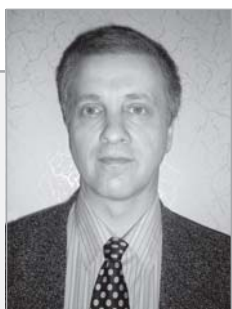


СОБСТВЕННАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

И.Е. Люминарский



**ЛЮМИНАРСКИЙ
Игорь
Евгеньевич**

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика и теория механизмов» ГОУ МГИУ. Специалист в области динамики, прочности и точности зубчатых механизмов, автор более 20 научных публикаций, в том числе одной монографии.

Введение

Одной из важнейших задач проектирования волновых зубчатых передач (ВЗП) является определение их кинематической погрешности. В данной статье рассматривается собственная кинематическая погрешность (СКП), которая обусловлена принципом работы и устройством передачи. Она не может быть определена экспериментально, поскольку соответствует передаче, все звенья которой выполнены по номинальному размеру, что практически не реализуемо. Авторы работы [1] причиной возникновения СКП волновой зубчатой передачи считают изменение углового шага гибкого колеса в пределах зоны зацепления. Однако в этом случае закон изменения углового шага

гибкого колеса относительно кулачка не меняется, поэтому неравномерность шага зубьев гибкого колеса в пределах зоны зацепления не может быть причиной СКП волновой передачи.

СКП появляется, когда при вращении кулачка распределение нагрузок между звеньями передачи будет меняться относительно кулачка. Это изменение вызовет дополнительные деформации в волновой передаче и дополнительное смещение выходного вала.

Таким образом, определение СКП невозможно без проведения расчета сил взаимодействия звеньев волновой передачи, учитывающего деформацию его звеньев при различных углах поворота входного звена.

Моделирование расчетного объекта

Расчетная схема ВЗП представлена на рис. 1. Здесь под каждым зубом гибкого колеса располагается точка возможного контакта наружного кольца гибкого подшипника и гибкого колеса. Возможный контакт элементов ВЗП осуществляется в одном расчетном сечении, расположенном в среднем сечении венца гибкого колеса.

Расчетная методика

Полное силовое взаимодействие упругих элементов ВЗП определяется вектором реакций:

$$\mathbf{R} = \{\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{Q}^*\}^T, \quad (1)$$

где $\mathbf{P}$ – вектор сил между телами качения и наружным кольцом гибкого подшипника; $\mathbf{F}$ – вектор сил взаимодействия между наружным коль-

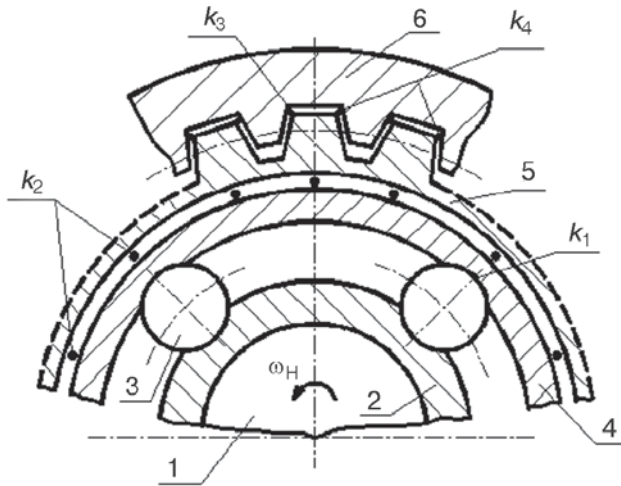


Рис. 1. Расчетная схема ВЗП:

1 – кулачок; 2 – внутреннее кольцо гибкого подшипника; 3 – тела качения гибкого подшипника; 4 – наружное кольцо гибкого подшипника; 5 – гибкое колесо; 6 – жесткое колесо; k_1 – точки возможного контакта между 3 и 4; k_2 – точки возможного контакта между 4 и 5; k_3, k_4 – точки возможного контакта между колесами 5 и 6 по рабочей и нерабочей кромкам

цом гибкого подшипника и гибким колесом; $\mathbf{Q}, \mathbf{Q}^*$ – векторы сил взаимодействия зубьев гибкого и жесткого колес по рабочей и нерабочей кромкам, соответственно.

Вектор зазоров между звеньями волновой передачи можно представить в виде:

$$\Delta = \{\Delta_p, \Delta_f, \Delta_o, \Delta_o^*\}^T, \quad (2)$$

где Δ_p – вектор зазоров между телами качения и наружным кольцом гибкого подшипника; Δ_f – вектор зазоров между наружным кольцом гибкого подшипника и гибким колесом; Δ_o – вектор зазоров между зубьями жесткого и гибкого колес по рабочей кромке; Δ_o^* – вектор зазоров между зубьями жесткого и гибкого колес по нерабочей кромке.

Разрешающая система уравнений для определения сил взаимодействия звеньев ВЗП, зазоров и угла поворота жесткого колеса имеет вид:

$$\Delta - \mathbf{C} \cdot \mathbf{R} - \boldsymbol{\lambda} - \Delta^0 - \mathbf{A} \cdot \Theta_B^H = 0; \quad (3)$$

$$R_i \geq 0, \Delta_i \geq 0, R_i \cdot \Delta_i = 0, \quad i=1, \dots, L; \quad (4)$$

$$Q_k = 0 \text{ и } Q_k^* = 0, \quad \text{если нет захода зубьев, } k=1, \dots, Z_G \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{Z_G} Q_k \cdot r_k \cdot \cos(\alpha_k) - \sum_{k=1}^{Z_G} Q_k^* \cdot r_k^* \cdot \cos(\alpha_k^*) = M_B, \quad (6)$$

где $\mathbf{C}$ – матрица податливости ВЗП;

$\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_p, \lambda_f, \lambda_o, \lambda_o^*\}^T$ – полный вектор контактных (местных) сближений элементов ВЗП;

$\Delta^0 = \{\Delta_p^0, \Delta_f^0, \Delta_o^0(\Theta_G^H), \Delta_o^{*0}(\Theta_G^H)\}^T$ – вектор зазоров (натягов) между недеформированными звеньями ВЗП;

$\mathbf{A}$ – вектор, учитывающий влияние поворота жесткого колеса Θ_B^H на зазоры в зубчатом зацеплении ВЗП при $\Theta_B^H=0$; M_B – момент на выходном валу; Θ_B^H – угол поворота жесткого колеса относительно кулачка; Θ_G^H – угол поворота гибкого колеса относительно кулачка;

r_k, r_k^* – радиусы, на которых происходит контакт k -й пары зубьев жесткого и гибкого колес по рабочей и нерабочей кромкам; α_k, α_k^* – профильные углы жесткого колеса на радиусах r_k, r_k^* ; Z_G – число зубьев гибкого колеса; $L = N + 3Z_G$ – общее число точек возможного контакта; N – число тел качения гибкого подшипника.

Уравнения (3–4) описывают волновую передачу как упругую систему с односторонними связями [2, 3].

Уравнение (3) отражает совместность перемещений элементов ВЗП в тех точках, где осуществляется контакт.

Уравнение (6) выражает условие равновесия гибкого колеса.

В процессе расчета зазоры по рабочей кромке между зубьями вычисляются на различных радиусах. На каком-то одном из радиусов зазор между k -м зубом гибкого колеса и зубом жесткого колеса минимален. В дальнейшем считается, что на этом радиусе r_k происходит контакт между двумя рассматриваемыми зубьями.

Аналогично вычисляются радиусы контакта зубьев по нерабочим кромкам зубьев (r_k^*).

Система уравнений (3–6) решается в соответствии со следующей процедурой:

1) задаются угол поворота гибкого колеса Θ_G^H и нулевое приближение вектора упругих перемещений точек гибкого колеса;

2) определяются координаты точек касания зубьев;

3) из системы (3–6) исключаются уравнения, отражающие совместность перемещений

зубьев, при которых заход зубьев отсутствует;

4) из полученной в п. 3 сокращенной системы определяется вектор неизвестных реакций $\mathbf{R}$, зазоров Δ и угол поворота жесткого колеса Θ_B^H ; эта задача решается шаговым методом последовательных нагружений сил [3, 4];

5) по известным реакциям определяются векторы упругих перемещений точек гибкого колеса и местных сближений λ ;

6) расчет заканчивается, если решения на двух последних итерациях совпадают с заданной точностью. В противном случае делается следующая итерация возвратом к п. 2.

При определении СКП необходимо знать углы поворота выходного звена (гибкого колеса) ВЗП при различных углах поворота входного вала (кулачка).

Силовой расчет передачи удобно проводить при неподвижном положении кулачка. В этом случае зона зацепления при повороте кулачка меняется незначительно. Тогда углы поворота звеньев относительно неподвижного звена передачи (жесткого колеса) определяются по формулам:

$$\Theta_G^B = \Theta_G^H - \Theta_B^H, \quad \Theta_H^B = -\Theta_B^H, \quad (7)$$

где Θ_B^H – угол поворота жесткого колеса относительно кулачка (определяется из расчета ВЗП); Θ_G^H – угол поворота гибкого колеса относительно кулачка (задается при расчете ВЗП).

Мгновенное передаточное отношение ВЗП в различных положениях определяются по формуле:

$$U_{HG}^B = \frac{\Delta\Theta_{Hi}^B}{\Delta\Theta_{Gi}^B}, \quad (8)$$

$$\Delta\Theta_{Hi}^B = -(\Theta_{Bi}^H - \Theta_{Bi-1}^H); \quad \Delta\Theta_{Gi}^B = (\Theta_{Gi}^B - \Theta_{Gi-1}^B),$$

где U_{HG}^B – мгновенное передаточное отношение ВЗП в i -м положении при остановленном жестком колесе.

Собственная кинематическая погрешность определяется по формуле:

$$F_{кпп}^c = r_G \cdot \left(\Theta_G^B - \frac{\Theta_H^B}{\tilde{U}} \right), \quad (9)$$

где r_G – радиус делительной окружности выходного звена (гибкого колеса); Θ_G^B – действительный угол поворота выходного звена; Θ_H^B –

действительный угол поворота входного вала (кулачка); $\tilde{U}$ – среднее передаточное отношение ВЗП.

Результаты исследования

В данной работе представлены результаты вычисления СКП для ВЗП-80. Эта передача имеет следующие основные параметры и размеры: $m=0,4$ мм; $Z_G=200$ (201); $Z_B=202$ (203); $x_G=3,119$ (2,554); $d_{aG}=83,12$ мм; $d_{rG}=81,92$ мм; $x_B=3,319$ (2,754); $d_{aB}=83,280$ мм; $d_{rB}=84,338$ мм; $D=80$ мм; $s_1=0,96$ мм; $W_0=0,48$ мм; $N=23$ (24), где m – модуль зацепления; Z_G, Z_B – числа зубьев гибкого и жесткого колес; x_G, x_B – коэффициенты смещения гибкого и жесткого колес; d_{aG}, d_{aB} – диаметры окружностей выступов гибкого и жесткого колес; d_{rG}, d_{rB} – диаметр окружностей впадин гибкого и жесткого колес; D – внутренний диаметр гибкого колеса; s_1 – толщина гибкого колеса под венцом; W_0 – начальный размер деформирования; N – число шариков в гибком подшипнике.

Есть две причины СКП волновой зубчатой передачи. Первая – незвольвентный характер зацепления, обусловленный деформацией основной окружности гибкого колеса и кромочным контактом зубьев. Другая состоит в изменении деформации гибкого колеса из-за перекачивания тел качения гибкого подшипника относительно большой оси кулачка.

На рис. 2 и 3 представлены зависимости мгновенного передаточного отношения от угла

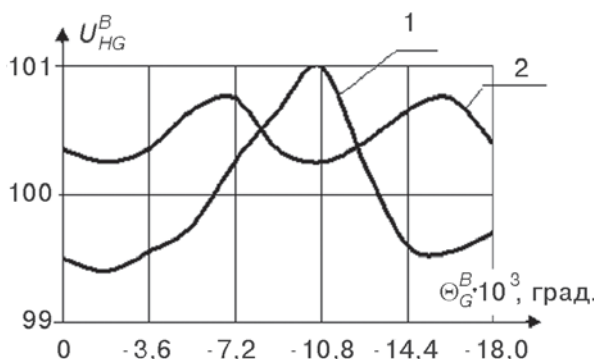


Рис. 2. Изменение передаточного отношения, вызванное незвольвентным характером зацепления, от угла поворота ведомого колеса ($M_B = 1$ Н·м): 1 – ВЗП с четным числом зубьев; 2 – ВЗП с нечетным числом зубьев

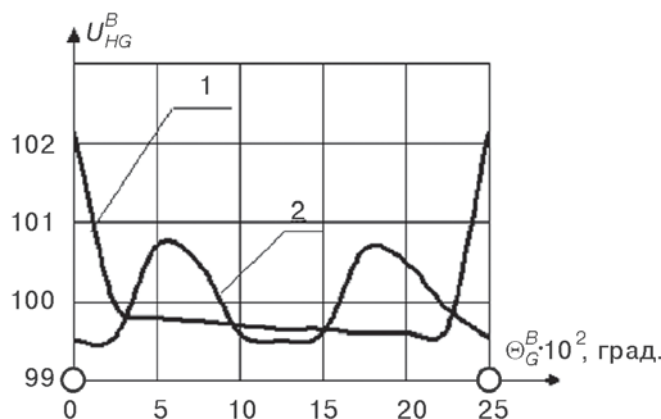


Рис. 3. Изменение передаточного отношения, вызванное перекачиванием тел качения гибкого подшипника, от угла поворота ведомого колеса ($M_B = 1 \text{ Н·м}$): 1 – ВЗП с четным числом тел качения; 2 – ВЗП с нечетным числом тел качения

поворота ведомого вала (гибкого колеса).

Относительное изменение передаточного отношения ВЗП-80, вызванное незвольвентным характером зацепления, не превышает 1,5 % для передачи с четным числом зубьев и 0,8 % – для передачи с нечетным числом зубьев.

Максимальное относительное отклонение передаточного отношения при номинальном моменте 100 Н·м, вызванное перекачиванием тел качения, составило 8% (для передачи с четным числом тел качения).

Расчеты показали, что для ВЗП с четным числом зубьев наибольшая СКП передачи, вызванная незвольвентным характером зацепления, $F'_{ior} = 0,01 - 0,03 \text{ мкм}$, для передачи с нечетным числом зубьев $F'_{ior} = 0,001 - 0,006 \text{ мкм}$.

Наибольшая СКП, вызванная перекачиванием тел качения, в зависимости от момента на выходном валу меняется в следующих пределах: $F'_{ior} = 0,8 - 1,8 \text{ мкм}$ – для передачи с четным числом тел качения; $F'_{ior} = 0,4 - 0,05 \text{ мкм}$ – для ВЗП-80 с нечетным числом тел качения.

Выводы

1. Выявлены причины СКП волновой зубчатой передачи: нарушение эвольвентного характера зацепления в связи с деформацией гибкого колеса и движение тел качения гибкого подшипника относительно большой оси кулачка.

2. Разработана математическая модель и методика определения СКП волновых зубчатых передач с кулачковым генератором волн.

3. Установлено, что:

а) СКП имеет относительно небольшие значения (для ВЗП-80 эти значения не превышают 1,8 мкм);

б) максимальная СКП у волновой передачи с четным числом тел качения примерно в четыре раза больше, чем у волновой передачи с нечетным числом тел качения.

Список литературы

1. Истомин С.Н. Кинематическая точность приборных волновых передач / С.Н. Истомин, С.А. Шувалов, П.К. Попов и др. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
2. Клеников С.С., Люминарский И.Е., Семин И.И. Расчетная модель волновых передач с учетом несимметрии нагружения элементов по волнам зацепления // Вестник машиностроения. 1993. № 1. С. 17–19.
3. Клеников С.С. Волновая передача как упругая система с односторонними связями // Известия вузов. Машиностроение. 1978. № 10. С. 51–55.
4. Рабинович И.М. Вопросы теории статического расчета сооружений с односторонними связями. – М.: Стройиздат, 1975. – 145 с.