

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРУШАЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ СОСУДА С ПАТРУБКОМ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА

В.Н. Скопинский, С.А. Гавренков

В статье рассмотрена процедура нелинейного анализа цилиндрического сосуда давления с патрубком для определения давления пластического разрушения. Полный нелинейный анализ проводится с применением метода конечных элементов с учетом больших перемещений и пластических деформаций. Для расчетного анализа применяется программный комплекс ANSYS, при конечно-элементном моделировании конструкции используются трехмерные восьмиузловые элементы с 24 степенями свободы. Нелинейный анализ проводится с использованием итерационной процедуры Ньютона – Рафсона. Расчетное значение разрушающего давления определялось как максимальное значение нагрузки, при котором достигалась сходимость итерационного процесса. В качестве примера рассмотрен расчет экспериментальной модели сосуда давления с радиальным патрубком. Приведена расчетная характеристическая кривая нагружения, выражающая зависимость между нагрузкой (давлением) и максимальной интенсивностью пластической деформации. Сравнение полученного расчетного разрушающего давления с экспериментальными данными показало их достаточно хорошее соответствие. Выполнен анализ вычислительных затрат на полный нелинейный конечно-элементный расчет с применением процедуры Ньютона – Рафсона, приведен график, показывающий изменение времени расчета при увеличении давления.

Ключевые слова: сосуд давления, патрубок, нагрузка пластического разрушения, нелинейный анализ, метод конечных элементов.

DEFINITION OF BURST PRESSURE FOR VESSEL WITH NOZZLE USING FINITE ELEMENT ANALYSIS

V.N. Skopinsky, S.A. Gavrenkov

In this paper, the procedure of nonlinear analysis of a cylindrical pressure vessel with a nozzle for determining the plastic failure pressure is considered. A full nonlinear analysis was performed using the finite element method assuming large displacements and plastic deformations. Computer program ANSYS was applied for numerical analysis, finite-element modeling of a structure was performed by means of three-dimensional eight-node elements with 24 degrees of freedom. Nonlinear analysis was conducted by use of the Newton – Raphson iterative procedure. The calculated value of the burst pressure was determined as the maximum value of the load at which the convergence of the iterative process was achieved. As an example, the analysis of the experimental model of a pressure vessel with a radial nozzle was considered. The calculated characteristic loading curve as the relationship between the load (pressure) and the maximum intensity of plastic strain is given. Comparison of the calculated burst pressure with the experimental data showed that good agreement exists between them. The analysis of computational costs for a full nonlinear finite element analysis by use of the Newton – Raphson procedure was performed, and a graph showing the change in the calculation time with increasing pressure is given.

Keywords: pressure vessel, nozzle, plastic failure load, nonlinear analysis, finite element method.

Введение

Сосуды давления с патрубками или штуцерами широко применяются в различных промышленных отраслях (химическое и нефтехимическое машиностроение, газовая и нефтегазовая отрасли, энергетическое машиностроение, ракетно-космическая техника и др.). Одной из задач проектирования сосудов давления является предотвращение различных возможных повреждений и обеспечение безопасной эксплуатации сосудов. Практически это реализуется за счет ограничения напряжений, деформаций и проектных нагрузок сосудов в пределах их допустимых значений для режимов эксплуатации сосудов. Тем не менее, при избыточном статическом внутреннем давлении (основной эксплуатационной нагрузке) материал сосудов может испытывать значительные пластические деформации, вследствие чего может происходить разрушение сосуда в области концентрации напряжений, которой является область сопряжения патрубка и сосуда. В связи с этим оценка максимального значения внутреннего давления (разрушающего давления), которое способен выдержать сосуд с патрубками или штуцерами, а также выявление места начала разрушения является важным аспектом при проектировании сосудов.

Существуют различные методы и подходы для оценки допускаемых нагрузок при эксплуатации сосудов давления с патрубками, в частности, отраженные и в национальных стандартах [1–4]. Однако проблема определения предельных нагрузок по-прежнему обсуждается в научных публикациях, чему способствует как практическая необходимость, так и новые возможности, открывающиеся вследствие развития расчетных методов анализа, позволяющие использовать теоретические модели, наиболее близкие к реальным конструкциям.

Для изготовления сосудов давления обычно применяются пластические металлические сплавы (стали, алюминиевые сплавы, титановые сплавы) с относительно высокими характеристиками пластичности. Поэтому возможное разрушение сосуда чаще всего рассматривается как пластическое, которому предшествуют значительные пластические деформации. В связи с этим для пластического анализа сосуда необходима наиболее полная информация о диаграмме деформирования конструкционного материала.

Научные исследования по определению разрушающего давления для сосудов с па-

трубками, включающие получение экспериментальных данных при испытаниях моделей, разработку эмпирических формул, проведение нелинейного расчетного анализа начались сравнительно давно.

В работе [5] представлены результаты испытаний до разрушения 13 стальных цилиндрических сосудов с патрубками при нагружении давлением. Влияние кольцевого дефекта на разрушающее давление изучалось по результатам проведенных испытаний для 11 моделей сферических сосудов с радиальным пропущенным патрубком [6]: кольцевые дефекты различной глубины выполнялись на внешней поверхности сосуда возле патрубка; сосуды были изготовлены как из стали, так и из алюминиевого сплава.

Поскольку экспериментальные исследования являются весьма дорогостоящими, с развитием методов численного анализа, в первую очередь метода конечных элементов (МКЭ), актуальной задачей стало применение таких методов при изучении рассматриваемой проблемы. В последние годы опубликован ряд работ по расчетному определению разрушающего давления с использованием нелинейного конечно-элементного анализа и известных программных комплексов (*ANSYS*, *ABAQUS*, *ADINA*). При этом для верификации методологии численного анализа полученные результаты для расчетного наибольшего (разрушающего) давления сравнивались с экспериментальными данными из испытаний специально изготовленных модельных цилиндрических сосудов с патрубками [7–12]. В этих работах рассмотрены модели сосудов с радиальным, нерадиальным и тангенциальным патрубками, а также и укрепленный накладкой сосуд с радиальным патрубком. В статье [13] представлены результаты параметрического расчетного нелинейного анализа, выполненного с использованием программы *ANSYS*, которые сравниваются с данными, полученными по различным эмпирическим формулам. Использование МКЭ для определения разрушающего давления для сосуда с двумя патрубками, расположенными на цилиндрическом корпусе и сферическом днище, рассматривается в работе [14]. Полный трехмерный нелинейный конечно-элементный анализ проводится с использованием восьмиузловых шестигранных элементов в программе *ANSYS-APDL*. Отмечается, что применение итерационного алгоритма Ньютона – Рафсона приводит к расходимости численного реше-

ния при определении разрушающей нагрузки; устойчивое решение было получено только при использовании алгоритма дуговых длин (*arc-length method*). Результаты экспериментальных и расчетных исследований цилиндрического сосуда с двумя эллиптическими днищами и патрубком немалого диаметра на корпусе представлены в статье [15]. Численный нелинейный анализ проводился с использованием программы *ANSYS*, получено удовлетворительное соответствие расчетных значений разрушающего давления экспериментальным данным.

Целью данной работы является оценка возможности применения метода Ньютона – Рафсона для полного нелинейного конечно-элементного анализа сосуда давления с патрубком при расчетном определении разрушающей нагрузки и локальной зоны предполагаемого пластического разрушения, сравнение расчетных результатов с известными экспериментальными данными, а также оценка вычислительных затрат нелинейного решения при выбранной итерационной процедуре.

Геометрия и свойства материалов расчетной модели

Как показывают опубликованные результаты вышеуказанных экспериментальных исследований, сосуд и патрубок к моменту разрушения испытывают значительные пластические деформации и существенное изменение геометрии оболочек в области пересечения и вблизи нее. Поэтому наиболее общим подходом для расчетного анализа таких конструкций является

применение МКЭ в трехмерной нелинейной постановке с учетом больших пластических деформаций и перемещений.

В данной работе при теоретическом исследовании цилиндрический сосуд давления с патрубком представляется в виде модели пересекающихся оболочек [16]. Численный анализ пересекающихся оболочек выполняется для определения максимальной нагрузки, при которой итерационная процедура нелинейного решения перестает сходиться [17, 18]. Это означает, что при незначительном увеличении нагрузки наблюдается неограниченный рост деформаций в наиболее напряженной области конструкции, где материал испытывает наиболее сильное пластическое течение. Нагрузка, отвечающая этому пластическому течению материала, называется нагрузкой пластического разрушения [19]. Такое состояние в вычислительной процедуре может быть реализовано при полном нелинейном анализе с учетом больших перемещений, отражающих значительное изменение геометрии оболочек вследствие пластического деформирования, и с использованием полной диаграммы истинных напряжений материала (до точки разрыва).

В целях верификации применяемых расчетных моделей и конечно-элементного моделирования для определения разрушающего давления, нелинейный анализ по МКЭ проводился для одной из экспериментальных моделей цилиндрического сосуда с патрубком [12].

Опытная модель представляла собой цилиндрический сосуд с радиальным патрубком, расположенным посередине (рис. 1, а) [12].

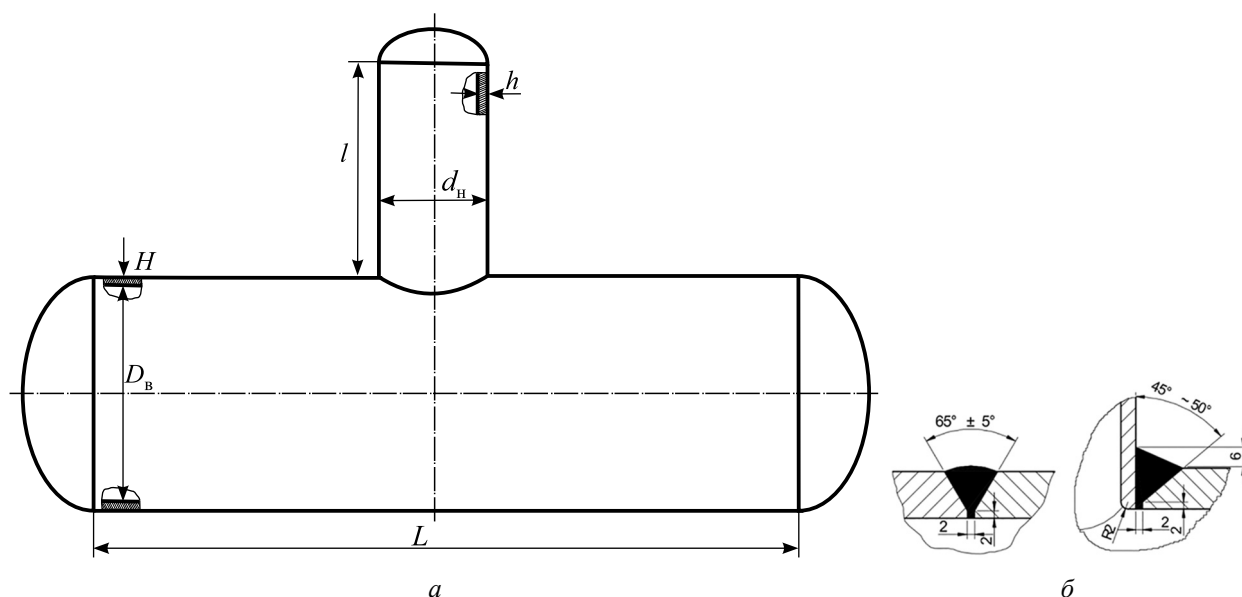


Рис. 1. Геометрия цилиндрического сосуда давления с радиальным патрубком (а) и сварных швов (б)

Геометрические размеры экспериментальной модели следующие:

$$D_b = 400 \text{ мм}, d_n = 133 \text{ мм}, H = 5,4 \text{ мм}, \\ h = 4,3 \text{ мм}, L = 800 \text{ мм}, l = 300 \text{ мм},$$

где D_b , H – диаметр внутренней поверхности и толщина стенки сосуда; d_n , h – диаметр наружной поверхности и толщина стенки патрубка; L – длина цилиндрической части сосуда; l – длина патрубка.

Таким образом, экспериментальная модель как радиальное соединение пересекающихся цилиндрических оболочек характеризуется следующими относительными геометрическими параметрами [16]:

$$D/H = 75,1, d/D = 0,317, d/h = 29,9, \\ h/H = 0,8,$$

где D , d – диаметры срединных цилиндрических поверхностей сосуда и патрубка соответственно.

Сварные швы между днищами и оболочками, а также между патрубком и сосудом имели формы и размеры, показанные на рис. 1, б.

Цилиндрический корпус сосуда изготовлен из малоуглеродистой стали марки Q235-A, патрубок – из малоуглеродистой стали марки 20#. Механические свойства этих материалов приведены в табл. 1, где σ_T – предел текучести; σ_B – предел прочности; E – модуль продольной упругости; δ_5 – относительное удлинение при разрыве. Механические свойства и диаграммы деформирования материалов были получены при испытании образцов на испытательной машине Nelson-5869.

В работе [12] приведены диаграммы истинных напряжений указанных материалов, но для стали Q235-A до деформации $\epsilon_n = 0,235$, а для стали 20# до деформации $\epsilon_n = 0,2$. Для получения более полных диаграмм при данном исследовании использована их линейная аппроксимация до точки разрыва, координаты которой вычислялись по формулам [20]:

$$\epsilon_{ки} = \ln\left(\frac{1}{1 - \psi_k}\right), S_k \cong \sigma_B(1 + 1,4\psi_k), \quad (1)$$

где $\epsilon_{ки}$ – истинная деформация в точке разрыва; S_k – истинное сопротивление разрыву; ψ_k – относительное поперечное сужение.

Таблица 1

Механические свойства материалов экспериментальной модели № 1

Структурная часть сосуда	Материал	σ_T , МПа	σ_B , МПа	E , ГПа	δ_5 , %
Цилиндрический корпус	сталь Q235-A	332	490	202	23,1
Патрубок	сталь 20#	316	472	212	30,5

Таблица 2

Диаграмма истинных напряжений стали Q235-A

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ	0	0,00164	0,00262	0,007735	0,0155	0,0207	0,0407	0,0634
σ , МПа	0	332	332	340,7	349,3	372,3	419,7	461,5
№ точки	9	10	11	12	13	14	15	
ϵ	0,0872	0,1253	0,16	0,1878	0,22	0,231	1,05	
σ , МПа	493,7	528,9	557	572,2	588	592	936	

Таблица 3

Диаграмма истинных напряжений стали 20#

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ϵ	0	0,00149	0,00214	0,0049	0,01095	0,0205	0,0363	0,0559	0,0757
σ , МПа	0	316	332	336,8	337,6	373,8	426,9	469,7	502,9
№ точки	10	11	12	13	14	15	16	17	
ϵ	0,0976	0,116	0,1335	0,151	0,1684	0,1827	0,199	1,05	
σ , МПа	528,4	545,7	561	572,2	580,4	588	594	901,5	

Значения ψ_k , не приведенные в работе [12], для малоуглеродистых сталей изменяются в небольших пределах. На основе результатов проведенных испытаний образцов некоторых марок таких сталей [21] было принято $\psi_k = 0,65$. В результате, используя данные [12] и значения координат для точки разрыва, полученные по формулам (1), для расчетного анализа использовались диаграммы истинных напряжений в табулированном виде (табл. 2 и 3).

Конечно-элементный нелинейный анализ

Статический нелинейный трехмерный анализ по МКЭ проводился с применением программного комплекса *ANSYS* [22]. Для трехмерного моделирования соединения оболочек использовался шестигранный восьмиузловой конечный элемент *SOLID185* с 24 степенями свободы. Вследствие симметрии задачи для создания конечно-элементной модели (КЭМ) использовалась $\frac{1}{4}$ часть соединения. В расчетной КЭМ не учитывались днища сосуда и патрубка: их влияние заменялось статическими граничными условиями в торцовых сечениях оболочек в виде меридиональных нормальных напряжений $\sigma_s^{(1)}$ и $\sigma_s^{(2)}$, соответственно на торцах сосуда и патрубка:

$$\sigma_s^{(1)} = \frac{pD}{4H} \cdot \left(\frac{D_b}{D}\right)^2, \quad \sigma_s^{(2)} = \frac{pd}{4h} \cdot \left(\frac{d_b}{d}\right)^2,$$

где d_b – диаметр внутренней поверхности патрубка.

Остальные граничные условия для расчетной модели представляют кинематические условия симметрии конструкции.

Для достижения высокой точности в определении максимальной (разрушающей) нагрузки и максимальной деформации, а также локальной зоны предполагаемого пластического разрушения модель разбивалась на достаточно малые конечные элементы в области пересечения оболочек и вблизи нее. Нерегулярное разбиение оболочек и области сварного шва на трехмерные элементы осуществлялось со сгущением конечно-элементной сетки в меридиональном направлении к линиям пересечения поверхностей оболочек (рис. 2, а). По толщине цилиндрический сосуд разбивался на три слоя конечных элементов, патрубок – на два слоя (см. рис. 2, б). В общей сложности конечно-элементная модель расчетной части соединения содержала 62160 элементов и 87398 узлов.

Для решения нелинейной задачи использовалась полная итерационная процедура метода Ньютона – Рафсона. Внутреннее давление прикладывалось по шагам, и на каждом шаге по нагрузке достигалась сходимость итерационного процесса. При нелинейном решении применялся критерий текучести Мизеса, диаграммы истинных напряжений материалов представлялись в виде полигональных аппроксимаций с использованием данных из таблиц 2 и 3. Приращение нагрузки выбиралось неравномерным: по мере увеличения пластической деформации сходимость итерационного процесса замедлялась, поэтому уменьшался шаг по нагрузке. На каждом шаге по нагрузке отслеживалось изменение геометрии оболочек на основе теории больших перемещений.

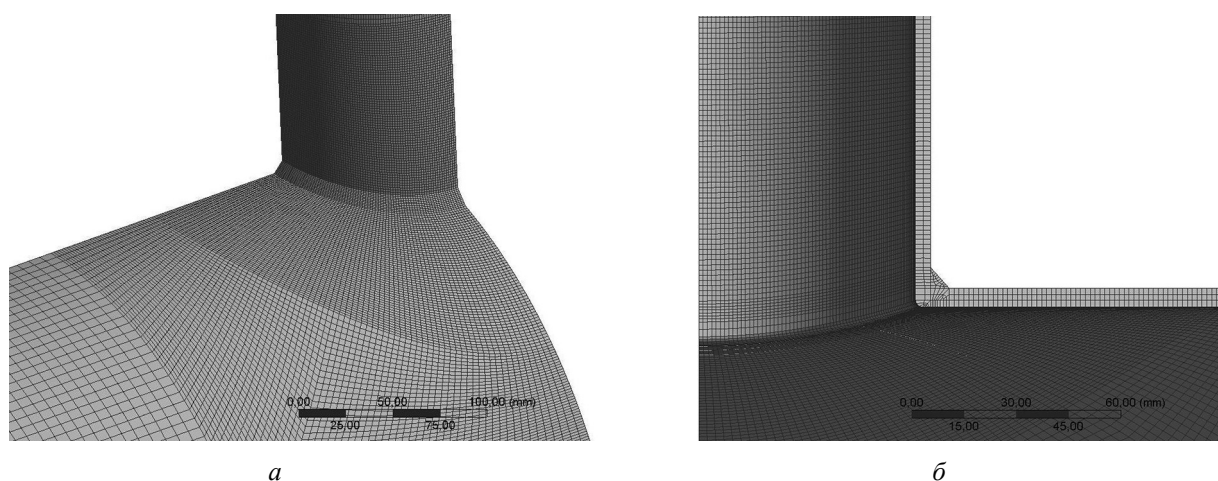
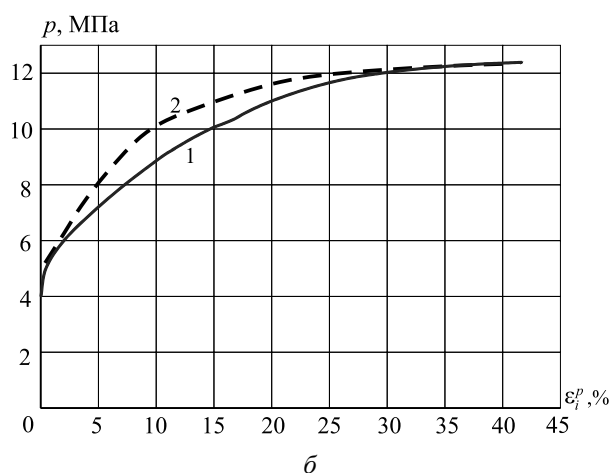
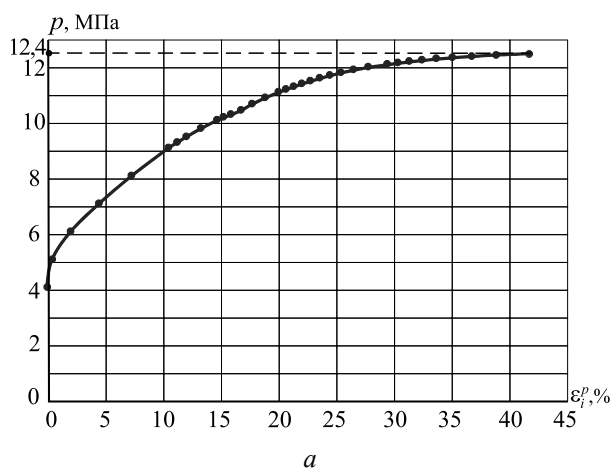


Рис. 2. Фрагменты конечно-элементной модели вблизи области присоединения патрубка к сосуду: а – вид снаружи; б – вид изнутри

Определение нагрузки пластического разрушения

Для графической иллюстрации и контроля расчетного определения максимального (разрушающего) давления строилась характеристическая кривая $p - \varepsilon_i^p$ (давление – максимальная интенсивность пластических деформаций) (рис. 3, а). На графике точками отмечены расчетные значения параметров $(d\varepsilon_i^p, p)$, которые использовались для получения сглаженной кривой.



**Рис. 3. Характеристическая кривая $p - \varepsilon_i^p$
для сосуда с радиальным патрубком,
нагруженного внутренним давлением:**

а – полученная расчетная кривая; б – сравнение
расчетных кривых: 1 – полученная кривая,
2 – расчетная кривая из работы [12]

Максимальная интенсивность пластической деформации имела место в сосуде вблизи сварного шва; уровень пластической деформации в патрубке немного меньше. С ростом давления характеристическая кривая плавно выходит к точке, где касательная к кривой становится горизонтальной, т.е. выполняется условие

$dp / d\varepsilon_i^p = 0$, что в данном случае соответствует максимуму кривой. В этой критической точке кривой (точнее, при данной нагрузке) сходимости итерационного процесса достигнуть не удалось. Поэтому условие $dp / d\varepsilon_i^p = 0$ можно считать математическим условием для критерия пластического разрушения. Таким образом, расчеты показали, что для определения максимальной (разрушающей) нагрузки возможно использование метода Ньютона – Рафсона, так как нет необходимости проводить расчеты при нагрузках за критической точкой характеристической кривой. Это позволяет экономить вычислительные затраты при нелинейном решении задачи по сравнению с использованием метода дуговых длин [13, 14].

Согласно аналитическому критерию разрушения для нелинейного конечно-элементного решения [17, 18], в качестве разрушающего давления $p_{\text{разр}}$ принимается величина нагрузки, при которой достигается максимум кривой $p - \varepsilon_i^p$, что характеризует механизм пластической неустойчивости конструкции в целом. (По-видимому, для рассматриваемой проблемы критерий разрушения точнее следует называть критерием пластической неустойчивости (или неустойчивости) конструкции. Однако термин «критерий разрушения» является устоявшимся термином в литературе, что, скорее всего, определяется очевидной связью математической величины, которая находится в ходе вычислительной процедуры, с физической величиной максимальной нагрузки, наблюдаемой при разрушении реальной конструкции.)

Расчетное значение разрушающего давления получилось равным $p_{\text{разр}} = 12,4$ МПа, что хорошо соответствует экспериментальному значению $p_{\text{разр}}^{\text{э}} = 12,5$ МПа, полученному при испытании модели сосуда [12].

В работе [12] приведена расчетная характеристическая кривая, также полученная с использованием программы *ANSYS* и нелинейного конечно-элементного решения; при этом расчетное значение разрушающего давления составило 12,31 МПа. Сравнение двух расчетных кривых представлено на рис. 3, б: они достаточно хорошо согласуются.

Нелинейный анализ может использоваться не только для определения разрушающей нагрузки, но и положения места предполагаемого разрушения. В работе [18] на основе расчетных и экспериментальных исследований торовой оболочки, нагруженной внутренним давлением,

было предложено положение начала разрушения связывать с местом наибольшей средней по толщине эквивалентной пластической деформации (интенсивности пластических деформаций). Это условие также подтверждается результатами расчетных и экспериментальных исследований и для соединений пересекающихся оболочек [12].

Результаты проведенного расчетного анализа показывают, что зона наибольшей средней по толщине интенсивности пластических деформаций расположена на сосуде вблизи сварного шва и смещена от продольной вертикальной плоскости симметрии модели в окружном направлении сосуда на угол $12,2^\circ$ (рис. 4).

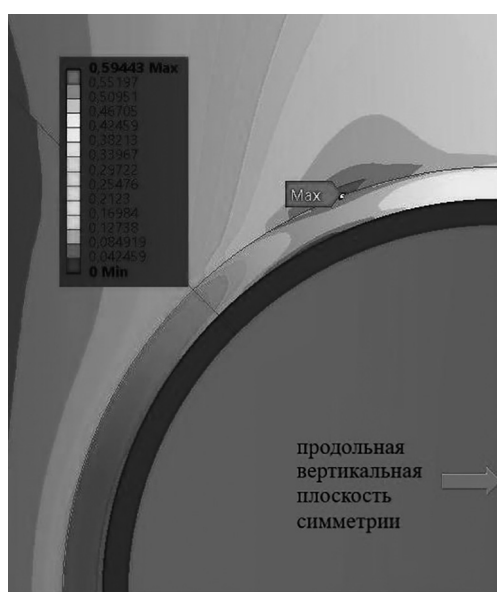


Рис. 4. Распределение средней интенсивности пластической деформации в сосуде вблизи патрубков и положение их максимума

В работе [12] отмечается, что при испытании сосуда с радиальным патрубком зона разрушения наблюдалась при угле $15,5^\circ$, а разрушение носило характер пластического разрыва. Полученные расчетные результаты для положения зоны разрушения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для опытной модели.

Таким образом, проведенный конечно-элементный нелинейный анализ для цилиндрического сосуда с радиальным патрубком показал достаточно хорошее соответствие теоретических значений разрушающего давления и положения места пластического разрушения экспериментальным результатам: расхождение для давления $p_{\text{разр}}$ составило 0,8 %, а для углового

положения места разрушения – 21,3 %. Это говорит о практической возможности методов полного нелинейного анализа предсказывать давление пластического разрушения в цилиндрическом сосуде с патрубком.

Вычислительные затраты нелинейного решения

Анализ итерационного процесса нелинейного конечно-элементного решения отчетливо показал неравномерность вычислительных затрат для его сходимости на разных стадиях нагружения. При малых нагрузках, когда пластические деформации начали развиваться в оболочках в области присоединения патрубка к сосуду и вблизи нее, итерационный процесс сходил достаточно быстро, и можно было использовать относительно большой шаг по нагрузке. По мере увеличения нагрузки и соответствующего увеличения пластической деформации в материалах сосуда и патрубка и ее распространения по конструкции сходимость достигалась все медленнее, поэтому использовались все меньшие шаги по нагрузке. Это видно из расчетной кривой $p - \varepsilon_i^p$ (см. рис. 3, а), отражающей эти особенности итерационного процесса.

На рис. 5 приведен график, показывающий изменение вычислительных затрат (времени t) при увеличении нагрузки (давления p) в ходе итерационного процесса нелинейного решения для достижения его сходимости.

При давлении $p > 8$ МПа начинается заметный рост вычислительных затрат, что связано со значительным развитием пластической деформации в оболочках и, как следствие, необходимостью уменьшения шага по нагрузке (см. рис. 3, а). При нагрузке, приближающейся

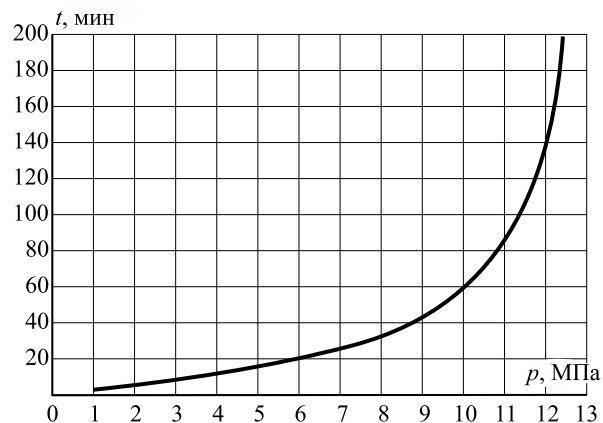


Рис. 5. Зависимость временных затрат t для итерационного процесса от величины давления p

ся к давлению пластического разрушения, наблюдается существенное увеличение времени расчета уже на довольно малых шагах нагружения, и это время расчета составляет основные вычислительные затраты, хотя очевиден физический процесс деформирования конструкции вплоть до разрушения.

Заключение

В работе представлены результаты нелинейного конечно-элементного анализа и определения давления пластического разрушения для сосуда давления с патрубком. С помощью программы *ANSYS* выполнен полный нелинейный анализ экспериментальной модели сосуда давления с радиальным патрубком, учитывающий большие пластические деформации и значительное изменение геометрии оболочек вследствие больших перемещений в них. Значение давления пластического разрушения определялось как максимальное значение нагрузки, при котором достигалась сходимость итерационного процесса. Для контроля правильности нахождения давления разрушения целесообразно строить характеристическую кривую, определяющую в графической форме зависимость между величиной давления и максимальной интенсивностью пластической деформации.

Следует отметить, что полный нелинейный анализ позволяет не только определять предельную (разрушающую) нагрузку, но и локальную зону предполагаемого пластического разрушения. В целом, это дает более полезную и практическую информацию при проектировании сосудов давления и для оценки их эксплуатационного ресурса, чем при использовании классического предельного анализа или категорий напряжений.

Список литературы

1. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code. Sections II and VIII. New York, 2004.
2. BSI. PD 5500:2006 Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels. London: British Standards Institution, 2006.
3. EN 13445. Unfired Pressure Vessels. Part 3: Design. European Committee for Standardisation (CEN), 2002.
4. ГОСТ Р 52857.3–2007 «Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Укрепление отверстий в обечайках и днищах при внутреннем и внешнем давлениях».
5. Cottam W.J. and Gill S.S. Experimental investigation of the behavior beyond the elastic limit of flush nozzle in cylindrical pressure vessels // J. Mechanical Engineering Science. 1966. Vol. 8. No. 3. P. 330–354.
6. Kitching R., Lim C.C., Robinson M. Experimental limit and burst pressures for spherical shells with defects adjacent to nozzles // Int. J. Pres. Vessels and Piping. 1991. Vol. 46. Iss. 2. P. 167–194.
7. Limit and burst pressures for a cylindrical shell intersection with intermediate diameter ratio / Z.F. Sang, L.P. Xue, Y.J. Lin, G.E.O. Widera // Inter. J. Pres. Vessels and Piping. 2002. Vol. 79. No. 5. P. 341–349.
8. Xue L.P., Widera G.E.O., Sang Z.F. Influence of pad reinforcement on the limit and burst pressures of a cylinder-cylinder intersection // J. Pres. Vessel Technol. 2003. Vol. 125. Iss. 2. P. 182–187.
9. Xue L., Widera G.E.O., Sang Z. Application of FEM analysis methods to a cylinder-cylinder intersection structure // 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 18). Beijing, China, August 7–12, 2005. Paper # F07-4. P. 1329–1340.
10. Xue L., Widera G.E.O., Sang Z. Burst pressure prediction of cylindrical shell intersection // Transactions. SMiRT 19 Conference. Toronto, Canada. August 12–17 2007. Paper # F01/5. P. 1–8.
11. Limit and burst pressures for a cylindrical vessel with a 30 deg-lateral ($d/D \geq 0,5$) / Z.F. Sang, Y.J. Lin, L.P. Xue, G.E.O. Widera // J. Pres. Vessel Technol. 2005. Vol. 127. Iss. 1. P. 61–69.
12. Burst pressure of pressurized cylinders with hillside nozzle / H.F. Wang, Z.F. Sang, L.P. Xue, G.E.O. Widera // J. Pres. Vessel Technol. 2009. Vol. 131. Iss. 4. P. 041204 (13 pages).
13. Xue L.P., Widera G.E.O., Sang Z.F. Parametric FEA study of burst pressure of cylindrical shell intersections // J. Pres. Vessel Technol. 2010. Vol. 132. Iss. 3. P. 031203 (7 pages).
14. LIU Peng-fei, ZHENG Jin-yang, MA Li, MIAO Cun-jian, WU Lin-lin. Calculations of plastic collapse load of pressure vessel using FEA // J. Zhejiang University SCIENCE A. 2008. Vol. 9. No. 7. P. 900–906.
15. Dwivedi N., Kumar V. Burst pressure prediction of pressure vessel using FEA // Inter. J. Engineering Research and Technology (IJERT). 2012. Vol. 1. Iss. 7. P. 1–5.
16. Скопинский В.Н. Напряжения в пересекающихся оболочках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.

17. Gerdeen J.C. A critical evaluation of plastic behavior data and a unified definition of plastic loads for pressure components // WRC Bulletin. 1979. No. 254. P. 1–64.
18. Jones D.P., Holliday J.E., Larson L.D. Elastic-plastic failure analysis of pressure burst tests of thin toroidal shells // J. Pres. Vessel Technol. 1999. Vol. 121. Iss. 2. P. 149–153.
19. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. – 542 с.
20. Когаев В.П., Махутов Н.А, Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: справочник. М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
21. Определение предельного пластического изгибающего момента для сосуда с патрубком / В.Н. Скопинский, Н.А. Берков, А.А. Захаров, А.Д. Емельянова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2011. № 11. С. 45–50.
22. Ansys Inc., «ANSYS Academic Research Mechanical and CFD», License Number 339001, Version 18.1, 2016.

**СКОПИНСКИЙ
Вадим Николаевич**

E-mail: skopin-j@mail.ru
Тел.: (905) 795-07-00

Доктор технических наук, профессор. Сфера научных интересов: механика оболочек, численные методы анализа, линейный и нелинейный анализ пересекающихся оболочек. Автор монографии и свыше 150 научных публикаций.

**ГАВРЕНКОВ
Сергей Алексеевич**

E-mail: gavrenkov@gmail.com
Тел.: (812) 360-57-30

Начальник отдела основного оборудования ООО «Газпром 335». Сфера научных интересов: газовая динамика, численные методы анализа, линейный и нелинейный анализ пересекающихся оболочек, разработка программного обеспечения. Автор свыше 30 научных публикаций.