

УДК: 62-233.2

УСТАНОВИВШИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОГО РОТОРА НА АКТИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ

И.Г. Руковицын

Для выполнения требований по уровням возникающих вибраций упругого ротора, вращающегося в активных электромагнитных подшипниках, необходимо учитывать установившиеся колебания ротора от действия внешних сил возбуждения. В статье рассмотрен ротор турбодетандера на электромагнитных подшипниках, который исследуется на вынужденные колебания, возбуждаемые силами остаточного дисбаланса, зависящими от выбранной для данного ротора точности балансировки. На примере разработанной математической модели упругого ротора турбодетандера проведен анализ установившихся колебаний ротора при помощи средств модального и гармонического анализа, реализованного в форме метода конечных элементов. Приведены результаты исследований вынужденных колебаний ротора турбодетандера с системой активного магнитного подвеса, анализ которых даёт необходимое понимание в вопросах колебаний упругого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках.

Ключевые слова: роторные машины, магнитные подшипники, гармонический анализ, силы дисбаланса, вынужденные колебания ротора.

STEADY-STATE VIBRATIONS OF AN ELASTIC ROTOR ON ACTIVE ELECTROMAGNETIC BEARINGS

I.G. Rukovitsyn

To meet the requirements for the levels of vibration of the elastic rotor rotating in active electromagnetic bearings, it is necessary to take into account the steady oscillations of the rotor from the action of external excitation forces. The article deals with the rotor of a turboexpander on electromagnetic bearings, which is studied for forced oscillations excited by the residual unbalance forces, depending on the balancing accuracy chosen for this rotor. As an example the developed mathematical model of the elastic rotor of the turboexpander was described, there have been studied steady-state oscillations of the rotor by means of modal and harmonic analysis, implemented in the form of the finite element method. There are presented results of forced oscillations study of a turbine expander rotor with an active magnetic suspension system, the analysis of which gives the necessary understanding in the matter of vibrations of the elastic rotor rotating in electromagnetic bearings.

Keywords: rotary machines, magnetic bearings, harmonic analysis, unbalance forces, forced rotor oscillations.

Введение

Создание современных, мощных и сложных роторных машин (РМ) на электромагнитном подвесе связано с решением определенного круга задач, имеющих важное значение для энергомашиностроения. Для улучшения эксплуатационных характеристик РМ с магнитными подшипниками (МП) требуется уделять особое внимание вопросам установившихся

колебаний роторов. Наиболее полное представление об уровнях вибрации РМ на скоростях вращения ротора с системой электромагнитного подвеса могут дать результаты исследования динамических характеристик вынужденных колебаний упругого ротора.

В последнее время активный электромагнитный подвес (АЭМП) стал одним из высокотехнологичных и распространенных типов управ-

ляемых бесконтактных опор для РМ различной мощности и грузоподъемности. Обеспечение устойчивости подвеса ротора и его частей относительно неподвижных (статорных) элементов РМ осуществляется за счет действия магнитных сил. АЭМП представляет собой электро-механическое устройство, предназначенное для уравнивания действующих на ротор сил при помощи электронной системы автоматического управления. Перемещения ротора в бесконтактных магнитных опорах контролируются датчиками положения индуктивного типа. Сигналы с датчиков поступают на блоки регуляторов АЭМП для вычисления необходимых управляющих воздействий для исполнительных устройств (электромагнитов).

В условиях эксплуатации РМ с системой магнитного подвеса появляются сложности с преодолением повышенных уровней вибраций во всем диапазоне скоростей вращения упругого ротора, что служит определяющим фактором работоспособности роторного агрегата. В любом случае максимальные амплитуды перемещений ротора не должны превышать предельного значения, установленного производителем (разработчиком) в требованиях к РМ. В этой связи возникает важная задача о вынужденных колебаниях РМ, образующихся при вращении ротора в результате воздействия инерционных сил от неуравновешенности масс ротора.

Целью данной работы является решение одной из наиболее важных задач динамики упругого ротора на электромагнитных подшипниках: исследование установившихся колебаний ротора от действия гармонических сил возбуждения, обусловленных наличием остаточного дисбаланса после балансировки РМ, а также анализ динамических характеристик, содержащих информацию об амплитудах вибраций на частотах вращения упругого ротора с системой магнитного подвеса.

Математическая модель ротора для анализа вынужденных колебаний

Для описания динамики упругого ротора на податливых опорах с демпфированием существует математическая модель Генри Хомана Джеффкотта [1, 2]. Г.Х. Джеффкотт первым сформулировал задачу по исследованию динамического поведения ротора (рис. 1), совершающего вынужденные колебания, при которых вал ротора выполняет вращательное движение вокруг собственной оси z , а также осуществля-

ет вращения (прецессии) вокруг оси Z , проходящей через центры подшипниковых опор. На рис. 1 угловая скорость вращения ротора, обозначенная как Ω , является скоростью вращения вокруг собственной оси ротора z .

В модели Джеффкотта принимаются следующие допущения: масса вала пренебрежимо мала по отношению к массе диска, а приведенная масса диска m включает в себя как массу вала, так и массу диска. Безмассовый вал ротора считается упругим с некоторой жесткостью, а диск – абсолютно жестким. В модели рассматривается синхронное вращение ротора $\Omega = \omega$, т.е. скорость прецессии ω (скорость вращения вокруг «прямой оси», проходящей через центры опор) совпадает со скоростью вращения ротора Ω . На ротор действует синхронно со скоростью вращения ротора Ω сила дисбаланса, вызванная неуравновешенностью приведенной массы m при имеющемся эксцентриситете e и скорости вращения Ω . Сила возбуждения $m\Omega^2 e$ изображена вектором на рис. 1.

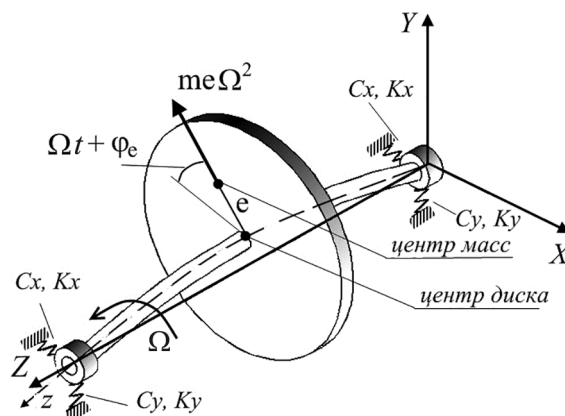


Рис. 1. Модель упругого ротора (модель Джеффкотта)

Движение центра диска описывается двумя поступательными перемещениями в плоскости XY , как показано на рис. 1, с учетом жесткости K_x, K_y и демпфирования C_x, C_y .

При вращении ротора с постоянной скоростью вращения Ω , уравнение движения центра масс получается из следующих уравнений равновесия для двух независимых координат x и y :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2}{dt^2} (x + e \cos(\Omega t + \phi_e)) &= -C_x \dot{x} - K_x x \\ m \frac{d^2}{dt^2} (y + e \sin(\Omega t + \phi_e)) &= -C_y \dot{y} - K_y y \end{aligned} \quad (1)$$

где ϕ_e – фазовый угол положения неуравновешенной массы.

Представленные выше уравнения (1) могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_x x &= me\Omega^2 \cos(\Omega t + \varphi_e) \\ m\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_y y &= me\Omega^2 \sin(\Omega t + \varphi_e) \end{aligned} \quad (2)$$

Из уравнений (2) определяются абсолютные значения перемещений ротора x и y . Уравнения (1) и (2) для данной модели показывают, что движения центра масс в направлениях X и Y являются статически и динамически независимыми и, следовательно, могут быть решены отдельно.

Поскольку все роторы представляются неуровновешенными вследствие наличия некоторого эксцентриситета e , обусловленного точностью балансировки, неоднородностью материала и технологическими ошибками изготовления, то при вращении упругого ротора эксцентриситет e будет служить источником вынужденных колебаний. Таким образом, в модели Джеффкотта сила возбуждения определяется параметрами самой упругой системы, что принципиально отличает ее от гармонической осцилляторной модели, в которой сила возбуждения прикладывается извне.

Гармонический анализ упругого ротора

Модель Джеффкотта была успешно верифицирована по методу конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе *ANSYS Mechanical APDL* [2] при помощи гармонического анализа (ГА), в котором существует возможность задания возбуждения в виде синхронной и несинхронной со скоростью вращения ротора синусоидальной силы [2, 3]. Гармонический анализ, реализованный в *ANSYS*, предназначен для решения уравнений движения в случаях возникновения установившихся колебательных процессов (вынужденных колебаний). В МКЭ для гармонического анализа рассматривается общее уравнение движения [1–5]:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F(t)\}. \quad (3)$$

где $[M]$, $[C]$, $[K]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости системы; $\{\ddot{q}\}$, $\{\dot{q}\}$, $\{q\}$ – векторы ускорений, скоростей и перемещений механической системы; $\{F(t)\}$ – вектор внешних сил, приложенных в узлах конечно-элементной модели.

В гармоническом анализе приложенное воздействие $F(t)$ изменяется во времени гармонически (синусоидально) [2–5]. Чтобы полностью определить гармоническое воздействие, обычно требуются три величины: амплитуда, фазовый угол и частота возбуждения. Рассмотрим гармонический анализ на примере упругого ротора турбодетандера, вращающегося на электромагнитных подшипниках. По имеющимся данным [1, 2] были проведены исследования вынужденных колебаний упругого ротора массой $m = 133$ кг с учетом дисбаланса $D_0 = me = 227$ г·мм, остающегося после балансировки ротора по выбранному классу точности $2.5G$ для группы роторов «газовые и паровые турбины» согласно стандарту ИСО 1940-1-2007 [6]. Общий остаточный дисбаланс учитывается в гармоническом анализе как вектор амплитуды силы возбуждения через ее мнимую и действительную компоненты (рис. 2):

$$\begin{cases} D_{real} = D_0 \cos \varphi \\ D_{imag} = D_0 \sin \varphi \end{cases}$$

Тогда вектор D_0 и фазовый угол φ будут определяться по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} D_0 &= \sqrt{D_{real}^2 + D_{imag}^2}, \\ \varphi &= \arctg\left(\frac{D_{imag}}{D_{real}}\right). \end{aligned}$$

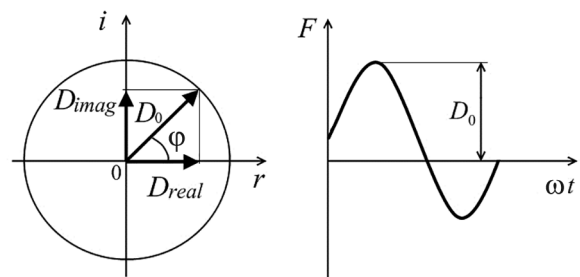


Рис. 2. Мнимая и действительная часть гармонической силы

В общем виде выражения для гармонических сил от остаточного дисбаланса D_0 при скорости вращения ω по соответствующим осям X и Y (см. рис. 1 и 2) записываются как

$$\begin{cases} F_X = D_0 \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ F_Y = D_0 \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi). \end{cases} \quad (4)$$

Таким образом, для задания воздействия $F(t)$ используются упомянутые выше величины: амплитуда D_0 , фазовый угол φ и частота возбуж-

дения ω , а уравнение (3) решается при помощи комплексной математики.

Поставленную задачу рассмотрим на примере ротора турбодетандера, работающего на активных МП, обладающих свойствами автоматического управления жесткостью и демпфированием. Продольная ось упругого ротора, вращающегося в МП (упруго-демпферных опорах), совершает колебания под воздействием инерционных сил с определенной амплитудой в диапазоне рабочей частоты вращения ротора. На возбуждаемых критических частотах амплитуда колебаний ротора увеличивается и снижается с ростом скорости вращения [2, 4, 6].

Диапазон частот, в котором будет производиться анализ установившихся колебаний упругого ротора, выбирается с учетом полученных ранее результатов модального анализа ротора и эксплуатационных характеристик турбомашин [7, 8]. Не имеет смысла выбирать широкий диапазон, т.к. первые две критические частоты ротора ($f_1 = 11$ Гц, $f_2 = 19$ Гц) расположены рядом друг с другом, а следующая за ними критическая частота $f_3 = 397$ Гц находится за рабочим диапазоном скоростей вращения ротора, т.е. $f_3 = 1,7(\omega_{\text{макс.}}/2\pi)$. В процессе работы РМ частоты f_1 и f_2 являются резонансными частотами ротора, для возбуждения которых будут прикладываться синусоидальные силы в местах сосредоточения остаточного дисбаланса D_0 [5–7]. Поскольку частоты f_1 и f_2 соответствуют первым двум формам колебаний ротора как твердого тела, то для их возбуждения потребуется приложить силовые воздействия $F = D_0\omega^2 \sin\omega t$. Общий остаточный дисбаланс D_0 в равных долях сконцентрирован на рабочих колесах (РК) упругого ротора, как показано на рис. 3. Для проведения балансировки ротора по двум плоскостям, достаточно будет использовать РК, которые обладают наибольшим эксцентриситетом [6, 9, 10]. При выполнении расчета центры масс РК (или дисков) выбираются в качестве точек приложения гармонических сил возбуждения.

По двум схемам возбуждения (см. рис. 3) были проведены исследования вынужденных колебаний ротора турбодетандера, и получены результаты в виде амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) для следующих вариантов:

- при постоянном коэффициенте модального демпфирования $\xi = 0,03$ (как для стальных конструкций) на всех формах колебаний ротора, номинальной жесткости опор ротора

$k = 10^6$ Н/м и нулевом вязком демпфировании ($c = 0$) (рис. 4, а);

- при нулевом коэффициенте модального демпфирования ($\xi = 0$), номинальной жесткости опор ротора $k = 10^6$ Н/м и вязком демпфировании $c = 10^3$ Н·с/м (рис. 4, б).

Жесткость k и демпфирование c МП, представленных в качестве упруго-демпферных опор (см. рис. 3), приняты по расчетным значениям, полученным на основании выбора параметров настройки блока регулятора системы автоматического управления магнитным подвесом. Силу F , создаваемую магнитной опорой, математически можно выразить как

$$F = K\Delta W(p),$$

где K – номинальная жесткость МП; Δ – перемещение ротора по одной из поперечных осей; $W(p)$ – передаточная функция блока регулятора.

Номинальная жесткость МП K определяется как произведение квадрата окружной частоты $\omega^2 = 15775$ рад/с², соответствующей первой собственной форме колебаний ротора (как твердого тела) на упругих опорах и массы ротора m , т.е. $K = m\omega^2$. В результате получаем функции жесткости и демпфирования, зависящие от частоты вращения ротора:

$$k = K(20\lg A)\cos\varphi,$$

$$c = \omega^{-1}K(20\lg A)\sin\varphi.$$

где A и φ – амплитуда и фаза передаточной функции $W(p)$.

Представленные АЧХ (см. рис. 4) дают достаточно точную и исчерпывающую информацию об амплитудах установившихся колебаний ротора, полученных по двум способам возбуждения собственных форм колебаний, в выбранном диапазоне частот. Из АЧХ видно, что вторая схема приложения гармо-

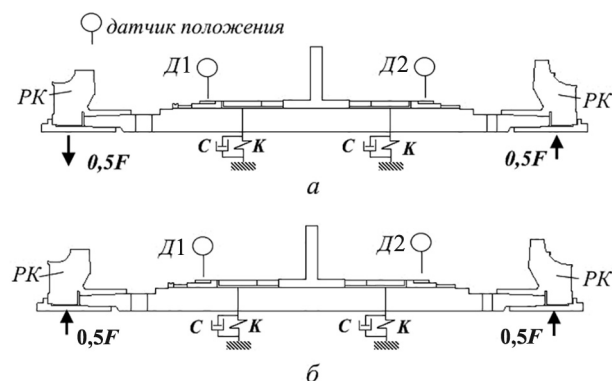


Рис. 3. Первая (а) и вторая (б) схема возбуждения ротора

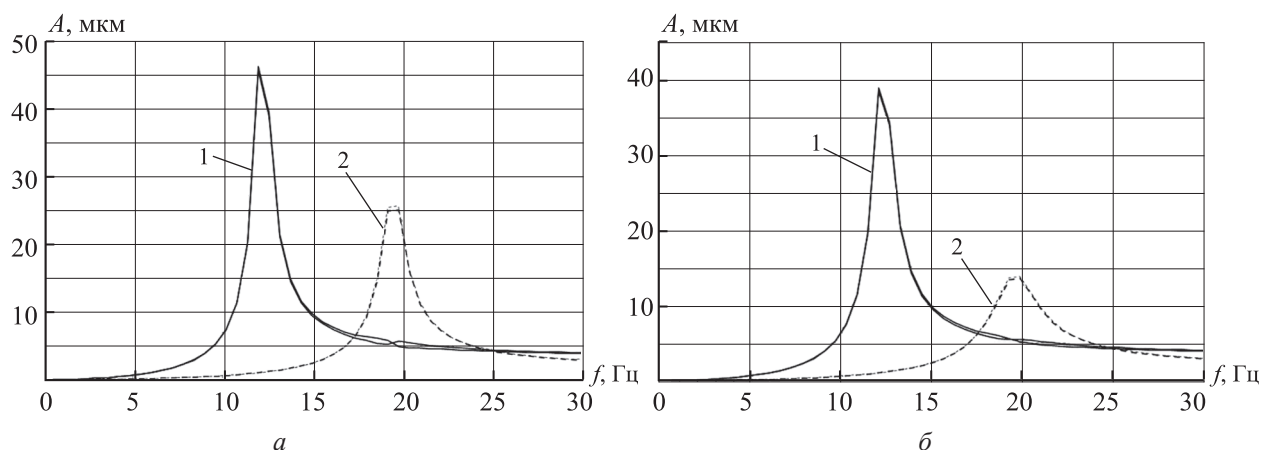


Рис. 4. АЧХ перемещений ротора в местах установки датчиков положения (Д1 и Д2) МП:

1 – первая схема возбуждения; 2 – вторая схема возбуждения;
 $a - c = 0$; $\xi = 0,03$; $k = 106$ Н/м; $b - c = 103$ Н·с/м; $\xi = 0$; $k = 106$ Н/м

нических сил возбуждения, синхронно возрастающих с увеличением квадрата частоты вращения ротора (4), способствует снижению амплитуды вынужденных колебаний упругого ротора почти на 50 %: $A = 14...25$ мкм вместо $A = 39...46$ мкм по первой схеме возбуждения колебаний.

Заключение

В работе рассмотрена модель неуравновешенного однодискового ротора с постоянной жесткостью вала на податливых опорах (модель Джеффкотта), в которой влияние дисбаланса на критические частоты вращения ротора учитывается периодической возмущающей силой с амплитудой, пропорциональной эксцентриситету и квадрату угловой скорости. На основании принятой упрощенной модели проведено исследование гармонических колебаний упругого ротора на МП, обладающего сложной конструкцией с сосредоточенными на РК остаточными дисбалансами, переменной жесткостью вала и распределенными массами. Расчеты и верификация по модели Джеффкотта с использованием МКЭ проводились отдельно (в публикацию не были включены), что позволило удостовериться в правильности полученных результатов по ротору турбодетандера, представленному в статье.

В процессе эксплуатации РМ с системой магнитного подвеса к МП предъявляются требования по допустимым амплитудам вибраций. Активный магнитный подвес обязан обеспечивать стабильную и качественную работу РМ в диапазоне скоростей вращения вала при наличии остаточной неуравновешенности ротора.

В связи с этим был предложен один из подходов в решении важной технической задачи динамики ротора на МП.

Исследование установившихся колебаний упругого ротора с системой магнитного подвеса позволяет, в первую очередь, объяснить причины повышенных амплитуд колебаний ротора на скоростях вращения. На примере подробно разработанной конечно-элементной модели упругого ротора показана возможность учета распределения инерционных сил от остаточного дисбаланса ротора, что является необходимым и важным этапом в решении вопросов усовершенствования систем активных МП для РМ самого различного назначения.

Список литературы

1. Rotor dynamic analysis of 3D-modeled gasturbine rotor in ANSYS. URL: http://www.solid.iei.liu.se/Publications/Master_thesis/2009/LIU-IEI-TEK-A--0900654--SE_JoakimSamuelsson.pdf (дата обращения: 14.04.2019).
2. Rotor dynamic analysis of RM12 jet engine rotor using ANSYS // Department of mechanical engineering Blekinge institute of technology Karlskrona, Sweden, 2012. URL: <https://ru.scribd.com/document/270818534/RotorDynamicAnalysis-of-Rm21-Engine> (дата обращения: 14.04.2019).
3. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин: 3-е изд. М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 476 с.
4. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. – 395 с.

5. Erik Swanson, Chris D. Powell, Sorin Weissman. A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes. URL: <http://www.sandv.com/downloads/0505swan.pdf> (дата обращения: 14.04.2019).
6. ГОСТ ИСО 1940-1-2007. Требования к качеству балансировки.
7. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая Школа, 1980. – 395 с.
8. Руковицын И.Г., Асадулин В.А. Особенности динамики ротора турбодетандера на электромагнитном подвесе // Машиностроение и инженерное образование. 2018. № 3. С. 8–13.
9. Гольдин А.С. Вибрация роторных машин. М.: Машиностроение, 2000. – 344 с.
10. Rao J.S. History of Rotating Machinery Dynamics. New York: Springer, 2011. – 377 p.

**РУКОВИЦЫН
Илья Геннадьевич**

E-mail: irukovitsyn@mail.ru

Тел.: (495) 223-05-23 (доб.1657)

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов» Московского политехнического университета. Сфера научных интересов: динамика и прочность машин, электромеханика и магнитный подвес ротора, технологии искусственного интеллекта в робототехнике. Автор 11 статей, одного изобретения.