УДК 35.073.5

ФОРМИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО МИНИМИЗАЦИИ РАСХОДОВ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ

Л.А. Широков, О.Л. Широкова

Поставлена задача минимизации расходов производственных ресурсов при автоматизированном проектировании линейных систем регулирования технологических процессов. Рассмотрены зависимости расходов ресурсов от основных составляющих процессов проектирования и систем регулирования. Исследованы вопросы компактности построения алгоритмов беспоисковой автоматической параметрической оптимизации систем регулирования для минимизации расходов производственных ресурсов при проектировании систем регулирования технологических процессов, комплектации этих систем, внедрении и эксплуатации.

Ключевые слова: *затраты, ресурсы, автоматизированное, проектирование, параметрическая чувствительность, система регулирования, алгоритм, оптимизация.*

Введение

Проблема повышения эффективности автоматического регулирования различных технологических процессов в промышленности является комплексной задачей, решение которой предусматривает минимизацию расходов ресурсов. Минимизация этих расходов позволит минимизировать и различные затраты, к основным из которых при автоматизированном проектировании относятся затраты на физическую реализацию систем регулирования и затраты на оптимизацию систем регулирования технологических процессов.

Формализация задачи минимизации расходов ресурсов

Общее выражение для определения затрат можно записать в виде

$$Z = z_{\text{ф.р}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{с.-п.о}},$$

$$z_{\text{ф.р}}(z_{\text{с.-п.о}}) = z_{\text{ап}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{м.р}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{п.-н.р}}(z_{\text{с.-п.о}}); \quad (1)$$

$$z_{\text{с.-п.о}} = z_{\text{а.о}} + z_{\text{м.в}} + z_{\text{т.п}}, \quad (2)$$

где $z_{\text{ф.р}}$ – затраты на физическую реализацию систем регулирования, которые зависят от эффективности структурно-параметрической оптимизации этих систем; $z_{\text{ап}}$ – затраты на аппаратные средства систем регулирования; $z_{\text{м.р}}$ и $z_{\text{п.-н.р}}$ – затраты на монтажные и пусконаладочные работы по автоматизации; $z_{\text{с.-п.о}}$ – затраты на структурно-параметрическую оптимизацию систем регулирования; $z_{\text{а.о}}$ – затраты на алгоритмическое обеспечение для структурно-параметрической оптимизации систем регулирования; $z_{\text{м.в}}$ – затраты машинного времени на оптимизационные процедуры; $z_{\text{т.п}}$ – затраты на технологические потери при эксплуатации систем регулирования.

В целом с учетом уравнений (1), (2) задача минимизации расходов ресурсов может быть формализована в виде

$$Z_{\min} = \min_{z_{\text{с.-п.о}} \in D_{\text{с.-п.о}}} (z_{\text{ап}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{м.р}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{п.-н.р}}(z_{\text{с.-п.о}}) + z_{\text{а.о}} + z_{\text{м.в}} + z_{\text{т.п}}), \quad (3)$$

где $D_{\text{с.-п.о}}$ – область различных видов алгоритмического обеспечения для структурно-параметрической оптимизации систем.

Задачи повышения эффективности автоматизированного проектирования систем регулирования технологических процессов

Формирование алгоритмов автоматической оптимизации систем регулирования по условиям минимизации расходов ресурсов является комплексной задачей. К основным ее аспектам следует отнести, во-первых, построение алгоритма параметрической оптимизации, а, во-вторых, ускорение его сходимости при структурно-параметрическом проектировании систем регулирования.

Поведение систем регулирования опишем системой уравнений

$$\begin{cases} \vec{x}(t,\vec{q}) = G_p(\vec{e}(t,\tau,\vec{q})); \\ \vec{e}(t,\vec{q}) = \vec{r}(t) - \vec{u}(t,\vec{q}); \\ \vec{u}(t,\vec{q}) = G_c(\vec{x}(t,\vec{q})), \end{cases} \tag{4}$$

где t – текущее время; $\vec{q} = (q_1, q_2, ..., q_m)$ – вектор параметров настройки регулятора; $G_р$ – интегро-дифференциальный оператор объекта регулирования; $\vec{x},\vec{e},\vec{r},\vec{u}$ – n-мерные векторы регулируемой координаты объекта, входного сигнала объекта регулирования, входного сигнала системы регулирования, управляющего воздействия регулятора с оператором $G_с$; τ – транспортное запаздывание объекта.

Настройка вектора параметров регулятора, как правило, производится исходя из условия наилучшего выполнения системой предъявляемых к ней требований, заданных, например эталонной моделью. В случае идеальной модели [1] качество регулирования можно оценить функционалом

$$V = \int_0^{t_f} F(\vec{x}(t,\vec{q}))dt\,, \tag{5}$$

для которого условие оптимальности будет иметь вид

$$V_{\min} = \min_{\vec{q}\in D_q} \int_0^{t_f} F(\vec{x}(t,\vec{q}))dt\,, \tag{6}$$

где F – положительно определенная функция; t_f – время регулирования; D_q – область определения параметров настройки регулятора.

Для параметрической оптимизации по условию (6) в рамках поставленной задачи минимизации расходов ресурсов целесообразно применить беспоисковую оптимизацию [2]. Методы поисковой оптимизации, не требующие априорной информации о математической модели системы, вместе с тем требуют реализации сложной логики алгоритмов, больших временных затрат в процессе поиска. Кроме того, возникает необходимость в формировании специальных поисковых сигналов, что при оптимизации на реальных объектах часто является неприемлемым для технологических процессов.

Среди различных методов беспоисковой оптимизации представляет интерес метод Гаусса – Ньютона, который для рассматриваемой задачи в операторной форме запишем в виде

$$\nabla V(\vec{x}(t,\vec{q})) = \frac{1}{t_f}\int_0^{t_f} \Xi^{\mathrm{T}}(t,\vec{q})\nabla_x F(\vec{x}(t,\vec{q}))dt;$$

$$\nabla_x F(\vec{x}(t,\vec{q})) = \left(\partial F/\partial x_1, ..., \partial F/\partial x_n\right)^{\mathrm{т}},$$

$$\Xi = \left\|\xi_{ij}\right\|_{(n\times m)}, \tag{7}$$

где Ξ – матрица ($n\times m$) функций чувствительности первого порядка $\xi_{ij} = \partial x_i/\partial q_j$; n – порядок дифференциального уравнения объекта регулирования; m – размерность вектора параметров настройки регулятора; F – выпуклая положительно определенная скалярная функция.

Алгоритм оптимизации по методу Гаусса – Ньютона представим в виде

$$\begin{cases} \vec{q}(n+1) = \vec{q}(n) + \Delta\vec{q}(n); \\ \Delta\vec{q}(n) = -\Gamma(n)\mathrm{H}(n)\displaystyle\int_0^{t_f} \Xi^{\mathrm{т}}(t)\,\partial F/\partial\vec{x}\,(\vec{x}(t,\vec{q}))dt, \end{cases} \tag{8}$$

где $\Gamma(n) = \mathrm{diag}\,(Y_{jj}(n))_{m\times m}$ – диагональная матрица весовых коэффициентов; Н*(n)* – матрица Гессе, определяемая по формуле

$$\mathrm{H}(n) = \left(\frac{1}{t_f}\int_0^{t_f}\left(\Xi^{\mathrm{т}}(t)\frac{\partial\nabla_x F(\vec{x}(t,\vec{q}))}{\partial\vec{q}} + \sum_{i=1}^{n}\Xi_i^{(2)}(t)\,\partial F(\vec{x}(t,\vec{q}))/\partial x_i\right)dt\right)^{-1}; \tag{9}$$

$\Xi_i^{(2)}$ *(i* = 1, 2,…, *n)* – *i*-я прямоугольная матрица размерности ($n\times m$). Эта матрица строится для каждой *i*-й координаты вектора выходных переменных объекта регулирования функций чувствительности второго порядка

$$\xi_{ijk}^{(2)}(t) = \frac{\partial^2 x_k(t)}{\partial q_i \partial q_j}. \tag{10}$$

Принципиальным вопросом, связанным с практической реализацией алгоритма (8), является проблема определения матриц функций чувствительности первого порядка и второго порядка. Традиционно формирование этих матриц требует построения ряда моделей – анализаторов чувствительности, каждая из которых по сложности соответствует исходной оптимизируемой системе. Однако эта проблема наиболее успешно решается при минимальных расходах ресурсов на основе применения теории, изложенной в работах [3, 4]. В работе [3] сформулирована обобщенная теорема о глобальной взаимосвязи функций чувствительности произвольных порядков линейных динамических систем. В соответствии с этой теорией, базирующейся на теореме, лемме и следствии, на основании вычисленного ядра функций чувствительности легко определяются остальные функции чувствительности, требующиеся для алгоритма автоматической параметрической оптимизации систем регулирования. В работе [4] рассмотрено применение разработанной теории для автоматизированного параметрического проектирования линейных систем регулирования.

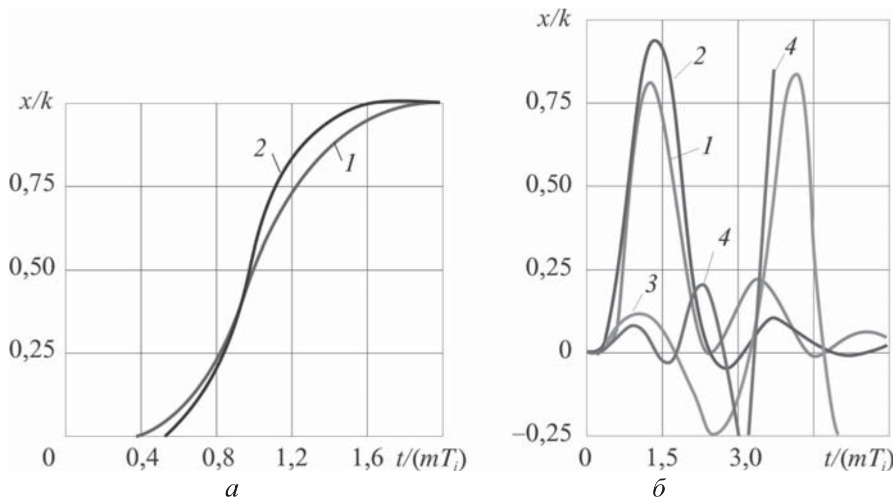
Получаемый от применения теоремы о глобальной взаимосвязи функций чувствительности произвольных порядков линейных динамических систем эффект минимизации расходов ресурсов, а также времени выполнения оптимизационных процедур позволяет достаточно успешно решить задачу структурной оптимизации систем регулирования. Действительно, в этом случае легко реализовать улучшающую последовательность решений поэтапным усложнением структур автоматических регуляторов, проводя для каждой из них оптимизационную процедуру по предложенному алгоритму Гаусса – Ньютона. Разработчику выдается расчетная матрица с результатами полученных показателей качества для каждой структуры системы регулирования. На основании сопоставления полученных результатов разработчик принимает наилучшее решение.

Пример реализации алгоритма параметрической оптимизации систем регулирования

Рассмотрим автоматическую параметрическую оптимизацию по сформированному алгоритму системы регулирования с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором неминимально-фазовых объектов с различными порядками интегро-дифференциальных уравнений. Общая математическая модель оптимизируемой системы в операторной форме имеет вид

$$\begin{cases} x(t,\vec{q}) = k\prod_{i=1}^{n}(1+T_i p)^{-1}e^{-p\tau}e(t,\vec{q}); \\ e(t,\vec{q}) = r(t) - u(t,\vec{q}); \\ u(t,\vec{q}) = (q_1 p^{-1} + q_2 + q_3 p)\vec{x}(t,\vec{q}), \end{cases} \tag{11}$$

где t – текущее время; $\vec{q} = (q_1, q_2, ..., q_m)$ – вектор параметров настройки регулятора; $p = \dfrac{\partial}{\partial t}$ – оператор дифференцирования; x – регулируемая координата объекта; e, r – входные сигналы объекта регулирования и системы регулирования; u – управляющее воздействие регулятора; τ – суммарное время чистого запаздывания; T_i – постоянная времени; k – коэффициент передачи объекта.



Характеристики переходных процессов объектов регулирования (*а*) и систем регулирования (*б*):
1, 3 – при n = 10; *2, 4* – при n = 20

При соответствующем выборе значения *n* в системе (11) могут быть представлены модели многих непрерывных технологических объектов, в том числе и объекты с распределенными параметрами.

На рисунке, *а* приведены исходные переходные характеристики объектов регулирования, а на рисунке, *б* – характеристики различных процессов регулирования. Эти неустойчивые процессы, полученные при произвольно установленных настройках регулятора, были выбраны как исходные для оптимизации с целью демонстрации высоких показателей алгоритма Гаусса – Ньютона. В результате оптимизации получены процессы регулирования, представленные кривой *1* (при n=10) и кривой *2* (при n=20), которые имеют высокие показатели качества регулирования (см. рисунок, *б*).

Заключение

Использование сформированного на базе матриц чувствительности алгоритма беспоисковой автоматической параметрической оптимизации систем регулирования Гаусса – Ньютона обеспечивает минимизацию расходов ресурсов при автоматизированном проектировании линейных систем регулирования для технологических процессов. Автоматическая параметрическая оптимизация систем регулирования реализуется в широком диапазоне параметров объектов. Сходимость обеспечивается даже при сильно расходящихся исходных процессах регулирования.

Список литературы

1. *Широков Л.А.* Беспоисковая автоматическая оптимизация одного класса неминимально-фазовых систем // Автоматика и телемеханика. 1969. № 11. С. 67–74.
2. *Kokotovic P., Bingulac S., Medanic J.* Some approaches to the reduction of control system sensitivity // Proc. of the IIIrd Allerton Conf. Illinois. Oct. 1965. P. 212–224.
3. *Широков Л.А.* Компактные анализаторы чувствительности высших порядков линейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1990. № 1. С. 19–28.
4. *Широков Л.А.* Синтез компактов чувствительности для автоматизации параметрического проектирования линейных систем регулирования // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 2. С. 41–49.

Материал поступил в редакцию 21.03.2012

ШИРОКОВ
Лев Алексеевич

E-mail: **eduarlev@gmail.com**
Тел.: **(499) 184-11-79**

Доктор технических наук, профессор кафедры информационных технологий и систем в экономике и управлении ФГБОУ ВПО «МГИУ», академик Международной академии информатизации, член-корреспондент Российской академии естественных наук, изобретатель СССР. Сфера научных интересов – оптимальное управление, САПР, информационные технологии. Автор трех монографий, более 140 научных работ, изобретений, двух учебников.

ШИРОКОВА
Ольга Львовна

E-mail: **ol.shirokova@gmail.com**
Тел.: **(499) 476-41-32**

Кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и управления производством ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов – математические методы в экономике, оптимальное управление, автоматика, информационные технологии. Автор 30 научных работ.