

РАЗРАБОТКА МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ПЯТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ ДЛЯ ОРТОПЕДИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ И АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Г.С. Филиппов, В.А. Глазунов, М.М. Лактионова,
А.Н. Терехова, Л.В. Гаврилина

В статье рассматриваются механизмы параллельно-последовательной структуры, имеющие хорошие перспективы применения в различных областях. В частности, рассмотрен механизм с пятью степенями свободы для выполнения операций, отвечающих требованиям аддитивных технологий и высокоточной хирургии, например, операциям на позвоночнике. Особенностью данного механизма является наличие четырех кинематических цепей, перемещающих рамку с установленным на ней рабочим органом. Решены задачи о положениях и скоростях.

Ключевые слова: механизм параллельно-последовательной структуры, 5 степеней свободы, аддитивные технологии, высокоточная хирургия.

ENGINEERING OF 5DOF PARALLEL-SEQUENTIAL STRUCTURE MECHANISMS FOR VERTEBRAL AND ADDITIVE TECHNOLOGIES

G.S. Filippov, V.A. Glazunov, M.M. Laktionova, A.N. Terekhova, L.V. Gavrilina

The mechanisms of parallel-sequential structure with good prospects for various fields using are presented. The 5DOF mechanism is suitable for additive technologies, surgical operations, high-precision surgery and spine surgery using. The work contains the kinematic analysis of the mechanism and velocity calculation.

Keywords: parallel-sequential structure mechanism, 5DOF, additive technologies, vertebral surgery.

Введение

На протяжении последних десятилетий аддитивные технологии сохраняют статус ультрасовременного направления развития различных областей науки и техники [1]. Особый интерес представляет применение 3D-технологий в создании технически сложных деталей и устройств, предъявляющих особые требования к используемым материалам и роботам [2–4]. Другим быстроразвивающимся направлением является создание и использование медицинских манипуляторов. Разработка механизмов для аддитивных технологий и медицины является важным направлением развития робототехники.

Применение современных материалов и технологий в хирургических операциях в урологии, проктологии, гинекологии, кардиохирургии, эндокринологии и других медицинских специальностях позволяет свести к минимуму травматизм операций и риск врачебных ошибок. В свою очередь, например, новейшие типы имплантатов для более успешного лечения заболеваний и повреждений позвоночника требуют большой точности при установке. В связи с этим операцию необходимо контролировать с помощью рентгеновских аппаратов и особого навигационного оборудования. Таким образом, перспективным и востребованным направлением

ем этой сферы является использование медицинских роботов [5–7].

Задачи разработки медицинских роботов и механизмов для аддитивных технологий ставят перед исследователями свои специальные требования к геометрии и логике построения кинематических цепей. Учеными Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН на протяжении многих лет накоплен богатейший опыт в разработке механизмов параллельной структуры с уникальными характеристиками, способных удовлетворить предъявляемым требованиям [8–14].

Целью данной работы является разработка и исследование механизма параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы, а также решение задач положения и скоростей для соответствующих кинематических цепей.

Механизмы параллельно-последовательной структуры портального типа

Одним из видов механизмов, разрабатываемых в ИМАШ РАН, являются механизмы параллельно-последовательной структуры портального типа с пятью степенями свободы. Отличительной особенностью данных устройств является возможность выходного звена линейно перемещаться по трем координатам, а также вращаться вокруг двух осей ко-

ординат. Такие устройства могут применяться и в аддитивных технологиях, и в высокоточной хирургии.

Для увеличения жесткости целесообразно использовать схему плоского механизма параллельной структуры с дополнительным приводом (рис. 1). Данный манипулятор включает основание 1 и подвижную платформу 2, которая связана с основанием четырьмя приводами. Каретка продольного перемещения 3 с установленным на ней вращательным приводом 4 выходного звена 5 сопряжена с подвижной платформой 2 посредством поступательных пар 6, при этом, по крайней мере одна из пар снабжена двигателем. Подвижная платформа 2 связана с основанием двумя поступательными 7 и двумя вращательными 8 приводами. Поступательные приводы 7 сопряжены с платформой и основанием с помощью вращательных кинематических пар 9, а вращательные приводы 8 жестко установлены на основании 1 и сопряжены с платформой посредством двух промежуточных звеньев 10 и 11, первое из которых жестко связано с выходным валом 12 вращательного привода 8, а второе звено 11 соединено вращательными кинематическими парами 13 с первым звеном 10 и с подвижной платформой 2, причем оси вращательных пар параллельны, а привод вращательного перемещения 4 выходного звена 5 жестко закреплен на продольной каретке 3. Таким образом,

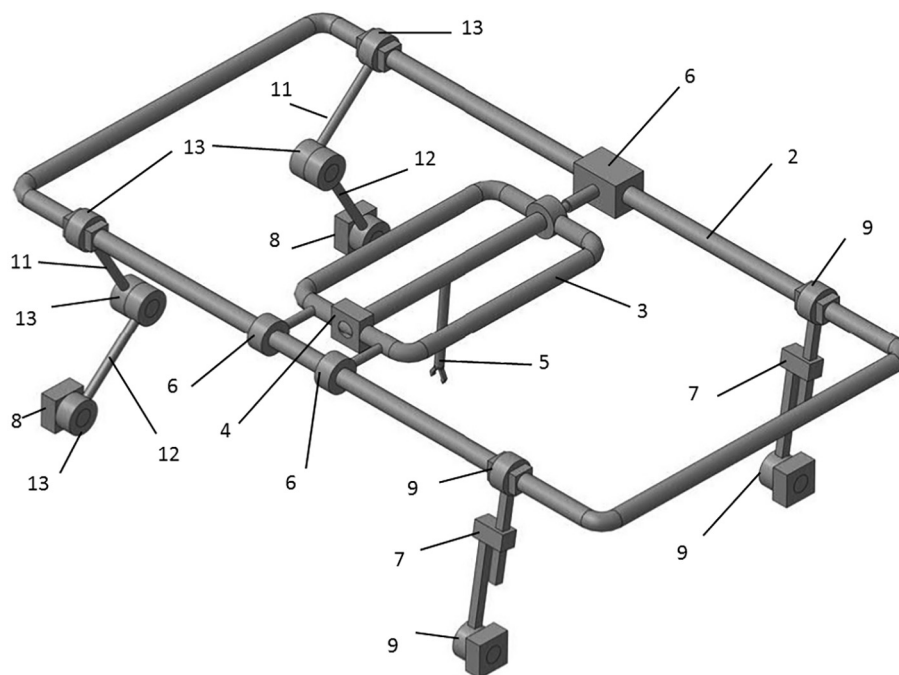


Рис. 1. Механизм с пятью степенями свободы и шестью двигателями

для увеличения нагрузочной способности механизма, имеющий пять степеней свободы, содержит шесть двигателей.

Представим еще один механизм подобного типа, в котором два вертикально установленных линейных двигателя обеспечивают движение по вертикали и поворот относительно горизонтальной оси (рис. 2). Портал 1 манипулятора имеет форму прямоугольного параллелепипеда, размещенного на неподвижном основании. На двух противоположных боковых гранях портала располагаются подвижные рамы 5 и 9, их перемещение в плоскостях соответствующих боковых граней обеспечивают приводы 4 и 8, а также поступательные кинематические пары 10. Платформа 7 также имеет рамную конструкцию и сопряжена с рамой 9 посредством двух вращательных кинематических пар 12, промежуточного звена 11 и двух вращательных пар 6 с рамой 5.

На подвижной платформе 7, в ее плоскости, размещены поперечная каретка 13 и продольная каретка 16. За перемещение каретки 13 относительно платформы 7 отвечают привод 14 и две поступательные пары 15; за перемещение каретки 16 относительно каретки 13 – соответственно привод 17 и две поступательные кинематические пары 18. На продольной каретке жестко закреплен корпус вращательного двигателя 19, с валом которого связано выходное звено 3. На выходном звене 3 располагается рабочий орган 2.

Достоинством такого механизма является частичная кинематическая развязка, так как два привода 4 и 8 задают вертикальное перемещение и один поворот.

Структурно-параметрический синтез механизма параллельной структуры

Приведем еще один механизм параллельной структуры, разработанный в ИМАШ РАН (рис. 3). Конструктивные особенности механизма – ферменная конструкция и возможность расположения двигателей на основании – позволяют обеспечить точность позиционирования рабочего инструмента, повышенную жесткость для обеспечения силовых нагрузок, малое влияние вибрации рабочих приводов на рабочий инструмент, значительную подвижность, обеспечивающую доступ к рабочей зоне с учетом особенностей использования. Портальная схема, очевидно, дает возможность, наряду с построением 3D моделей высокой точности, применять данный механизм и для осуществления высокоточных хирургических манипуляций.

Рабочий инструмент крепится на платформу, управляемую двумя ортогонально направленными каретками, которые обеспечивают перемещение в плоскости несущей рамы. Несущая рама соединена с основанием с помощью трех кинематических цепей в точках A_1, A_2, A_3 . Две кинематические цепи имеют сходное строение: несущая рама соединена с поступательными кинематическими парами через жесткую

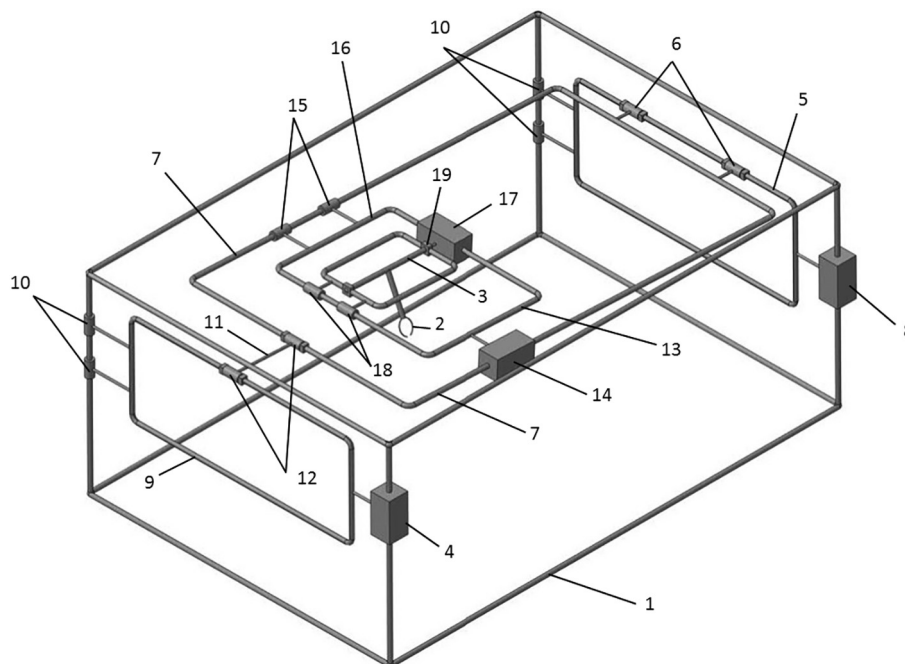


Рис. 2. Механизм с пятью степенями и двумя вертикальными линейными двигателями

штангу со сферическими шарнирами на концах, при этом один шарнир соединяет штангу с закрепленной на основании приводной кинематической парой, а второй – непосредственно с несущей рамой. Третья цепь имеет следующую структуру: поступательный привод закреплен на основании механизма, выходное звено которого передает движение на несущую раму через шарнир Гука. Важной особенностью механизма является то, что расстояние от центра шарнира Гука до несущей рамы равно расстоянию от центра верхнего сферического шарнира до несущей рамы и равно величине крепления рабочего инструмента L_1 (см. рис. 3).

Согласно приведенной формуле Сомова – Малышева, число степеней свободы механизма W :

$$W = 6(n-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - \dots, \quad (1)$$

где n – число звеньев кинематической цепи, p_i – количество кинематических пар i -го класса, $i = 1 \dots n$.

Подставим значения $n=9$, $p_5=5$, $p_3=1$. В результате получаем число степеней свободы $W=7$. Однако следует учесть, что кинематические цепи со сферическими парами добавляют к результату по одной степени свободы за счет имеющегося вращения вокруг соединяющей их штанги. Данное вращение не влияет на степени свободы выходного звена. Таким образом, механизм имеет 5 степеней свободы. Чтобы избавиться от данного паразитного вращения, можно

использовать вместо одной из сферических пар двухподвижное соединение, например, шарнир Гука. Однако, в данном случае, использование сферических пар позволяет оптимизировать конструкцию и уменьшить потери на трение.

Решение задачи о положениях

Решим задачу о положениях для представленного механизма. Прежде всего, определим центры систем координат выходного звена и основания, относительно которых будем производить вычисления. Для выходного звена центр системы координат поместим на конец крепления рабочего инструмента ($O'X'Y'Z'$). Для системы координат основания центр разместим в центр шарнира Гука так, чтобы ось абсцисс и ось ординат находились в плоскости, параллельной основанию, при этом чтобы проекция крестовины шарнира ложилась на эти оси (см. рис. 3).

Найдем переходную матрицу из системы координат основания к системе координат несущей рамы. Для получения матрицы размера 4×4 учтем следующие движения: вначале вращение происходит вокруг оси OX на угол α , затем вокруг оси OY на угол β . Кроме того, имеет место смещение вдоль осей OX , OY , OZ на расстояние x , y , z . Матрица, описывающая переход от подвижной системы координат к неподвижной, должна иметь обратную последовательность указанных смещений.

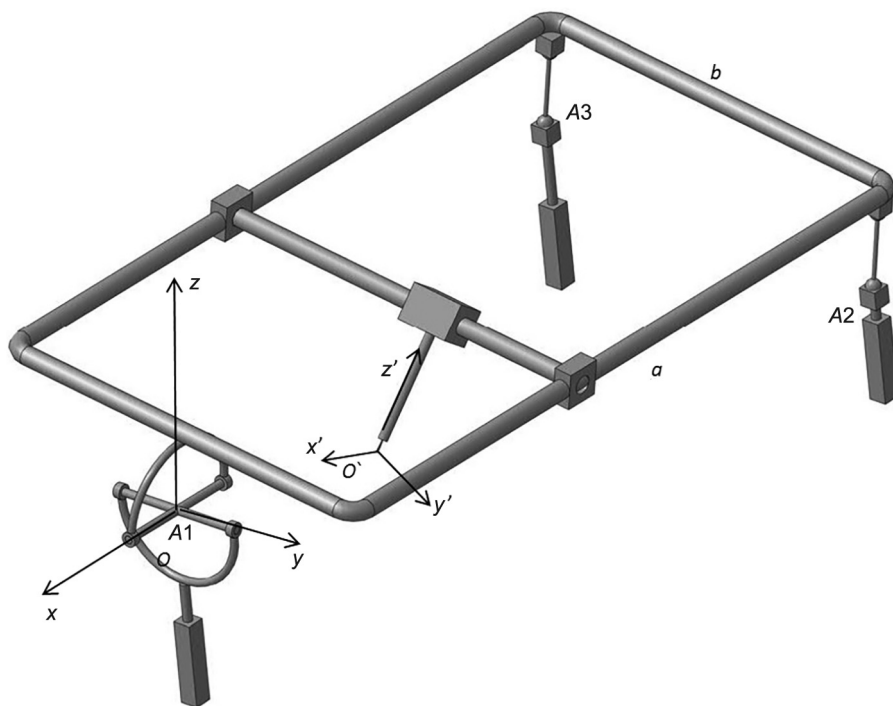


Рис. 3. Схема механизма с пятью степенями свободы

Вращение вокруг оси OX описывается матрицей A_α :

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Далее опишем вращение вокруг оси OY через матрицу A_β :

$$A_\beta = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Смещение вдоль осей описывается матрицей A_{xyz} :

$$A_{xyz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Перемножим матрицы:

$$M = A_{xyz} \cdot A_\alpha \cdot A_\beta. \quad (5)$$

Таким образом, переходная матрица примет вид:

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & x \\ \sin(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & -\cos(\beta)\sin(\alpha) & y \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \sin(\alpha) & \cos(\beta)\cos(\alpha) & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

С другой стороны, рассмотрим переход точки A_1 из системы координат выходного звена в систему координат основания. Для этого

$$M_1 = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & \sin(\beta)L_1 + \cos(\beta)x_A \\ \sin(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & -\cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)y_A - \cos(\beta)\sin(\alpha)L_1 + \sin(\beta)\sin(\alpha)x_A \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \sin(\alpha) & \cos(\beta)\cos(\alpha) & \sin(\alpha)y_A + \cos(\beta)\cos(\alpha)L_1 + z_A - L_1 - \cos(\alpha)\sin(\beta)x_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Из сравнения первых трех столбцов матриц M и M_1 очевидно, что углы поворота вокруг осей OX и OY равны. Из четвертого столбца

нужно произвести следующие преобразования: перемещение на длину инструмента вверх на величину L_1 , чтобы попасть в плоскость несущей рамы, сместиться вдоль осей OX и OY на величину смещения точки A x_A и y_A , соответственно:

$$A_{1xyz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_A \\ 0 & 1 & 0 & y_A \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Далее необходимо провести поворот вокруг OY на угол β :

$$A_{1\beta} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

затем поворот на угол α вокруг OX :

$$A_{1\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

и после – перемещение вдоль оси OZ , учитывая, что центр шарнира Гука находится ниже плоскости несущей рамы и на той же высоте, что и рабочий инструмент (L_1):

$$A_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_A - L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Таким образом, перемножив матрицы в обратном порядке, получим следующее:

найдем значения для смещений x_A, y_A, z_A :

$$x_A = \frac{x - L_1 \sin \beta}{\cos \beta}, \quad (12)$$

$$y_A = \frac{L_1 \sin \alpha + y \cos \beta - x \sin \beta \sin \alpha}{\cos \beta \cos \alpha}, \quad (13)$$

$$z_A = \frac{L_1 - x \sin \beta + y \cos \beta \sin \alpha + (z + L_1) \cos \beta \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha}. \quad (14)$$

Найдем перемещения в приводах, зададим геометрические размеры несущей рамы. Столону, параллельную оси OX , обозначим как a , а другую – как b (см. рис. 3). Тогда координаты точек A_2 и A_3 примут вид:

$$A_2 = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{b}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} -a \\ -\frac{b}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Подставим значение z_A в матрицу A_z :

$$A_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z + L_1 - \frac{L_1 - x \sin(\beta) + y \cos(\beta) \sin(\alpha) - z \cos(\alpha) \sin(\beta)}{\cos(\beta) \cos(\alpha)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

В результате, матрица перехода примет вид:

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & -\cos(\beta) \sin(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha) \sin(\beta) & \sin(\alpha) & \cos(\beta) \cos(\alpha) & z + L_1 - \frac{x \sin(\beta) - y \cos(\beta) \sin(\alpha) + z \cos(\beta) \cos(\alpha) - L_1}{\cos(\beta) \cos(\alpha)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Координаты точек в системе координат основания соответственно для A_2 и A_3 :

$$A_2 = \begin{pmatrix} -a \cos(\beta) \\ \frac{b \cos(\alpha)}{2} - a \sin(\beta) \sin(\alpha) \\ z + L_1 + \frac{b \sin(\alpha)}{2} + a \cos(\alpha) \sin(\beta) + \frac{x \sin(\beta) - y \cos(\beta) \sin(\alpha) + z \cos(\beta) \cos(\alpha) - L_1}{\cos(\beta) \cos(\alpha)} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -a \cos(\beta) \\ \frac{b \cos(\alpha)}{2} - a \sin(\beta) \sin(\alpha) \\ z + L_1 + a \cos(\alpha) \sin(\beta) - \frac{b \sin(\alpha)}{2} + \frac{x \sin(\beta) - y \cos(\beta) \sin(\alpha) + z \cos(\beta) \cos(\alpha) - L_1}{\cos(\beta) \cos(\alpha)} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Для привода, перемещающего платформу в точке A_1 , перемещение в двигателе составляет изменение координаты z в точке A_1 :

$$L_{пр A1} = \frac{L_1 + x \sin \beta - y \cos \beta \sin \alpha + (z + L_1) \cos \beta \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha}. \quad (16)$$

Очевидно, что точки A_2 и A_3 имеют перемещения только в виде смещения вдоль оси OZ , повороты вокруг осей OX на угол α и вокруг оси OY на угол β обеспечивают звенья, соединяющие данные точки с прямоугольной рамой посредством сферических шарниров.

Матрица перехода к системе координат основания определяется как произведение матриц, описывающих эти движения в обратном порядке:

$$M = A_z \cdot A_\alpha \cdot A_\beta. \quad (17)$$

Отсюда, приняв величину штанги между сферическими шарнирами как L , длину основания c , а ширину d , имеем перемещение и в линейных приводах первых двух кинематических цепей:

$$L_{\text{пр}_{A2}} = z'_{A2} + (L^2 - (x'_{A2} - (-c))^2 - (y'_{A2} - (-\frac{d}{2}))^2),$$

$$L_{\text{пр}_{A3}} = z'_{A3} + (L^2 - (x'_{A3} - (-c))^2 - (y'_{A3} - (-\frac{d}{2}))^2). \quad (21)$$

Подставим значения в расчетные формулы: $a = 1$ м, $b = 0,6$ м, $c = 1,1$ м, $d = 0,7$ м, длину крепления рабочего инструмента $L_1 = 0,1$ м, а длину штанги $L = 0,2$ м, перемещение в приводах для $x = 0$ м, $y = 0$ м, $z = 0,1$ м, $\alpha = 0$ рад, $\beta = 0$ рад, получаем перемещение $L_{\text{пр}_{A1}}$, $L_{\text{пр}_{A2}}$ и $L_{\text{пр}_{A3}}$ в линейных приводах соответствующих кинематических цепей:

$$\begin{aligned} L_{\text{пр}_{A1}} &= 0,1 \text{ м}, L_{\text{пр}_{A2}} = 0,478 \text{ м}, \\ L_{\text{пр}_{A3}} &= 0,478 \text{ м}. \end{aligned} \quad (22)$$

Решение задачи о скоростях

Воспользуемся методом Д. Анджелеса и К. Гослена для решения задачи о скоростях. Метод основан на использовании уравнений связи – записав их в неявном виде, продифференцировав по времени, и сгруппировав переменные, мы получаем зависимость между обобщенными скоростями в приводах и абсолютными скоростями выходного звена:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = (-\mathbf{B})\boldsymbol{\omega}, \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F1}{\partial \beta} & \frac{\partial F1}{\partial x} & \frac{\partial F1}{\partial y} & \frac{\partial F1}{\partial z} \\ \frac{\partial F2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F2}{\partial \beta} & \frac{\partial F2}{\partial x} & \frac{\partial F2}{\partial y} & \frac{\partial F2}{\partial z} \\ & & \dots & & \\ & & \dots & & \\ \frac{\partial F5}{\partial \alpha} & \frac{\partial F5}{\partial \beta} & \frac{\partial F5}{\partial x} & \frac{\partial F5}{\partial y} & \frac{\partial F5}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial q1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F2}{\partial q2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F3}{\partial q3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F4}{\partial q4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F5}{\partial q5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q1} \\ \dot{q2} \\ \dot{q3} \\ \dot{q4} \\ \dot{q5} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Запишем функции в неявном виде для нашего механизма:

$$\begin{aligned} F_1 &= x \sin(\beta) - L_1 - y \cos(\beta) \sin(\alpha) + z \cos(\beta) \cos(\alpha) + \\ &+ L_1 \cos(\beta) \cos(\alpha) - q_1 \cos(\beta) \cos(\alpha), \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F1}{\partial \beta} & \frac{\partial F1}{\partial x} & \frac{\partial F1}{\partial y} & \frac{\partial F1}{\partial z} \\ \frac{\partial F2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F2}{\partial \beta} & \frac{\partial F2}{\partial x} & \frac{\partial F2}{\partial y} & \frac{\partial F2}{\partial z} \\ & & \dots & & \\ & & \dots & & \\ \frac{\partial F5}{\partial \alpha} & \frac{\partial F5}{\partial \beta} & \frac{\partial F5}{\partial x} & \frac{\partial F5}{\partial y} & \frac{\partial F5}{\partial z} \end{pmatrix}; \quad (24)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial q1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F2}{\partial q2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F3}{\partial q3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F4}{\partial q4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F5}{\partial q5} \end{pmatrix}; \quad (25)$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}; \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \dot{q1} \\ \dot{q2} \\ \dot{q3} \\ \dot{q4} \\ \dot{q5} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

где $\mathbf{A}$ – матрица частных производных от неявной функции по x, y, z, α, β ; $\mathbf{B}$ – матрица частных производных от неявной функции по обобщенным координатам; $\mathbf{V}$ – абсолютные скорости центра выходного звена; $\boldsymbol{\omega}$ – обобщенные скорости во вращательных шарнирах.

Таким образом, получаем следующий вид матриц Гослена – Анджелеса, отображающий зависимость обобщенных скоростей в приводах от абсолютных скоростей выходного звена:

$$F_2 = L^2 - \frac{(d - a \cos(\beta + \alpha) - b \cos(\alpha) + \cos(\beta - \alpha))^2}{4} - a \cos(\beta + \alpha)^2,$$

$$F_3 = L^2 - \frac{(d - a \cos(\beta + \alpha) - b \cos(\alpha) + \cos(\beta - \alpha))^2}{4} - a \cos(\beta + \alpha)^2,$$

$$F_4 = x - L_1 \sin(\beta) - q_4 \cos(\beta),$$

$$F_5 = y - q_5 \cos(\alpha) + \frac{L_1 \sin(\alpha)}{\cos(\beta)} - \frac{x \sin(\beta) \sin(\alpha)}{\cos(\beta)}. \quad (29)$$

Решим задачу, задав координаты центра выходного звена:

$$\alpha = 0; \beta = 0; x = 0; y = 0; z = 1. \quad (30)$$

Подставив значения координат выходного звена в решение обратной задачи для данного механизма, получаем значения обобщенных координат q :

$$q_1 = 0,1; q_2 = 0,478; q_3 = 0,478; q_4 = 0; q_5 = 0. \quad (31)$$

Используя полученные результаты, находим следующую зависимость для абсолютных скоростей выходного звена и обобщенных скоростей приводов:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,167 & 0,556 & 0 & 0 & 1,112 \\ -0,167 & 0,556 & 0 & 0 & 1,112 \\ 0 & -0,1 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,556 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,556 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Зададим вектор абсолютных скоростей:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

и подставим его в соотношение (32). В результате получим следующие обобщенные скорости:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3,3 \\ 3,3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Заключение

В данном исследовании была получена рабочая математическая модель механизма с пятью степенями свободы, решены задачи положений и скоростей. Также были получены частные расчеты при заданных исходных данных. Полученную математическую модель можно использовать для дальнейшего анализа механизма, решения задач динамики, определения рабочей области, а также улучшения существующих моделей и разработки новых, более точных механизмов.

Создание и разработка механизмов параллельной структуры в Институте машиноведения имени А.А. Благодного РАН имеет своей целью обеспечение ряда преимуществ по характеристикам, таким как скорость перемещения, маневренность, полезная нагрузка, точность манипуляций. Приведенные механизмы, разработанные в ИМАШ РАН, позволяют реализовывать современные подходы к созданию и обработке деталей машин на высоком технологическом уровне, что отвечает общемировым требованиям. Рассмотрен механизм параллельной структуры с пятью степенями свободы, имеющий широчайший потенциал применения в аддитивных технологиях, в медицинской сфере и многих других отраслях. Решены задачи о положениях и скоростях.

Список литературы

1. Ганиев Р.Ф. Проблемы механики машин и технологий. Перспективы развития Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Ч. I // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 1. С. 3–20.
2. Григорьянц А.Г., Третьяков Р.С., Фунтиков В.А. Повышение качества поверхностных слоев деталей, полученных лазерной аддитивной технологией // Технология машиностроения. 2015. № 10. С. 68–73.
3. Пермяков М.Б., Пермяков А.Ф., Давыдова А.М. Аддитивные технологии в строительстве // European Research. 2017. № 1 (24). С. 14–15.
4. Глазунов В.А. Механизмы параллельной структуры и их применение: робототехнические, технологические, медицинские, обучающие системы. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2018. – 1036 с.
5. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // ДАН. 2014. Т. 459. № 4. С. 1–4.
6. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Теоретические основы робототехники. М.: Наука, 2006. Кн. 1: 382 с.; Кн. 2: 375 с.
7. Чунихин А.Ю., Глазунов В.А. Разработка механизмов параллельной структуры с пятью степенями свободы, предназначенных для технологических роботов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 4. С. 3–11.
8. Патент РФ на полезную модель № 160127. Пространственный механизм с пятью степенями свободы. Чунихин А.Ю., Глазунов В.А., Скворцов С.А., Духов А.В. В25J 1/00, Заявка 2015106848/02, 27.02.2015. Оп. 10.03.2016. Бюл. № 7.
9. Ющенко А.С. Коллаборативная робототехника – новые задачи и решения // Десятая Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2017). Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции в 3-х томах. 2017. С. 137–139.
10. Григорьянц А.Г., Шишов А.Ю., Фунтиков В.А. Технологии локальной лазерной обработки электротехнической анизотропной стали диодными лазерами прямого действия // Технология машиностроения. 2017. № 8. С. 37–42.
11. Филиппов Г.С., Глазунов В.А. Перспективы применения механизмов параллельной структуры в аддитивных технологиях изготовления центрального тела сопла турбореактивного двигателя, высокопрецизионных хирургических манипуляциях, зондовой диагностике плазменных потоков // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 3. С. 121–128.
12. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Филиппов Г.С. Актуальные проблемы машиноведения и пути их решения. Волновые и аддитивные технологии, станкостроение, роботохирургия // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 5. С. 16–25.
13. Ceccarelli M. Mechanism Design for Robots // The 11th IFToMM International Symposium on Science of Mechanisms and Machines. 2014. PP. 1–8.
14. Formalskii A.M. Unstable Mechanical Objects: Motion Control, Stabilization // Horizon Research Publishing Corporation. Universal Journal of Mechanical Engineering. 2017. Т. 5. № 5. С. 150–169.

ФИЛИППОВ Глеб Сергеевич E-mail: filippov.gleb@gmail.com Тел.: (495) 623-70-23	Кандидат физико-математических наук, заместитель директора Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: теория механизмов и машин, тепловое излучение в авиации, зондовой диагностики плазменных потоков. Автор более 40 научных работ, в том числе двух монографий и двух патентов.
ГЛАЗУНОВ Виктор Аркадьевич E-mail: vaglznv@mail.ru Тел.: (495) 628-87-30	Доктор технических наук, профессор, директор Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: теоретические и экспериментальные исследования в области теории механизмов и машин. Автор 350 публикаций.
ЛАКТИОНОВА Мария Михайловна E-mail: info@imash.ru Тел.: (495) 628-87-30	Аспирант Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: теория механизмов и машин. Автор 10 публикаций.
ТЕРЕХОВА Анна Николаевна E-mail: anya-terehova@bk.ru Тел.: (495) 628-87-30	Кандидат технических наук, научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: теория механизмов и машин. Автор 15 научных публикаций.
ГАВРИЛИНА Любовь Васильевна E-mail: griboedova04@mail.ru Тел.: (495) 625-37-82	Научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: теория механизмов и машин. Автор 36 научных публикаций.