

К ПРОБЛЕМЕ СНИЖЕНИЯ ВИБРОАКТИВНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН С РЕОНОМНЫМИ СВЯЗЯМИ И БЛИЗКИМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ПАРЦИАЛЬНЫХ ЧАСТОТ МЕХАНИЗМОВ

И.И. Вульфсон

В статье представлены результаты исследования колебательных систем с перемещающимся центром масс машинного агрегата и близкими значениями частотных характеристик. К таким машинам относятся текстильные, полиграфические, обувные и многие другие технологические машины, для которых переменность положения центра масс приводит к возникновению реономных связей. Это проявляется в нестационарности частотных характеристик привода машины, появлении динамических эффектов, связанных с возбуждением параметрических колебаний и возможностью нарушений условий динамической устойчивости. С целью снижения виброактивности подобных систем в статье предложен способ и изложена методика определения пороговых значений диссипативных параметров. Установлено, что близость парциальных частот механизмов может вызвать нежелательное взаимное возбуждение колебаний подсистем привода машины. Полученные результаты могут быть использованы для повышения производительности машин, точности воспроизведения программного движения рабочих органов, защиты обслуживающего персонала от вибрационной болезни и других отрицательных проявлений колебаний.

Ключевые слова: колебания, виброактивность, параметрическое возбуждение, динамическая устойчивость, биения.

THE PROBLEM OF REDUCTING THE VIBROACTIVITY OF TECHNOLOGICAL MACHINES WITH REONOMIC CONSTRAINTS AND CLOSE VALUES OF MECHANISMS PARTIAL FREQUENCIES

I.I. Vulfson

The article presents the results of the studying oscillatory systems with a moving center of machine unit mass and close values of frequency characteristics. Such machines include textile, printing, shoe and many other technological machines, for which the variability of the center of mass position leads to the appearance of reonomic constraints. This is manifested in the non-stationarity of the frequency characteristics of the machine drive, to the appearance of dynamic effects associated with the excitation of parametric oscillations and the possibility of violation of the dynamic stability conditions. In order to reduce the vibroactivity of such systems, the article proposed a method for determining the threshold values of dissipative parameters. It has been established that the proximity of the partial frequencies of the mechanisms may cause non-desired mutual excitation of vibrations of the machine drive subsystems. The obtained results can be used to increase machine effectiveness, the accurate reproduction of the programmed movement of the working bodies, protect the operating personnel from vibration sickness and other negative oscillation influences.

Keywords: vibrations, reonomic constraints vibroactivity, parametric excitation, dynamic stability, beats.

Введение

Во многих современных технологических машинах с повышенной протяженностью зоны обработки изделия приводы исполнительных органов представляют собой структурно повторяющиеся подсистемы с близкими динамическими характеристиками. К таким машинам относятся текстильные, полиграфические, обувные и многие машины легкой промышленности, в которых возбуждаемые колебания могут привести к появлению дефектов выпускаемой продукции [1–7]. При этом возникают некоторые эффекты, связанные с перекачкой энергии из одной подсистемы в другую и обменом между ними возбуждаемыми формами колебаний. С подобной ситуацией также приходится сталкиваться при работе грузоподъемных и сельскохозяйственных машин. Следует отметить, что рассматриваемая проблема имеет специфические особенности. В частности, нередко возникают так называемые ловушки, когда парциальная частота одной подсистемы медленно изменяется и перекрывает зону «внутреннего резонанса». Если при этом переход энергии из одной подсистемы в другую оказывается необратимым, происходит своеобразный «захват» энергии колебаний [4, 8].

Исследуемая задача близка к ситуации, вошедшей в историю механики как ошибка Лагранжа, который согласно известным математическим положениям считал, что при равенстве собственных частот решение должно включать так называемые вековые члены при амплитудах, пропорциональных времени. В 1858–1859 г. ученые Карл Т.В. Вейерштрасс и О.И. Сомов установили, что в данном особом случае это утверждение ошибочно.

Применительно к задачам механики рассматриваемая проблема освещена в работах [9–12]. Особенно следует выделить лекции академи-

ка Л.И. Мандельштама, в которых отмечается, что при «резонансе» парциальных частот колебания – «заразительные» (кавычки автора сохранены) [9]. Кроме того, из этих лекций следует, что рассматриваемая задача отнюдь не элементарна и требует глубокого анализа. В частности, показано, что «...слабо связать такие системы невозможно, так как всегда имеется сильное взаимодействие» [9]. Этот вывод, не всегда учитываемый в инженерной практике, проиллюстрируем в настоящей работе.

Целью настоящей статьи является анализ зависимости виброактивности технологических систем от периодических перемещений центра масс машинного агрегата при близких частотных характеристиках отдельных подсистем.

Постановка задачи

Рассмотрим две одинаковые подсистемы 1 и 2 (рис. 1), каждая из которых состоит из 16 пластин разной жесткости из-за различного расстояния до места закрепления на стальном основании θ (см. рис. 1, б). Таким образом, пластина подсистемы 1 продублирована в подсистеме 2. Эти обе пластины имеют равные парциальные частоты. На рис. 1, а отображена реакция на возбуждение свободных колебаний одной из пластин подсистемы 1 (см. точку 1). На снимке видны «размазанные» зоны с нечетким воспроизведением концов пластин. Это вызвано возникающими колебаниями, причем, не только в окрестности возбуждаемой пластины, но и у пластин подсистемы 2 с близкой длиной (см. зону 2).

Подобные динамические эффекты отражены в ряде работ автора, посвященных решению задач динамики цикловых машин [3–7]. Такие явления чаще всего проявляются в виде биений внутри кинематического цикла. При этом наблюдается обмен колебательной энергией между подсистемами.

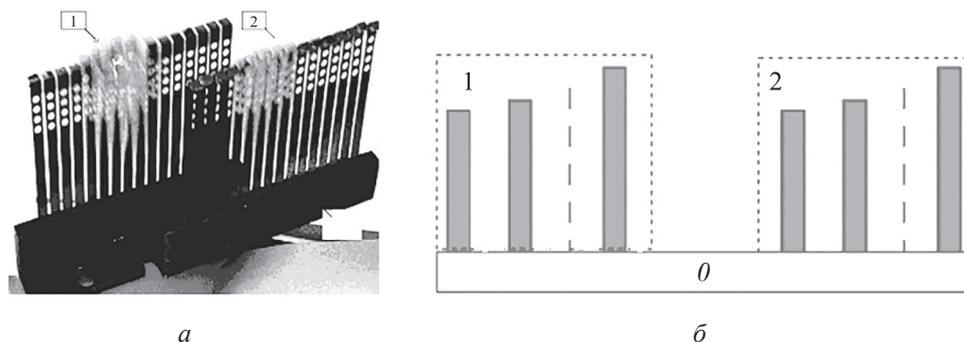


Рис. 1. Анализ связанности подсистем 1 и 2:

а – реакция пластин на возбуждение свободных колебаний; б – закрепление пластин на стальном основании θ

Необходимо отметить, что переменность параметров, вызванная смещением центра масс, характерна для машин, осуществляющих перемещение грузов, а также для многих технологических машин с неравномерным программным движением рабочих органов. В последнем случае при относительно малой массе корпусов, высоких скоростях машин, а также при изменении массы обрабатываемых изделий, это приводит к существенным перемещениям центра масс машинного агрегата, что, в свою очередь, проявляется в росте виброактивности. Особая опасность при этом связана с возможностью потери динамической устойчивости в зонах параметрических резонансов, а также с возникновением режима биений. Основная задача данной статьи состоит в анализе этих режимов и разработке методов их устранения.

Для дальнейшего развития методов анализа приведенных выше систем воспользуемся модификацией одной из динамических моделей, рассмотренной Я.Г. Пановко [12, 13]. На этой модели базируется решение задачи о вертикальных колебаниях кузова автомобиля. В рамках данной статьи мы ограничимся анализом модели этого класса, который позволяет установить наиболее важные факторы, влияющие на снижение виброактивности машин.

Будем рассматривать модель абсолютно твердого тела, установленного на двух вязкоупругих опорах с линейными характеристиками жесткости и демпфирования (рис. 2). Учитываются две степени свободы системы: смещение центра масс в вертикальном направлении y и угол поворота тела α вокруг центра масс (точка O на рис. 2). Предполагается, что горизонтальные инерционные силы, возникающие при перемещениях по оси x , уравновешены.

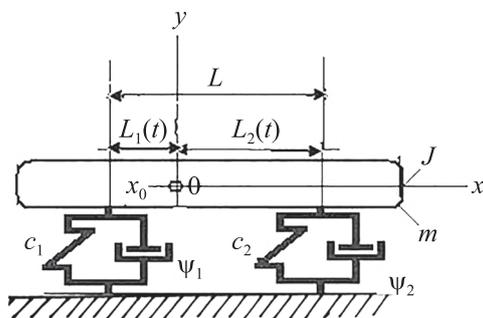


Рис. 2. Динамическая модель абсолютно твердого тела, установленного на двух вязкоупругих опорах

Сначала предположим, что положение центра массы системы может по сравнению с наименьшим периодом собственных колебаний системы медленно перемещаться по оси x . Введем следующие условные обозначения: m – масса тела; J – момент инерции тела относительно его центра массы; c_1, c_2 – коэффициенты жесткости каждой из опор; ψ_1, ψ_2 – коэффициенты рассеяния энергии в каждой из опор; x_0 – центр масс, $L = \text{const}$ – расстояние между опорами; $|L_1(t)|, |L_2(t)|$ – расстояние от каждой из опор до центра массы системы.

В модели Я.Г. Пановко принято, $L_1 = a = \text{const}; L_2 = b = \text{const}$. Тогда, без учета влияния диссипативных сил собственные частоты равны [12]:

$$k_1 = \sqrt{(c_1 + c_2)/m}; k_2 = \sqrt{(c_1 a^2 + c_2 b^2)/J}. \quad (1)$$

При $c_1 a = c_2 b$ и $J/m = ab$ имеем $k_1 = k_2$. Иногда при вынужденных колебаниях равенство частот можно считать достоинством частотной настройки, основываясь на том, что при вынужденных колебаниях вместо двух резонансов в рассматриваемой частотной зоне возникает лишь один резонанс. Однако при импульсных возбуждениях близость парциальных частот, как уже отмечалось, может привести к интенсивным колебаниям, возникающим при перекачке колебаний из одной подсистемы в другую. Подчеркнем, что приведение парциальных частот к близким значениям в данной задаче не служит средством оптимизации динамических характеристик, а является лишь результатом экономически оправданной повторяемости отдельных механизмов, образующих идентичные подсистемы.

В нашем случае некоторое изменение модели, предложенной Я.Г. Пановко, связано с учетом реономных связей, возникающих при движении звеньев механизмов и объектов технологических операций, что приводит помимо перемещения центра масс корпуса машинного агрегата к перераспределению упруго-диссипативных характеристик.

Пусть $a = |L_1(t)|; b = |L_2(t)|$ при $L_1(t) + L_2(t) = L = \text{const}$ (см. рис. 2). Тогда, согласно выражениям (1) в отличие от задачи, рассмотренной выше, «собственные» частоты описываются переменными периодическими функциями. Это требует анализа возможного возбуждения параметрических резонансов и определения условий сохранения динамической устойчивости. Именно выявление влияния этих факторов

на виброактивность системы является одной из основных задач данной статьи.

Динамический анализ

Функция $x(\varphi)$, где φ – безразмерное время, зависит от исходных данных исследуемой машины. Для большей определенности при дальнейшем качественном динамическом анализе конкретизируем функции L_1, L_2 согласно следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} L_1(\varphi) &= L(0,5 + \lambda + \sigma \cos \varphi); \\ L_2(\varphi) &= L(0,5 - \lambda - \sigma \cos \varphi) \quad (\lambda + \sigma < 0,5), \end{aligned} \quad (2)$$

где λ и σ – параметры, соответствующие постоянной и переменной составляющим отклонения координаты центра масс от среднего положения.

Здесь и далее используем переход к безразмерному времени $\varphi = \omega t$ и «безразмерным частотам» $\bar{k}_i = k_i / \omega$, где ω – угловая скорость. (В целях упрощения последней формулы черта над обозначением далее будет опущена.)

Согласно зависимостям (2), при $\sigma = 0$

$$L_1 = L(0,5 + \lambda) = a; \quad L_2 = L(0,5 - \lambda) = b.$$

Тогда задача совпадает со случаем фиксированного неподвижного положения центра масс, рассмотренного Я.Г. Пановко [12]. При $\sigma \neq 0$ в данной задаче

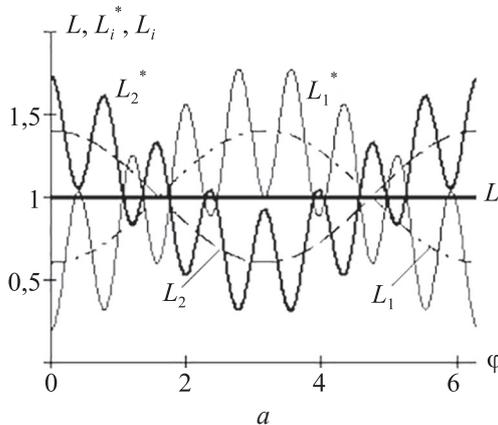
$$L(\lambda + \sigma) = 0,5[L_1(0) - L_2(0)].$$

Отсюда следует

$$\sigma = 0,5[L_1(0) - L_2(0)] / L - \lambda.$$

Отметим, что параметр L не зависит от φ (см. рис. 2).

Зависимости (2) соответствуют распространенному случаю, когда центр масс совершает движение по окружности с радиусом $r = L\sigma$.



Выше были учтены лишь медленные составляющие движения центра масс. Однако, как показано в работах [6, 7, 14], при исследовании параметрического возбуждения нельзя пренебрегать влиянием высших частот. Поэтому наряду с формулами (2) далее будут использованы аналогичные зависимости следующего вида:

$$L_1^* = L_1 + r \cos j\varphi; \quad L_2^* = L_2 + r \cos j\varphi, \quad (3)$$

где j – номер, учитываемой высокочастотной гармоники. (Здесь и ниже звездочка при параметрах обозначает использование функций $L_i^*(\varphi)$, что отвечает учету влияния высокочастотных гармоник).

В качестве обобщенных координат примем вертикальное перемещение центра масс $y = q_1$ и q_2 – угол поворота качающегося объекта с моментом инерции J (см. рис. 2). Для определенности при численной оценке влияния переменности параметров примем $r = 0,4L$, $j = 8$, $c_1 = 100$ Н/м, $c_2 = 30$ Нм.

Согласно этим данным, получены графики, характеризующие горизонтальное перемещение центра масс (рис. 3, а), и графики моментов инерции J и J^* (рис. 3, б) для частного случая, когда каждый из радиусов инерции $\rho = \sqrt{J/m}$, $\rho^* = \sqrt{J^*/m}$ соответственно равен среднему геометрическому между величинами L_1, L_2 и L_1^*, L_2^* .

Переменные собственные частоты без учета высокочастотных гармоник определяются формулами (4) (медленное движение), а при их учете – формулами (5) (быстрое движение):

$$\begin{aligned} k_1(\varphi) &= \sqrt{c_1 L / [m L_2(\varphi)]}; \\ k_2(\varphi) &= \sqrt{c_2 L / [J L_1(\varphi)]}, \end{aligned} \quad (4)$$

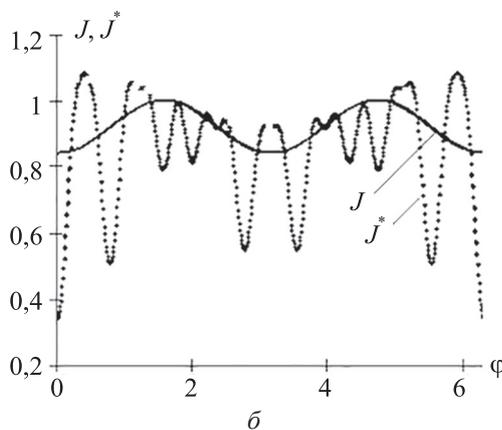


Рис. 3. Зависимости L, L_i^*, L_i (а) и J, J^* (б) от безразмерного времени φ : $i = 1; 2$

$$\left. \begin{aligned} k_1^*(\varphi) &= \sqrt{c_1 L / [m L_2^*(\varphi)]}; \\ k_2^*(\varphi) &= \sqrt{c_2 L / [J^* L_1^*(\varphi)]}. \end{aligned} \right\} (5)$$

На рис. 4 на основании формул (4), (5) построены графики, которые свидетельствуют о близости зон собственных частот. Из-за переменности инерционных параметров формулы (5) не совпадают с аналогичными формулами (1), согласно которым в отличие от данного случая возможно реализовать точное равенство собственных частот.

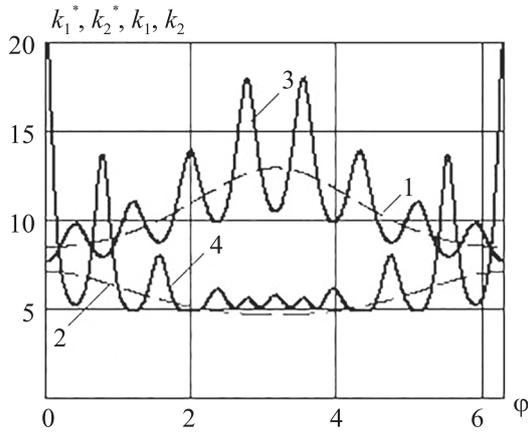


Рис. 4. Зависимость собственных частот k_1, k_2, k_1^*, k_2^* от безразмерного времени φ

Исследуемая динамическая модель описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m q_1'' + 2\delta_1^* m k_1^* q_1' + (c_1 + c_2) q_1 + \\ + (c_1 L_1^* - c_2 L_2^*) q_2 &= Q_1; \\ J^* q_2'' + 2\delta_2^* J^* k_2^* q_2' + (c_1 L_1^* - c_2 L_2^*) q_1 + \\ + (c_1 L_1^{*2} + c_2 L_2^{*2}) q_2 &= Q_2 \end{aligned} \right\} (6)$$

где Q_1, Q_2 – обобщенные силы; $k_1^*(\varphi), k_2^*(\varphi)$ – значения собственных частот; $(...)' = d/d\varphi$; $\delta_i^* = \mathfrak{D}_i^* / (2\pi)$ – коэффициент демпфирования; \mathfrak{D}_i^* – логарифмический декремент.

Результаты моделирования

Проанализируем режимы, отражающие влияние переменности параметров системы на ее устойчивость. На рис. 5–7 приведены результаты компьютерного моделирования системы уравнений (4).

Режим 1. Для более наглядного выявления источника возбуждения сначала не будем учитывать в рассмотрении вынужденные колебания и диссипативные силы ($Q_i = 0; \delta_i = 0$). На рис. 5, а видно нарушение условий динамической устойчивости с характерным для параметрических колебаний экспонентным нарастанием огибающих. Если ограничиться учетом низкочастотных гармоник (см. формулы (2)), то система, в целом, сохраняет динамическую устойчивость (рис. 5, б). На графиках максимуму q_1 соответствует минимум q_2 и наоборот, что свидетельствует о перекачке энергии между подсистемами.

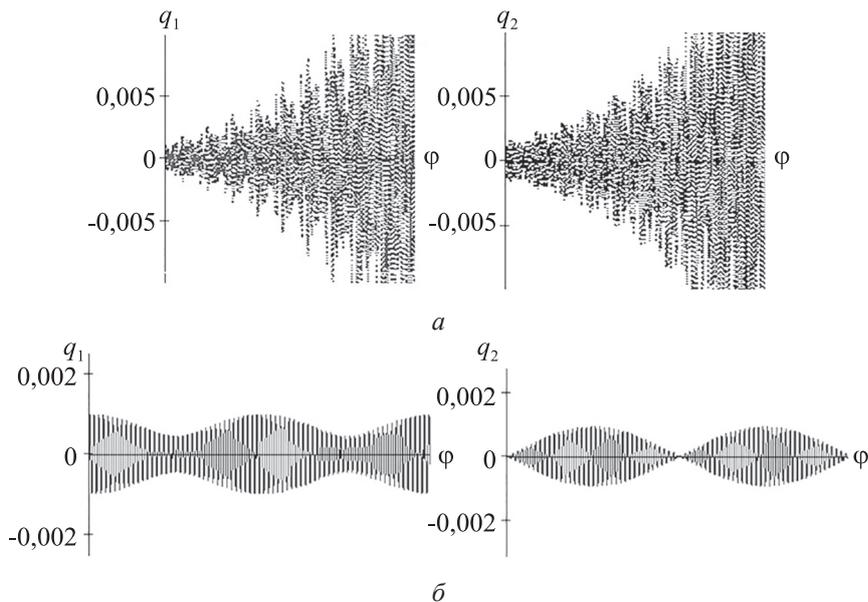


Рис. 5. Зависимости q_1, q_2 при режиме 1 без учета вынужденных колебаний и диссипативных сил (а) и с учетом низкочастотных гармоник (б)

В этом режиме нарушение динамической устойчивости обычно проявляется в виде амплитудной модуляции, когда зона раскочки чередуется с зоной затухания колебаний. Аналогичные результаты были экспериментально получены В.В. Болотиным [1]. В некоторых случаях рост амплитуд может быть настолько интенсивным, что представляется целесообразным исключить возможность возникновения подобных зон [4].

Условия динамической устойчивости. При аналитическом определении условий динамической устойчивости воспользуемся прямым методом Ляпунова. Этот метод при решении ряда задач динамики машин был успешно применен в работах [4–6]. Строго говоря, при этом следует предварительно перейти к квазинормальным координатам. Эта процедура при учете переменности параметров имеет некоторые особенности [11]. Однако, как показал частотный анализ, в нашем случае при учете приведенных выше дополнительных условий рассматриваемая динамическая модель позволяет использовать для оценки в первом приближении критического уровня диссипации следующее уравнение:

$$q_i'' + 2\delta_i^*(\varphi)k_i^*q_i' + k_i^{*2}(\varphi)q_i = 0.$$

В качестве функции Ляпунова примем квадрат амплитуды свободных колебаний при «замороженных» коэффициентах $\Phi = q_i^2 + q_i'^2/k_i^2$ [4, 15]. Согласно второй теореме Ляпунова, достаточным условием для асимптотической

устойчивости является $\Phi' < 0$. Это условие можно привести к виду:

$$\delta_i^* > -(k_i^*)'/(2k_i^{*2}); \delta_i > -k_i'/(2k_i^2). \quad (7)$$

На графиках на рис. 6 видна «плотность» и степень интенсивности параметрического возбуждения при воздействии «быстрых» ($\delta_i^*(\varphi)$) и «медленных» (δ_i) гармоник. При высокочастотном возбуждении критический уровень диссипации примерно на порядок выше, чем при низких частотах. Это нашло отражение в существенной разнице колебаний, показанных на рис. 5, а (неустойчивый режим) и рис. 5, б (устойчивый режим).

Режим 2. Для данного режима учтены усредненные значения пороговых диссипативных коэффициентов $\bar{\delta}_i^* = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \delta_i^* d\varphi$,

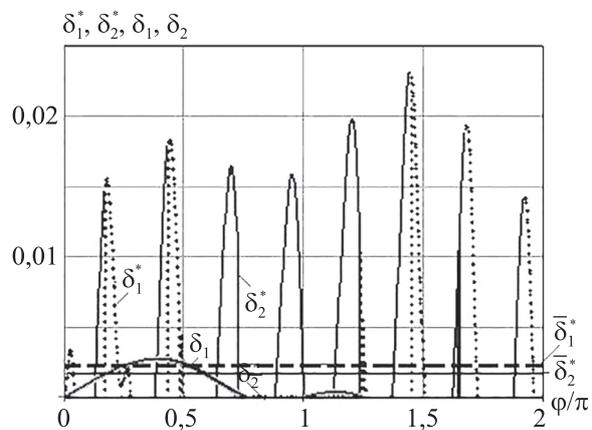


Рис. 6. Зависимости пороговых значений коэффициентов демпфирования

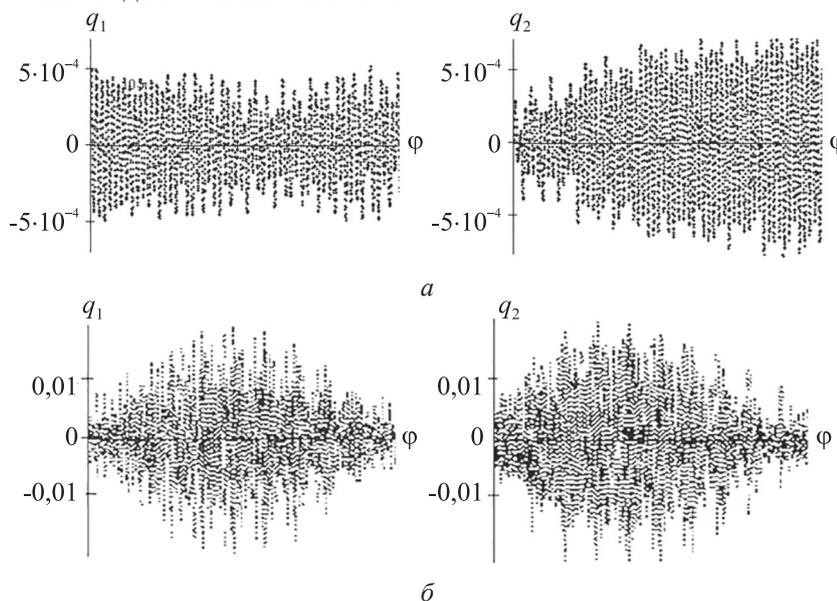


Рис. 7. Зависимости q_1, q_2 при режиме 2:

а – энергия компенсируется диссипативными силами;
б – локальные нарушения условий динамической устойчивости

при которых параметрические возбуждения подавлены. Для заданных выше исходных данных на рис. 6 этим значениям отвечают линии 5 и 6. На рис. 7, а показаны колебания в случае, когда подводимая при параметрическом возбуждении энергия компенсируется диссипативными силами. При этом, однако, возможны локальные нарушения условий динамической устойчивости, что приводит к появлению биений внутри кинематического цикла (рис. 7, б).

Результаты компьютерного моделирования с достаточной точностью подтвердили значения диссипативных характеристик, приведенных в формулах (7). Следует, однако, иметь в виду, что прямой метод Ляпунова определяет лишь достаточные условия динамической устойчивости, поэтому при инженерном расчете желательно оценить степень важности полученных результатов, чтобы при проектировании не предъявлять излишне жестких требований.

Режим 3. На рис. 8 отображены вынужденные колебания при нормированном периодическом кинематическом возбуждении по оси y ($Q_1 = mr \sin 8\varphi$; $Q_2 = 0$; см. систему уравнений (6)).

Переменность параметров здесь также вызывает биения. Как показывает анализ, при варьировании параметрами уровень пороговых значений диссипативных факторов, при которых подавляется параметрическое возбуждение, оказывается ниже, чем при отсутствии вынужденных колебаний, что связано с влиянием высокочастотных гармоник [16].

Выводы

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что из-за появления реономных связей наряду с вынужденными колебаниями возникают параметрические колебания, а следовательно, и опасность динамической неустойчивости колебательной системы. В целях снижения виброактивности таких систем определен пороговый уровень диссипативных па-

раметров, ниже которого возникает нарушение динамической устойчивости. Установлено, что близость парциальных частот механизмов может привести к нежелательному взаимному возбуждению колебаний подсистем привода машины. Полученные аналитические результаты подкреплены результатами компьютерного моделирования.

Заключение

При проектировании машин необходимо решать одну из важных задач – снижение виброактивности механизмов, осуществляющих периодическое движение исполнительных органов, поскольку от этого существенно зависит производительность машин, точность воспроизведения заданных программных движений, непосредственно влияющих на качество выпускаемой продукции, долговечность и надежность оборудования, а также условия работы человека-оператора. Анализ подобных задач еще раз подтверждает необходимость совершенствовать инженерную подготовку в высших учебных заведениях в области теории механизмов и машин, не ограничиваясь традиционным решением динамических задач машиноведения геометрическими методами без учета упруго-диссипативных факторов [17].

Список литературы

1. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гостехтеоретиздат, 1956. – 600 с.
2. Коловский М.З. Динамика машин. Л.: Машиностроение, 1989. – 280 с.
3. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с.
4. Вульфсон И.И. Динамические расчёты цикловых механизмов. Л.: Машиностроение, 1976. – 328 с.
5. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия. Л.: Машиностроение, 1990. – 309 с.

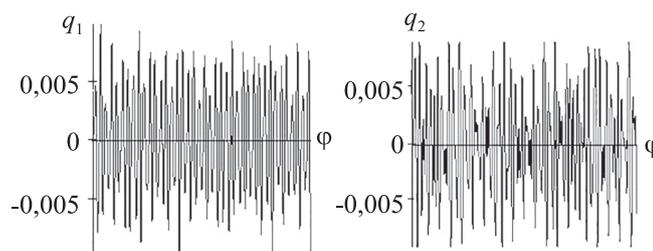


Рис. 8. Зависимости $q_1(\varphi)$, $q_2(\varphi)$ при режиме 3

6. Вульфсон И.И. Динамика цикловых машин. СПб.: Политехника, 2013. – 425 с.
7. Vulfson I. Dynamics of cyclic machines. Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – 410 p.
8. Kovaleva A., Manevitch L., Kosevich Yu. Fresnel integrals and irreversible energy transfer in an oscillatory system with time-dependent parameters // Physical Review E. 2011. V. 83. P.p. 026602-1-12.
9. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972. – 470 с.
10. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Физматгиз, 1958. – 408 с.
11. Митропольский Ю.А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. М.: Наука, 1964. – 432 с.
12. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1967. – 420 с.
13. Пановко Я.Г. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1985. – 288 с.
14. Вульфсон И.И. Влияние низкочастотных колебаний на нелинейные диссипативные силы // Изв. вузов «Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн. 2012. Т. 20. № 4. С. 1–15.
15. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Наука, 1950. – 416 с.
16. Вульфсон И.И. Нелинейные факторы при совместном силовом и параметрическом возбуждении колебаний в цикловых машинах // Машиностроение и инженерное образование. 2015. № 4 (45). С. 2–12.
17. Вульфсон И.И. Динамика машин. Колебания: учеб. пособ. М.: Юрайт. 2017. – 274 с.

**ВУЛЬФСОН
Иосиф Исаакович**

E-mail: jvulf@yandex.ru
Тел.: (981) 191-28-17

Доктор технических наук, Заслуженный деятель науки РФ, почетный академик инженерной Академии Наук Республики Казахстан, заслуженный профессор кафедры машиноведения Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна. Сфера научных интересов: теория колебаний, динамика цикловых машин. Автор свыше 600 публикаций, в числе которых научные монографии, изданные в России, Германии и США.