кареты);

4) увеличением коэффициента формы δ_U с помощью равнопрочного профилирования;

5) использованием стеклопластика с более низким, чем у стали, модулем упругости E .

Кривые Велера, описывающие циклическую долговечность, часто полагают прямыми линиями в полулогарифмических координатах: $\sigma_c = \sigma_* (1 - k_c \lg N)$, откуда

$$\lg N = (1 - \sigma_c / \sigma_*) / k_c. \quad (8)$$

Для примера, положим, $k_c = 0,1$, что примерно соответствует наклону кривых Велера для однонаправленных композитов и для ряда сталей. Пусть циклическое напряжение составляет 40 % от статической прочности: $\sigma_c / \sigma_* = 0,4$ – отечественная норма, принятая для композитных авиационных конструкций, так сказать «коэффициент незнания». Тогда, из соотношений (8) критическое число циклов $N = 10^6$. Снижение модуля упругости в 4 раза при прочих равных условиях приведет, согласно (7), к снижению циклических напряжений в 2,5 раза, что из выражения (8) эквивалентно росту долговечности более чем в 100 раз:

$$\lg N = \left(1 - \frac{0,4}{2,5} \right) / 0,1 \approx 8,4.$$

Этот вывод основан на близких к реальности данных и приведен лишь для иллюстрации, поэтому его нельзя рекомендовать к использованию в качестве строгого результата.

Для однолиствого варианта из соотношений (3), (4) и (5) можно указать размеры корневого сечения при строгом удовлетворении условий по прочности и накопленной энергии:

$$\begin{aligned} t(1) &= \frac{\sigma_* M(1)l}{U_* E (1 + 2\gamma - \alpha - 3\beta)} = t_0 \delta_U; \\ w(1) &= \frac{6U_{\max}^2 E^2 (1 + 2\gamma - \alpha - 3\beta)^2}{\sigma_*^3 M(1)l^2} = w_0 \delta_U^2. \end{aligned} \quad (9)$$

где t_0, w_0 – размеры корневого сечения прямоугольной балки, удовлетворяющей тем же условиям (4)–(5).

Объем профилированной балки, согласно соотношению (2), определяется интегрированием:

$$\begin{aligned} V &= l \int_0^1 w(\bar{x}) t(\bar{x}) d\bar{x} = \\ &= lw(1)t(1) \int_0^1 \bar{x}^{\alpha+\beta} d\bar{x} = V_0 \delta_V; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\delta_V = \frac{1}{1 + \alpha + \beta},$$

где δ_V – коэффициент формы по объему, равный отношению объемов профилированной и прямоугольной балок с одинаковыми размерами корневого сечения. Теперь из выражений (9) и (10) можно через плотность ρ оценить необходимую массу листа рессоры:

$$\begin{aligned} m &= \rho w(1)t(1)l\delta_V = \rho w_0 t_0 l \delta_V / \delta_U = \\ &= m_0 \delta_s; \quad \delta_s = \delta_V / \delta_U, \end{aligned} \quad (11)$$

где δ_s – суммарный коэффициент снижения массы; m_0 – масса прямоугольного листа, удовлетворяющего тем же условиям по прочности и энергии; размеры его сечения отличаются от $w(1)$, $t(1)$. Из соотношений (11) следует, что за счет низкой плотности (2500 кг/м³ у стеклопластика; 7800 кг/м³ у стали) и намного меньшего модуля упругости масса стеклопластиковой рессоры (в идеальном случае) может быть в 15 раз меньше, чем стальной с теми же служебными свойствами. В этом проявляется прямой эффект. Конструкционный эффект следует из соотношений (6) и показывает возможность снижения числа листов в 20 раз. Наконец, технологический эффект состоит в возможности профилирования композитных балок и, как следует из формул (5), (10) и (11), при выполнении условия равнопрочности (3) $\alpha = \gamma - 2\beta$:

$$\begin{aligned} \delta_s &= \frac{\delta_V}{\delta_U} = \frac{1 + 2\gamma - \alpha - 3\beta}{(1 + \alpha + \beta)} = \\ &= \frac{1 + \gamma - \beta}{(1 + \gamma - \beta)(1 + 2\gamma)} = \frac{1}{1 + 2\gamma}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, согласно соотношению (12), эффективность равнопрочного профилирования зависит от скорости изменения изгибающего момента (1): при нагружении концевой силой любая «идеальная» равнопрочная балка в 3 раза легче прямоугольной, при равномерной нагрузке – в 5, при линейной нагрузке (см. рис. 2, с) – в 7 раз.

Реальная балка не может иметь на конце ни нулевых, ни бесконечных размеров, поэтому из условий сопротивления перерезывающей силе необходимо оставлять концевой участок некоторой длины a с постоянными размерами (рис. 3).

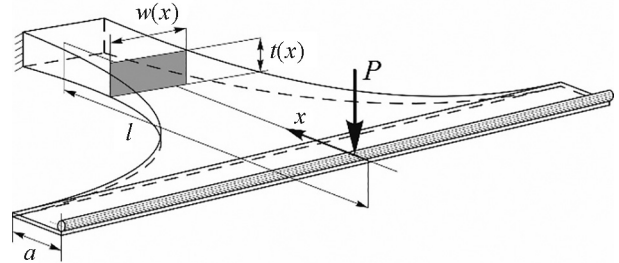


Рис. 3. Балка констрэ (constant-area) с постоянной площадью поперечного сечения и концевым участком с постоянными размерами сечений

При вычислении энергии (5) и объема (10) нужно интегрировать по двум участкам: с переменными и постоянными размерами сечений, и в результате, выражения для коэффициентов формы примут следующий вид:

$$\delta_U^* = \delta_U + (1 - \delta_U) \bar{a}^{3/\delta_U};$$

$$\delta_V^* = \delta_V + (1 - \delta_V) \bar{a}^{1/\delta_V}; \quad \bar{a} = a / l. \quad (13)$$

Формулы (13) следует использовать для расчета необходимых размеров сечения (9) и массы (11), но результат уже не будет таким однозначным как (12).

Четыре параметра проектирования α , β , $w(1)$, $t(1)$ не могут быть однозначно найдены из трех условий: прочности (4), равнопрочности (3) и накопленной энергии (5). Поэтому необходимо еще одно соотношение, связывающее размеры сечения. На рис. 4 приведены самые распространенные типы равнопрочных балок для наиболее важного случая нагружения концевой силой. Это – либо треугольная балка постоянной толщины: $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $t(\bar{x}) = \text{const}$, либо параболическая балка постоянной ширины: $\alpha = 0$, $\beta = 1/2$, $w(\bar{x}) = \text{const}$, либо балка констрэ с постоянной площадью поперечного сечения:

$$\begin{aligned} w(\bar{x}) \times t(\bar{x}) &= \text{const} \Rightarrow \alpha + \beta = 0 \Rightarrow \\ \text{из (3)} \quad \alpha &= -1, \beta = 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Последний тип балки наиболее важен для композитов, так как позволяет сохранить начальное число неперерезанных волокон,

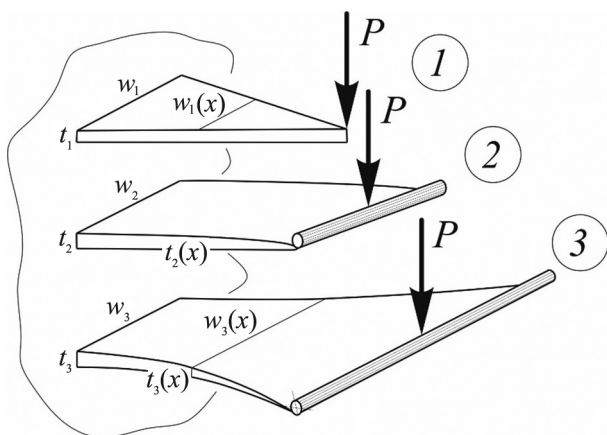


Рис. 4. Равнопрочные балки для случая нагружения концевой силой:

- 1 – треугольная балка постоянной толщины;
- 2 – параболическая балка постоянной ширины;
- 3 – балка констрэ с постоянной площадью поперечного сечения

что принципиально для реализации прочности. Правда, при этом ширина балки неограниченно растет и происходит существенная разориентация волокон, поэтому есть смысл обратиться за опытом к природе и посмотреть, как крона дерева повышает свою податливость, чтобы сопротивляться ветровым нагрузкам.

Ветвление листовой равнопрочной пружины с прямоугольным сечением

Для равнопрочного ветвления балки констрэ применима вполне тривиальная процедура: в любом месте можно продольно разрезать балку на произвольное число «ветвей» с прямоугольным или квадратным сечением, и эту процедуру можно повторять, сохраняя текущую толщину и суммарную ширину балки. Вновь образованные стержни можно собирать в пучок, уменьшая при этом габариты по ширине. Подобный прием реализуется в традиционных стальных многолистных рессорах, состоящих из набора листов постоянной ширины и толщины, длина которых меняется по линейному закону. Без учета трения такой набор эквивалентен равнопрочной, широкой, треугольной балке, но для уменьшения габаритов узкие листы собирают в стопку. Такой метод для композитов оказался неприемлемым, так как из-за низкой поперечной прочности и твердости стеклопластиков нижние листы при циклическом изгибе разрушают верхние в зонах контакта. Все традиционные способы

профилирования листов приводят к разрушению волокон. Создание равнопрочных профилей с постоянной площадью сечения (*constant-area*), т.е. с постоянным числом непрерывных волокон по всей длине балки, это – наилучший композитный вариант. Однако «идеальная» балка констрэ имеет неограниченную ширину и существенное отклонение волокон от продольного направления. Эти недостатки частично снимаются в проекте разветвляющейся равнопрочной структуры, в которой сохраняется практически однонаправленное армирование в «ветвях», а габариты могут быть уменьшены при собирании «ветвей» в пучок, подобно тому, как собирается в стопку обычная многолистная рессора, заменяющая широкий треугольный лист.

Вопросы крепления и потери весовой эффективности при использовании стальных крепежных деталей вынужденно остаются за рамками данной статьи.

Ленточная пружина с равнопрочными полукольцами

Важный вывод (12) состоит в том, что, чем более неоднородно изменение изгибающего момента, тем более эффективным оказывается равнопрочное профилирование. Для иллюстрации этого вывода вместо степенного изменения момента (1) рассмотрим еще более «слабое», чем линейное изменение момента пропорционально синусу полярного угла при растяжении-сжатии полукольца, которое можно считать элементом ленточной стеклопластиковой пружины (рис. 5):

$$M = PR \sin \varphi. \quad (15)$$

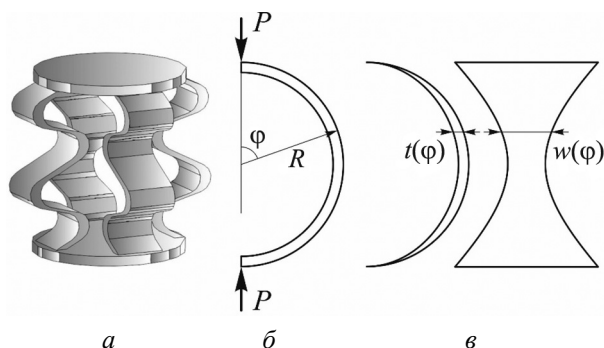


Рис. 5. Растяжение-сжатие полукольца:

- а – ленточная пружина из полуколец (волнистых листов); б – схема нагружения полукольца в пружине; в – равнопрочное полукольцо, как вариант оптимизации ленты в пружине

Из условия прочности:

$$1. 6P_{\max} R = \sigma_* w(\pi/2) t^2(\pi/2);$$

равнопрочности:

$$2. 6P_{\max} R \sin \varphi = \sigma_* w(\varphi) t^2(\varphi);$$

и сохранения площади сечения полукольца:

$$3. w(\varphi) t(\varphi) = w(\pi/2) t(\pi/2)$$

находятся размеры наиболее нагруженного сечения $w(\pi/2)$; $t(\pi/2)$ и их зависимости от полярного угла:

$$t(\varphi) = t(\pi/2) \sin \varphi; w(\varphi) = w(\pi/2) / \sin \varphi \Rightarrow$$

$$I(\varphi) = w(\pi/2) t^3(\pi/2) \sin^3 \varphi / 12 = I \sin^3 \varphi. \quad (16)$$

Упругая энергия, накопленная в полукольце, рассчитывается по формуле (5). Для полукольца с постоянными размерами сечения:

$$U_0 = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{M^2(\varphi)}{EI} R d\varphi =$$

$$\frac{P^2 R^3}{2EI} \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi P^2 R^3}{4EI}. \quad (17)$$

Для полукольца (типа 3) – констрэ (16) – накопленная энергия вдвое больше:

$$U_* = \frac{P^2 R^3}{2E} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \varphi}{I(\varphi)} d\varphi = \frac{\pi P^2 R^3}{2EI}, \quad (18)$$

Поэтому согласно соотношению (12) равнопрочное профилирование кольца обеспечивает (в идеальном случае) снижение массы в два раза. Это снижение массы меньше, чем при линейном росте момента (в три раза), так как синус изменяется медленнее, чем линейная зависимость.

Для подтверждения этого вывода рассмотрим равнопрочное полукольцо постоянной толщины t , но с переменной шириной $w(\varphi)$. Условие равнопрочности (16) означает:

$$6P_{\max} R \sin \varphi = \sigma_* w(\varphi) t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w(\varphi) = w(\pi/2) \sin \varphi. \quad (19)$$

Отношения объемов и накопленных упругих энергий для двух полуколец с изменяющейся (19) и с постоянной шириной позволяют определить снижение массы при выполнении условий по прочности и накопленной упругой энергии:

$$\delta_V = \frac{tw(\pi/2)}{\pi R t w(\pi/2)} \int_0^\pi \sin \varphi R d\varphi = \frac{2}{\pi};$$

$$\delta_U = \frac{\int_0^\pi \sin \varphi d\varphi}{\int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi} = \frac{4}{\pi} \Rightarrow \delta_s = \frac{\delta_V}{\delta_U} = \frac{1}{2}.$$

Чуть сложнее для аналитики оказывается случай постоянной ширины w и переменной, равнопрочной толщины $t(\varphi)$ полукольца, но окончательный результат по снижению массы остается прежним:

$$6P_{\max} R \sin \varphi = \sigma_* w t^2(\varphi) \Rightarrow t(\varphi) = t(\pi/2) \sqrt{\sin \varphi};$$

$$I(\varphi) = w t^3(\pi/2) \sin^{3/2} \varphi / 12;$$

$$\delta_V = \frac{R w t(\pi/2)}{\pi R w t(\pi/2)} \int_0^\pi \sqrt{\sin \varphi} d\varphi = \frac{X}{\pi}; \quad X = \int_0^\pi \sqrt{\sin \varphi} d\varphi;$$

$$\delta_U = \frac{\int_0^\pi \sqrt{\sin \varphi} d\varphi}{\int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi} = \frac{2X}{\pi} \Rightarrow \delta_s = \frac{\delta_V}{\delta_U} = \frac{1}{2}.$$

Эти результаты иллюстрируют, что любое диаметрально нагруженное, «равнопрочное» полукольцо при заданных прочности и накопленной энергии вдвое легче, чем полукольцо с постоянными размерами сечений. Сравнивая с формулой (12), можно заключить, что изменение изгибающего момента пропорционально синусу полярного угла, эквивалентно по снижению массы случаю степенного изменения момента с показателем $\gamma = 1/2$.

На практике не удастся достичь такого значительного снижения массы благодаря профилированию, из-за невозможности создать неограниченно широкий и бесконечно тонкий лист типа констрэ. Однако за счет высокой прочности, низкой плотности и низкого модуля Юнга стеклопластик в подобных пружинах из волнистых лент способен обеспечить снижение массы примерно в 15 раз по сравнению со стальным аналогом.

Одна из проблем применения пружин из волнистых композитных лент состоит в возникновении растягивающих поперечных напряжений в кольцевых лентах при растяжении пружины, что может вызвать расслоение в зонах наибольшего изгибающего момента. Поэтому использование подобных пружин следует ограничить условиями работы преимущественно на сжатие. С технологической точки зрения, бороться с расслоениями и расщеплениями наиболее правильно, создавая не чисто однонаправленное армирование, а вводя малую разориентацию волокон, оптимальный угол которой определяется расчетным путем из условия равенства критических напряжений для разрыва волокон и расщепления [1, 10].

Задачи биомеханики прочности композитов с криволинейными траекториями укладки волокон

Для оценки несущей способности деталей и условий разрушения неоднородных материалов с криволинейной анизотропией необходимо сформулировать и экспериментально обосновать локальные критерии прочности [10], учитывающие специфические, направленные механизмы разрушения волокнистых композитов. Представляется, что теория сред со структурно-криволинейной, биоподобной анизотропией станет в будущем одним из наиболее перспективных направлений развития механики композитов.

Традиционные подходы теории упругости анизотропного тела относятся к квазиоднородным материалам, имеющим глобальные оси упругой симметрии, то есть к ортотропным или трансверсально изотропным композитам, получаемым прямолинейной укладкой или намоткой волокон. Аналитических решений для материалов с криволинейной анизотропией, в каждой точке которых различаются не только упруго-прочностные свойства, но и направление упругой симметрии, пока не существует и похоже, что не предвидится. В то же время невозможно создать равнопрочную структуру для градиентных полей напряжений, вызванных сложной геометрией детали или неоднородными граничными условиями. Природа использует в таких случаях криволинейное армирование, согласующееся с полями напряжений. Попытки моделировать структуру сучка на компьютере предпринимались многими авторами [2, 8, 9], и на этом пути возможно проектирование структуры армирования, обеспечивающей многократное снижение эффективного коэффициента концентрации напряжений и рост статической и циклической прочности. Особенно важны такие исследования для проектирования перспективных узлов крепления. Применительно к расчету упругих элементов возможен упрощенный учет ориентации волокон [5], но разработаны также компьютерные модели укладки волокон в балке с постоянной площадью сечения [7], с сохранением начального числа волокон. Алгоритм предполагает сохранение одинаковых расстояний между центрами волокон, и чтобы волокна не «наползали» друг на друга, используется двухслойная модель элементарной ячейки: когда расстояние между центрами волокон достигает критического значения, происхо-

дит резкое возрастание поперечного модуля упругости, и дальнейшее сближение становится невозможным. По такому алгоритму были построены формы «истинно равнопрочных» балок, отличающиеся от традиционной формы балки констрэра, так как для обеспечения равнопрочности использовали локальные критерии, учитывающие влияние комбинации нормальных и касательных напряжений [3].

Развитие аддитивных технологий [11, 12], основанных на «выращивании» деталей и элементов конструкций, признается одним из наиболее перспективных направлений в технике. Ранее подобные задачи о «растущих» конструкциях относились в основном к строительству объектов (плотины, фундаменты) из железобетона и ставились вопросы оценки остаточных напряжений при неоднородном затвердевании. Современное состояние аддитивных технологий – это освоение 3D принтеров для создания полимерных моделей, лазерные технологии создания сложных деталей из порошковых металлов, строительные «принтеры для печати» бетонных конструкций. Их основное преимущество состоит в локальности подачи энергии: не нужно расплавлять всю массу металла, а потом вытачивать детали из заготовок. Собственно, так и поступает Природа, осуществляя локальный рост, например, древесины в соответствии с внешними усилиями. Применительно к волокнистым композитам речь идет о создании (и совершенствовании уже созданных) 3D принтеров, позволяющих укладывать пропитанные связующим жгуты волокон по рассчитанным, рациональным траекториям, обеспечивая равнонагруженность волокон. Предстоит довести до возможностей широкого использования технологии 3D плетения оптимально профилированных композитных изделий с криволинейными траекториями волокон. То, что сложно получить из стали, можно без дополнительных усилий изготовить из композитов. Но необходимо на основе технологической механики тщательно отрабатывать новые композитные технологии пултрузии, пулформинга, 3D плетения. Именно в этом направлении возможно решение проблемы более эффективного применения композитов и создания надежных, биоподобных узлов крепления.

Выводы

На примере профилированных и разветвленных упругих элементов из стеклопластика по-

казаны некоторые основные эффекты, которые может дать замена металлов на композиты.

Прямой эффект: снижение массы (без учета креплений) в 15 раз по сравнению со стальным аналогом при выполнении тех же условий по прочности и жесткости за счет низких плотности и модуля упругости при высокой прочности и практически линейной диаграмме деформирования однонаправленных стеклопластиков.

Конструкционный эффект: снижение числа листов рессоры до одного – равнопрочного и уменьшение габаритов за счет ветвления.

Технологический эффект: принципиальная возможность изготовления без значительных усилий и высоких температур равнопрочного и разветвленного накопителя упругой энергии класса констрэра с непрерывными волокнами.

Комплексный эффект: рост циклической долговечности на два десятичных порядка при упрощении и снижении массы конструкции.

Заключение

Анализ на прочность профилированных и разветвленных упругих элементов из стеклопластика показал, что замена металлов на композиты дает широкие возможности для разработки принципиально новых образцов техники и конструктивных элементов, а также упростить и сделать более экологичным технологический процесс производства конструкций.

Список литературы

1. Полилов А.Н. Этюды по механике композитов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 320 с.
2. Gibson R.F. Principles of composite material mechanics. Third Edition. CRC Press Content, 2011. – 683 p.
3. Полилов А.Н., Татусь Н.А. Биомеханика прочности волокнистых композитов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. – 328 с.
4. Люшкин Б.А. Композитные материалы. Томск, 2012. – 102 с.
5. Полилов А.Н., Татусь Н.А. Проектирование разветвляющихся или профилированных композитных элементов по аналогии со структурой кроны дерева // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 6. С. 76–84.
6. Волкова Н.В., Голованов В.И., Медведев В.В. Использование композитно-волоконистых материалов для амортизирующих конструкций // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. № 3 (381). С. 129–132.
7. Полилов А.Н., Татусь Н.А., Плитов И.С. Оценка влияния разориентации волокон на жесткость и прочность профилированных композитных элементов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 5. С. 58–67.
8. Using tailored fibre placement technology for stress adapted design of composite structures / A. Spickenheuer, M. Schulz, K. Gliesche, G. Heinrich // Plast. Rubber Compos. – Macromol. Eng., 2008. V. 37. No. 5. P. 227–232.
9. Malakhov A.V., Polilov A.N. Design of composite structures reinforced curvilinear fibres // Composites: Part A. 2016. Vol. 87. P. 23–28.
10. Полилов А.Н., Татусь Н.А. Экспериментальное обоснование критериев прочности волокнистых композитов, проявляющих направленный характер разрушения // Вестник ПНИПУ (Пермский национальный исследовательский политехнический университет). «Механика». 2012. № 2. С. 140–166.
11. Шишковский И.В. Основы аддитивных технологий высокого разрешения. Санкт-Петербург: Изд-во Питер, 2015. – 348 с.
12. Зленко М.А., Нагайцев М.В., Довбыш В.М. Аддитивные технологии в машиностроении: пособ. для инженеров. М.: ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ», 2015. – 220 с.

**ПОЛИЛОВ
Александр Николаевич**
E-mail: polilov@imash.ru
Тел.: (499) 135-34-30

Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией безопасности и прочности композитных конструкций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук. Сфера научных интересов: механика композитных материалов. Автор более 100 научных публикаций.

**ТАТУСЬ
Николай Алексеевич**
E-mail: nikalet@mail.ru
Тел.: (499) 135-77-51

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории безопасности и прочности композитных конструкций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук. Сфера научных интересов: механика композитных материалов. Автор более 50 научных публикаций.