

# ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ МАШИН С УЧЕТОМ РАЗБРОСА ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

А.С. Горобцов, Р.Б. Статников, С.В. Солоденков



**ГОРОБЦОВ**  
**Александр**  
**Сергеевич**

Профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Высшая математика» Волгоградского технического университета. Специалист в области компьютерного моделирования динамики пространственных механических систем. Автор более 80 научных трудов, в том числе одной монографии.



**СОЛОДЕНКОВ**  
**Сергей**  
**Владимирович**

Доцент кафедры «Теплотехника и гидравлика» Волгоградского технического университета (ВолгГТУ), кандидат технических наук, специалист в области многомерных систем автоматического управления. Автор более 40 научных трудов.

## Введение

Разработка систем виброзоляции машин и агрегатов во многих случаях основывается на использовании существующих виброзащитных элементов. Расчет эффективности системы виброзоляции при номинальных значениях параметров самих характеристик виброзащит-



**СТАТНИКОВ**  
**Роман**  
**Бенционович**

Профессор, доктор технических наук, зав. лабораторией «Теория и методы оптимального проектирования» Института машиноведения РАН. Автор нескольких монографий и более чем 200 научных работ. Является одним из лидеров в областях многокритериальной оптимизации, векторной идентификации и многокритериального проектирования. Его работы получили мировое признание и широко применяются во всевозможных направлениях науки и техники. Читал курсы лекций в МГТУ им. Н.Э. Баумана, МИИТе, Стенфордском и Дж. Хопкинса университетах (США) и др. В настоящее время ведет научную и педагогическую работу в Naval Postgraduate School, Monterey, США.

ных элементов хорошо проработан [1] и позволяет выбрать элементы, обеспечивающие нужный уровень виброизоляции. Однако характеристики серийных виброизолаторов обладают довольно большим разбросом значений. В связи с этим актуальной остается задача отбора такого конструктивного варианта, который бы минимизировал ухудшение эффективности системы виброзащиты из-за разброса ее характеристик. В данной статье такая задача рассматривается для системы амортизации автономной энергетической установки.

### **Моделирование конструкции**

Рассматривается вибрация конструкции дизель-генератора мощностью 1500 кВт на амортизированной раме под действием возмущений дизеля и неуравновешенности вращающихся частей. Особенностью задачи является то, что жесткостные свойства штатных амортизаторов рамы обладают 2-3-х кратным технологическим разбросом, поэтому при поиске оптимальных параметров необходимо учитывать чувствительность системы к изменениям ее параметров. Математическая модель энергетической установки, включающая математические модели дизеля, генератора и рамы на амортизаторах, формировалась и решалась с помощью системы моделирования ФРУНД [2, 3].

При моделировании принималось, что дизель содержит остов, жестко соединенный с рамой, коленчатый вал и 12 поршневых групп, каждая из которых состоит из поршня и шатуна. Коленчатый вал включает шесть жестко соединенных с ним противовесов. Силы, действующие на поршни, определяются с использованием типичных индикаторных диаграмм.

Генератор представлен двумя телами – вращающимся ротором и корпусом, жестко закрепленном на раме. Ротор генератора одной точкой связан с корпусом генератора и одной точкой – с муфтой. Коленчатый вал и ротор генератора жестко связаны в направлении вращения и имеют ограниченную жесткость в радиальном направлении. Радиальная жесткость

муфты позволяет моделировать несоосность соединения ротора и коленвала.

Рама агрегата считается твердым телом, соединенным с неподвижным основанием с помощью амортизаторов, передающих усилия в трех направлениях. Масса всего агрегата составляет 29 тонн.

Частота вращения коленвала определяется параметрами индикаторной диаграммы и задаваемым моментом сопротивления генератора. Для моделирования эксплуатационных разрегулировок дизеля индикаторная диаграмма каждого цилиндра имеет отклонение от номинальной, задаваемое случайной величиной с нулевым математическим ожиданием.

Разработанная математическая модель достаточно точно описывает возмущения от сил неуравновешенности кривошипно-шатунного механизма, неравномерности крутящего момента, статической и динамической несбалансированности коленчатого вала и ротора генератора. Модель упрощенно учитывает свойства муфты соединения коленчатого вала с ротором (рассматривается два пальца муфты).

### **Результаты расчета**

Для анализа возмущений, возникающих при работе дизель-генератора, были рассчитаны спектры сил, возникающих в опорах крепления дизеля и генератора при работе в режиме 1000 об/мин и выдаче мощности на валу дизеля 1500 кВт. В расчетах, выполненных для получения характеристик возмущений, принималось, что рама агрегата крепится к неподвижному основанию амортизаторами с жесткостью, соответствующей нижней границе допусков. На рис. 1 показаны спектры вертикальной силы в задней опоре дизеля.

Из результатов расчетов следует, что максимальное вибрационное воздействие от дизеля происходит на частоте первой и третьей гармоники. Возмущение с частотой третьей гармоники обусловлено неравномерностью крутящего момента и не зависит от эксплуатационных разрегулировок двигателя. На идеаль-

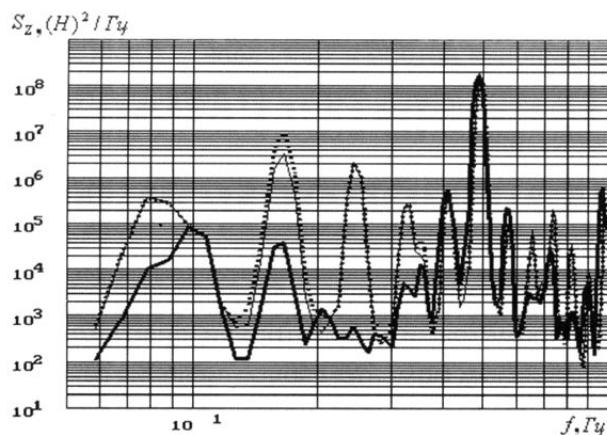


Рис. 1. Спектральная плотность  $S_z$  вертикальной силы в задней опоре дизеля от частоты  $f$ :  
Толстая линия – дебаланс коленвала 3,5 кг·см;  
тонкая линия – дебаланс коленвала и эксплуатационная разрегулировка; пунктирная линия – эксплуатационная разрегулировка и несоосность генератора размером 0,13 мм на 1000 мм

но отрегулированном дизеле все гармоники, кроме третьей, выражены слабо (см. рис. 1) и пики на спектрах вызваны в основном собственными частотами агрегата на амортизаторах. При введении в модель разрегулировок проявляются все гармоники, начиная с половинной (см. рис. 1), однако их уровень меньше, чем у третьей гармоники. В поперечном направлении возмущающая сила на частоте первой гармоники почти достигает интенсивности третьей гармоники. Несоосность в 0,1 мм и непараллельность в 0,13 мм на 1000 мм оси ротора относительно оси коленчатого вала дизеля увеличивает интенсивность возмущения на частоте первой гармоники почти в два раза, т.е. система очень чувствительна к погрешностям установки, выражющимся в несоосности осей коленвала и ротора генератора. Полуторная и половинная гармоники возмущения выражены слабее.

Расчеты также показали, что такой параметр, как несбалансированность коленчатого вала, почти не оказывает влияния на возмущение.

Используемая в модели схематизация муфты не показала себя как источник возмущений на частотах первых трех гармоник оборотной частоты.

С целью определения основных характеристик системы виброизоляции на первоначальном этапе были рассчитаны собственные частоты и формы линейной системы. Для расчета собственных частот использовалась упрощенная модель, в которой весь агрегат представлялся единым телом с соответствующими инерционными параметрами и положением центра масс. Расчеты проведены для двух граничных значений жесткостей штатных амортизаторов, а также нескольких альтернативных вариантов, выбранных в результате расчетов или по конструктивным соображениям. Полученные частоты и характеристики форм колебаний представлены в табл. 1.

После расчета собственных частот линеаризованной системы был проведен анализ вибраций агрегата в рабочем режиме на модели, представленной в подразделе «Моделирование конструкции». В качестве показателей уровня вибраций при анализе колебаний агрегата в рабочем режиме использовались спектры скоростей и перемещений в точках передней и задней части рамы агрегата. Спектры строились по временным реализациям протяженностью 5 с. Реализации получалась по результатам интегрирования уравнений движения модели.

Сравнение спектров вибраций в рабочем режиме и собственных спектров системы показал, что штатные амортизаторы из-за разброса характеристик поперечной и вертикальной жесткостей вызывают значительный разброс значений собственных частот, при этом четыре средние собственные частоты (со второй по пятую) группируются вокруг частоты первой гармоники возмущения, что создает возможность попадания в резонанс на этой частоте. Указанное обстоятельство особенно неблагоприятно, так как на этой частоте действует большая часть вибрационного возмущения.

Гарантированно можно вывести подвеску со штатными амортизаторами из возможности резонанса по первой гармонике, увеличив угловую жесткость подвески относительно поперечной и вертикальной осей и уменьшив угловую жесткость относительно продольной оси.

Таблица 1

Собственные частоты (Гц) и формы колебаний агрегата на подвеске

Жесткости вариантов амортизаторов [кН/м]	Форма 1	Форма 2	Форма 3	Форма 4	Форма 5	Форма 6
Штатный, нижняя граница $Cx=123$ $Cy=7140$ $Cz=13500$	5,2 X	10,1 Y,UX	15,7 UZ	17,3 Z,UY	20,6 UY	41,2 UX
Штатный, верхняя граница $Cx=123$ $Cy=22830$ $Cz=21660$	5,26 X	15,8 Y,UX	21,9 Z,UY	25,9 UY	27,4 UZ	61,5 UX
Оптимальный, вариант 1 $Cx=123$ $Cy=11700$ $Cz=18900$	5,26 X	12,5 Y,UX	19,7 UZ	20,5 Z,UY	23,6 UY	51,4 UX
Оптимальный, вариант 2 $Cx=123$ $Cy=4800$ $Cz=5200$	5,14 X,UY	7,23 Y,UX	10,75 Z,UY	12,8 UZ	13,1 UY	29,0 UX
Штатный повернут., нижняя граница $Cx=7140$ $Cy=123$ $Cz=13500$	5,05 Y	9,58 UZ	11,86 X	17,4 Z	22,04 UY	33,9 UX
Штатный повернут., верхняя граница $Cx=22830$ $Cy=1236$ $Cz=21660$	5,15 Y	14,15 UZ	18,5 X	22,2 Z	31,26 UY	42,2 UX
Вариант 3 $Cx=1500$ $Cy=1500$ $Cz=4500$	5,02 Y	5,6 X	7,71 UZ	10,28 Z	12,6 UY	22,3 UX
Вариант 4 $Cx=588$ $Cy=588$ $Cz=1177$	2,91 Y,UX	3,39 X,UY	4,82 UZ	5,13 Z	6,45 UY	11,95 UX

Примечание: X,Y,Z – формы колебаний, соответствующие перемещениям вдоль осей X,Y,Z; UX,UY,UZ – формы колебаний, соответствующие вращениям вокруг осей X,Y,Z; Cx,Cy,Cz – жесткости амортизатора в направлениях X, Y, Z соответственно.

Этого можно добиться, сместив амортизаторы к периферии в продольном направлении и к центру – в поперечном. Смещение должно выбираться из условия увеличения угловой жесткости относительно поперечной оси на 50% и уменьшения угловой жесткости относительно продольной оси на 20%. Однако могут иметь место конструктивные ограничения.

Другим направлением улучшения подвески агрегата может быть принцип отстройки собственных частот от частоты первой гармоники.

В качестве желательных значений собственных частот можно выбрать середину интервалов между половинной и первой гармоникой – 12,5 Гц или первой и полуторной – 20,8 Гц.

Для штатного расположения были подобраны значения жесткостей амортизаторов из условия приведения частот к 20,8 Гц – оптимальный вариант 1, и из условия приведения частот к 12,5 Гц – оптимальный вариант 2. Значения полученных собственных частот представлены в табл. 1.

На основании приведенного анализа эффективности системы амортизации видно, что отдать предпочтение какому-либо варианту затруднительно. Были выделены 4 варианта допустимых значений жесткостей амортизаторов и проведены исследования поведения показателей виброзащиты в окрестностях значений параметров жесткостей этих вариантов.

### **Задача оптимизации**

Для этих целей была сформулирована задача многокритериальной оптимизации, решение которой основано на применении метода исследования пространства параметров [4, 5] и использовании программного комплекса MOVI<sup>1</sup> [6, 7], реализующего этот метод. В качестве параметров оптимизации выбраны величины продольной, поперечной и вертикальной жесткости амортизатора  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ .

Рассматривалось изменение параметров в диапазоне значений 160–25000 кН/м, включая ющем варианты 1–4 (см. табл. 1). Значения границ диапазона варьирования для всех трех параметров принимались одинаковыми.

Поскольку параметрам оптимизации соответствуют жесткости упругих элементов, определяющие собственные частоты системы, которые, в свою очередь, пропорциональны квадратному корню из жесткостей, в данной задаче оптимизации варьировались не сами значения жесткостей, а квадратные корни из них. Такой прием позволяет достичь более равномерного расположения собственных частот в пространстве параметров. Параметры варьировались в диапазоне 400–5000 условных единиц, что соответствует, как уже было сказано, изменению жесткостей в диапазоне 160–25000 кН/м.

В задачу оптимизации включен 21 критерий. Критерии 1–3 соответствуют продольным, поперечным и вертикальным виброперемещениям рамы в диапазоне 0–100 Гц; критерии 4–6 соответствуют средним квадратическим отклонениям (СКО) продольных, поперечных,

вертикальных скоростей рамы на гармонике 0,5 частоты вращения дизеля; критерии 7–9 то же самое, но на гармонике 1; критерии 10–12 – на гармонике 1,5; критерии 13–15 – на гармонике 2; критерии 16–18 – на гармонике 2,5; критерии 19–21 – на гармонике 3 частоты вращения дизеля. СКО значений критериев находятся по спектрам перемещений и скоростей, форма которых близка к форме спектров сил (см. рис. 1).

Таким образом, задача оптимизации сводится к нахождению таких оптимальных значений жесткостей амортизаторов, при которых критерии – уровни вибраций агрегата на различных частотах – имеют минимальные значения. Поскольку задача оптимизации является многокритериальной, то ее решение неоднозначно и является результатом исследования пространства параметров и критериев.

После проведения 256 испытаний был выполнен анализ влияния параметров на критерии с помощью графиков зависимостей «критерий-параметр», полученных в программном комплексе MOVI 1.3.

На первом этапе строилось допустимое множество 1, образованное первыми тремя критериями. Ограничения на эти критерии должны удовлетворять отраслевым нормам на СКО виброперемещений и не превышать 300 мкм (0,0003 м).

Наиболее ограничивающим по виброперемещениям является вертикальное направление, в котором они имеют явно выраженную зависимость от вертикальной жесткости. Поэтому допустимое множество по критерию вертикальных виброперемещений определяется вертикальной жесткостью, значения которой больше 150 кН/м. Вертикальная жесткость сильнее всего влияет и на другие направления виброперемещений, например на поперечное. При этом продольная и поперечная жесткости не имеют решающего значения и не ограничивают допустимое множество оптимальных параметров.

<sup>1</sup> Аббревиатура MOVI означает Multicriteria Optimization and Vector Identification.

Вертикальная жесткость в наибольшей степени влияет на выброскорости на половинной гармонике (рис. 2), на последующих гармониках это влияние становится значительно слабее. Колебания в поперечном и продольном направлениях не имеют заметно выраженной связи с параметрами оптимизации.

Для выделения области пространства параметров оптимизации, в которой наиболее важные критерии обладают наименьшей чувствительностью к изменениям параметров, выполнен анализ результатов по группам критериев с использованием гистограмм распределения параметров допустимого множества решений.

Гистограммы распределения вертикальной жесткости в допустимом множестве 1 по вибропреремещениям (критерии 1–3) показали, что вертикальные вибропреремещения слабо зависят от жесткостей. Это подтвердил анализ гистограмм и графиков зависимостей критериев от параметров и зависимостей одних критериев от других.

К наиболее важным показателям по выброскоростям можно отнести характеристики колебаний на первой и третьей гармониках оборотной частоты дизеля. Поэтому на втором этапе исследования задачи рассматривалось

допустимое множество 2, образованное критериями 1–3 и 7–9. Критерии 7–9 относятся к СКО скоростей рамы агрегата на 1-й гармонике, на которой происходит максимальное возмущение, вызванное неуравновешенностью вращающихся масс. Границные значения критериев 7–9 соответствовали расчетным значениям для штатного варианта амортизаторов с жесткостями на верхней границе.

Для критериев, относящихся к первой гармонике оборотной частоты, наблюдается две области допустимых значений вертикальной жесткости – первая область лежит примерно посередине интервала, вторая – на правой границе. По интервалам остальных двух параметров точки допустимого множества распределены относительно равномерно.

На третьем этапе было сформировано допустимое множество параметров 3, которое, кроме ограничений на допустимое множество, образованное на втором этапе, учитывает ограничения на СКО поперечных и вертикальных выброскоростей на третьей гармонике (критерии 20–21). Величина ограничений выбиралась в 2,5 раза меньше максимального значения критериев. Третья гармоника введена в рассмотрение, поскольку для данного типа дизеля неравномерность крутящего момента имеет

Критерий 6

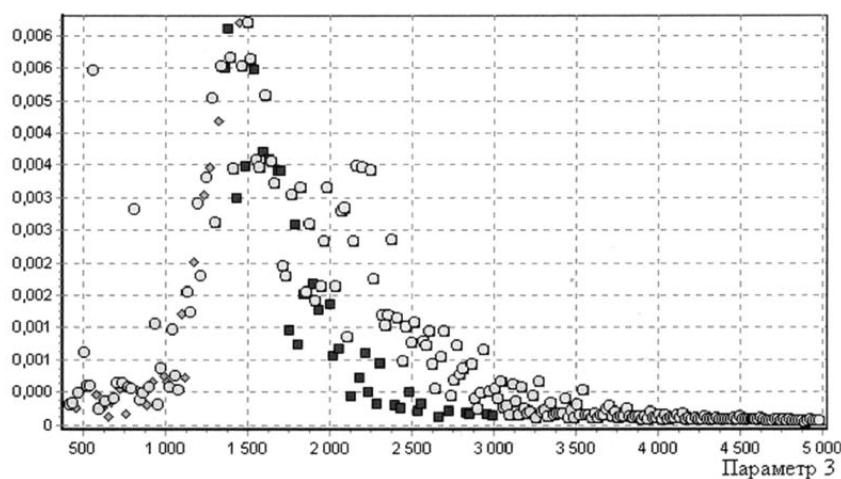


Рис. 2. Зависимость СКО вертикальных скоростей задней опоры генератора

на половинной гармонике (критерий 6) от вертикальной жесткости амортизаторов (параметр 3):

- – Парето оптимальные решения; ■ – точки в допустимом множестве;
- ◆ – точки вне допустимого множества

максимальную третью гармонику. Продольные выброскорости на этой частоте (критерий 19) не введены в рассмотрение, поскольку они имеют значения на порядок меньше.

Исследование допустимого множества 3 в пространстве параметров показывает, что максимальная плотность точек допустимого множества для двух наиболее важных параметров – поперечной и вертикальной жесткости находится в пределах 2250–9000 кН/м (рис. 3), т.е. в тех же пределах что и для допустимого множества 2.

Допустимое множество 4 было сформировано добавлением ограничений на показатели вибраций на половинной гармонике при исследовании допустимого множества 3.

Ограничения на критерии 4–6 брались равными 0,0001 м/с, что примерно в 10 раз меньше максимального значения этих критериев. Введение в допустимое множество ограничений по критериям, связанным с половинной гармоникой, достаточно сильно сужает область максимальной плотности распределения в районе 5000 кН/м. Тем не менее эта область по прежнему отличается максимальной плотностью точек допустимого множества (рис. 4).

Для выявления значимости критериев, связанных с колебаниями на гармониках 1,5–2,5, было построено допустимое множество 5 с ограничениями на критерии 10–12 (гармоника 1,5), имеющее наибольшие максимальные значения среди этой группы критериев, сопоста-

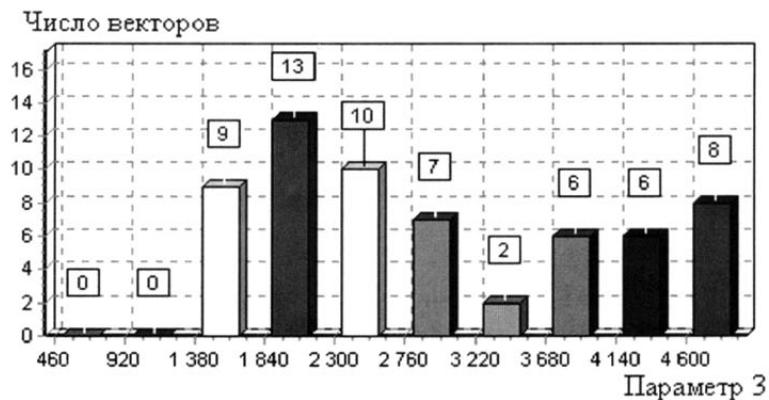


Рис. 3. Гистограммы распределения вертикальной жесткости амортизаторов в допустимом множестве 3: по оси ординат отложено количество точек из допустимого множества 3, попавших в указанный столбцом интервал значений параметра 3

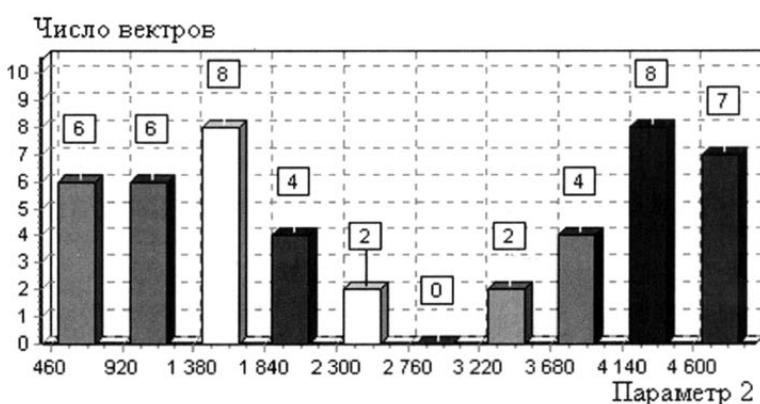


Рис. 4. Гистограммы распределения поперечной жесткости амортизаторов в допустимом множестве 4: по оси ординат отложено количество точек из допустимого множества 4, попавших в указанный столбцом интервал значений параметра 2

вимые со значениями критериев для 1 и 3 гармоник. Максимальные значения остальных критериев этой группы на порядок меньше и их можно не учитывать.

Распределение точек в допустимом множестве 5 дает возможность сделать заключение, что критерии, связанные с полуторной гармоникой, несколько снижают плотность точек допустимого множества в области, где концентрируются точки допустимых множеств 2–4. Тем не менее, в этой области остается достаточно большое число точек для того, чтобы обеспечить непустое допустимое множество по критериям, относящимся к 1-й и 3-й гармоникам.

Таким образом, на основании анализа гистограмм распределений параметров в допустимых множествах можно остановиться на интервале жесткостей 2250–6250 кН/м, на который приходится пик распределения и который обладает наибольшей шириной и, следовательно, наименьшей чувствительностью к изменению параметров. В означенном интервале находится оптимальный вариант 3 (см. табл. 1), который можно рекомендовать как наиболее рациональный вариант из имеющихся виброизоляторов.

Оптимальные жесткости (исходя из условия наименьшей чувствительности к технологическому разбросу) соответствуют медиане распределения точек на гистограммах. Для наиболее полного допустимого множества 4 такие значения составляют: вертикальная жесткость – 5760 кН/м, поперечная жесткость – 1900 кН/м. Продольная жесткость может быть любой из диапазона варьирования, так как она не оказывает сильного влияния на вертикальные и поперечные колебания, носящие наиболее интенсивный характер.

### **Заключение**

Представленная методика определения предпочтительных вариантов параметров ме-

ханической системы позволяет расширить круг задач, решаемых с помощью метода многокритериальной оптимизации, за счет добавления к нему возможности выбора рационального конструктивного варианта из нескольких имеющихся. При такой постановке учитывается не только оптимальность данного сочетания компонентов вектора параметров, но и минимизируется его чувствительность к разбросу от номинального значения.

### **Список литературы**

1. Вибрации в технике: Справочник в 6 т. – М.: Машиностроение, 1978–1981. Т 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова. – 456 с.
2. Горобцов А.С., Карцов С.К. Опыт компьютерного моделирования вибрации конструкций транспортных средств // В кн. «Труды Пятой международной конференции по проблемам колебаний «ICOVP – 2001». – М., 2001. С. 186–190.
3. Горобцов А.С. Численное интегрирование уравнений движения систем тел произвольной структуры // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Материалы межд. конф. – Саратов, 2002. С 16–20.
4. Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
5. Соболь И.М., Статников Р.Б. Наилучшие решения – где их искать? – М.: Знание, 1982. – 64 с.
6. Statnikov, R.B., and J.B. Matusov. Multicriteria Analysis in Engineering. Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
7. Statnikov, R.B., Multicriteria Design. Optimization and Identification. Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 1999.