УДК 624.07:534.1

РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОИЗОЛЯТОРА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ

Н.Ф. Авдеев

АВДЕЕВ Николай Федорович

Доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретическая механика и теория механизмов» МГИУ. Специалист в области динамики и прочности машин и оборудования. Автор около 200 научных трудов, 5 монографий, 10 авторских свидетельств на изобретения.

Введение

Создание высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощностям, нагрузкам и другим рабочим характеристикам, а также широкое использование в промышленности и строительстве высокоэффективных вибрационных процессов неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектра вибрационного воздействия как на элементы конструкции машин, так и на человека-оператора.

В связи с этим в последнее время особое значение приобретают методы и средства уменьшения вибрации, которые принято называть виброзащитой. Среди известных методов защиты от вибрации наиболее эффективным является виброизоляция, которая заключается в установке между объектом защиты и источником вибрации специальной механической системы, обычно состоящей из комбинации упругих и демпфирующих элементов [1].

Моделирование расчетного объекта

В данной работе рассматривается задача определения рациональных параметров простейшей модели виброизолятора, состоящей из упругого элемента и демпфера вязкого трения (рис. 1). Расчетная модель объекта защиты представляет собой абсолютно твердое тело массой M, источником колебаний которого является основание, перемещающееся по известному закону $y=y(t)$.

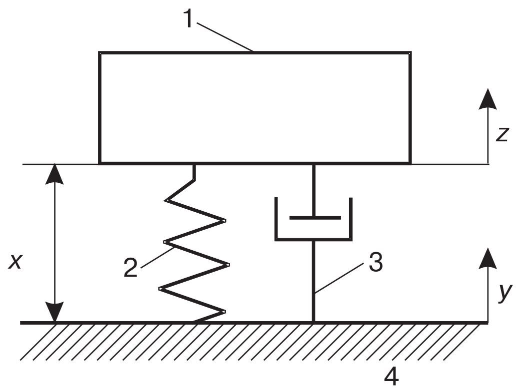

Рис. 1. Схема расчетного объекта для моделирования: 1 – объект изоляции; 2 – упругий элемент; 3 – демпфер вязкого трения; 4 – основание

Ограничимся рассмотрением линейной системы, когда жесткость упругого элемента C и коэффициент сопротивления демпфера ξ

являются постоянными. Рациональными параметрами виброизолятора C^*, ξ^* будем считать такие, при которых дисперсия абсолютного ускорения объекта не превосходит заданной величины, а дисперсия смещения объекта относительно основания является наименьшей.

Методы решения поставленной задачи для линейных систем в настоящее время хорошо разработаны и освещены в литературе для случая, когда ускорение основания представляет собой стационарный случайный процесс [2, 3]. Однако использование известных статистических методов требует, с одной стороны, определения спектральной плотности мощности ускорений основания, а с другой – решения трудоемкой оптимизационной задачи, связанной с нахождением оптимальных параметров, удовлетворяющих выбранному критерию качества.

Расчетная методика

Решение задачи может быть упрощено, если ограничиться рассмотрением периодических вибрационных воздействий на систему (предполагается, что в вибрационном воздействии постоянная составляющая отсутствует).

Разработанная расчетная методика базируется на основе положения, доказательство которого приведено ниже.

Пусть основание системы виброизоляции совершает периодические колебания по следующему закону:

$$y(t)=\sum_{k=1}^{n} y_k \cos(\omega_k t+\gamma_k), \qquad (1),$$

где y_k, ω_k, γ_k – амплитуда, частота и фаза k-й гармонической составляющей (рассматривается случай кинематического возбуждения колебаний).

Тогда значения рациональных параметров жесткости упругого элемента C^* и коэффициента сопротивления демпфера вязкого трения ξ^* простейшей модели линейного виброизолятора при периодическом вибрационном воздействии [1] определяются по формулам:

$$C^* = 0,\ \ \xi^* = \min_k \left(\frac{M A_k \omega_k}{\sqrt{\sigma^2_{\ddot{y}_k} - A_k^2}} \right), \qquad (2)$$

$$\sigma^2_{\ddot{y}_k} = \frac{1}{2} y_k^2 \omega_k^4$$

с использованием критерия качества

$$\sigma^2_{\ddot{z}_k} \le A_k^2,\ \ \sigma_x^2 = \min,\ \ k = 1,2,3,\ldots,n. \qquad (3)$$

где M – масса объекта изоляции; $\sigma^2_{\ddot{z}_k}$ – дисперсия абсолютного ускорения объекта на частоте ω; A_k^2 – предельно допустимое значение дисперсии $\sigma^2_{\ddot{z}_k}$; σ_x^2 – дисперсия смещения объекта относительно основания; $\sigma^2_{\ddot{y}_k}$ – дисперсия ускорений основания на частоте ω_k.

Условие обеспечения виброзащитных свойств изолятора на каждой частоте эквивалентно выполнению следующих неравенств:

$$\sigma^2_{\ddot{y}_k} - A_k^2 \ge 0,\ \ k = 1,2,3,\ldots,n. \qquad (4)$$

При этом минимальное значение дисперсии σ_x^2 определяется по формуле:

$$\min_{C,\xi} \sigma_x^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{y_k^2}{2(1+\mathrm{b}_k)}, \qquad (5)$$

$$\beta_k = \frac{1}{\omega_k^2} \min_k \left(\frac{A_k^2 \omega_k^2}{\sigma^2_{\ddot{y}_k} - A_k^2} \right).$$

Для доказательства этого положения воспользуемся известными формулами из теории колебаний и запишем критерий качества (3) в ином виде:

$$\sigma^2_{\ddot{z}_k} = \sigma^2_{\ddot{y}_k} \frac{\omega_0^4 + 4\eta^2\omega_k^2}{(\omega_0^2-\omega_k^2)^2 + 4\eta^2\omega_k^2} \le A_k^2; \qquad (6)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{k=1}^{n} \sigma^2_{x_k} = \sum_{k=1}^{n} \sigma^2_{\ddot{y}_k} \frac{1}{(\omega_0^2-\omega_k^2)^2 + 4\eta^2\omega_k^2}, \qquad (7)$$

где $\omega_0^2 = c/M$ – частота собственных колебаний системы виброизоляции; $\eta = \frac{\xi}{2M}$ – коэффициент затухания системы виброизоляции.

Из условия обеспечения виброзащитных свойств изолятора (4) на каждой частоте следует необходимость выполнения неравенств:

$$0 \le \omega_0^2 \le \frac{1}{2}\omega_k^2,\ \ k = 1,2,3,\ldots,n. \qquad (8)$$

Анализ формулы (7) показывает, что при условии (8) величина дисперсии σ_x^2 тем меньше, чем меньшее значение принимает величина ω_0^2 и большее – величина η. Определим далее наибольшее допустимое значение η исходя из ограничивающих условий (6).

Неравенства (6) можно решить относительно величины $4\eta^2$ и записать в следующем виде:

$$4\eta^2 \le \frac{A_k^2\omega_k^2}{\sigma_{\ddot{y}_k}^2 - A_k^2} - \omega_0^2 \frac{2A_k^2}{\sigma_{\ddot{y}_k}^2 - A_k^2} - \frac{\omega_0^4}{\omega_k^2}. \qquad (9)$$

Из неравенств (9) следует, что для любого k при выполнении неравенств (4) η принимает максимально допустимое значение при условии ω_0^2=0. Таким образом, нулевое значение ω_0^2 является рациональным с точки зрения снижения дисперсии σ_x^2.

Подставляя в выражение (9) условие ω_0^2, получим:

$$4\eta^2 \le \frac{A_k^2\omega_k^2}{\sigma_{\ddot{y}_k}^2 - A_k^2}, \quad k = 1,2,3,\ldots,n. \qquad (10)$$

Выполнение неравенств (10) для любого k может быть обеспечено, если

$$4\eta^2 = \min_k\left(\frac{A_k^2\omega_k^2}{\sigma_{\ddot{y}_k}^2 - A_k^2}\right). \qquad (11)$$

Из выражения (11) после подстановки $2\eta=\xi/M$, а также из условия $\omega_0^2 = \frac{C}{M} = 0$ следует справедливость формул (3).

В справедливости формулы (5) можно убедиться после подстановки в формулу (7) ω_0^2=0 и $4\eta^2$ в соответствии с выражением (11).

Результаты исследования

Полученные результаты расчетного анализа свидетельствуют о том, что при вибрационном воздействии (1) виброизолятор с рациональными параметрами по критерию качества (3) должен иметь нулевую жесткость (это согласуется с известным принципом «мягкой подвески»), а уменьшение его динамического хода обеспечивается демпфированием в системе, выбираемым из условия достижения требуемых виброзащитных свойств на каждой частоте входного воздействия. Рациональные значения параметров виброизолятора определяются по формуле (2) без проведения оптимизации параметров по критерию (3), что является практически полезным на стадии проектирования и разработки систем виброизоляции.

Остановимся далее на некоторых следствиях доказанного положения, которые позволяют расширить область использования полученных результатов.

- Положение распространяется на виброизоляторы более сложной структуры, расчетные модели которых можно привести к простейшей модели виброизолятора с помощью эквивалентных коэффициентов жесткости и демпфирования.
- Положение распространяется на случай силового возбуждения колебаний, когда цель защиты состоит в уменьшении усилия, передаваемого со стороны несомого тела (источника колебаний) на неподвижное основание (объект изоляции). В этом случае вместо дисперсий абсолютных ускорений $\sigma_{\ddot{z}}^2$ и $\sigma_{\ddot{y}_k}^2$ следует рассматривать дисперсии усилий $\sigma_{R_k}^2$ и $\sigma_{F_k}^2$, где R_k – усилие, передаваемое основанию на частоте ω_k; F_k – усилие, возникающее в источнике колебаний на частоте $\sigma_{R_k}^2$.

В качестве значений величины A_k^2 принимаются допустимые значения .

- Положение распространяется на гармоническое воздействие $y=y_1\cos\omega_1 t$, являющееся частным случаем вибрационного воздействия (1).
- Положение распространяется на непериодическое вибрационное воздействие, у которого постоянная составляющая равна нулю, так как оно является предельным случаем периодического вибрационного воздействия (1), когда число гармонических составляющих стремится к бесконечности.

В качестве расчетной задачи рассмотрим определение рациональных параметров виброизолятора для объекта массой 70 кг при колебаниях основания по закону

$$y = \sum_{k=1}^{3} y_k \cos\omega_k t.$$

Параметры воздействия и допустимые значения дисперсии абсолютного ускорения объекта приведены далее в таблице.

Для каждой частоты ω_k определяем значение $\frac{MA_k\omega_k}{\sqrt{\sigma_{\ddot{y}_k}^2 - A_k^2}}$ и заносим его в таблицу.

По формуле (2) находим:

$$C^* = 0, \quad \xi^* = 617\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}.$$

k	y_k, м	ω_k, с$^{-1}$	$\sigma^2_{\ddot{y}_k}$, м^2/с^4	A^2_k, м^2/с^4	$\frac{MA_k\omega_k}{\sqrt{\sigma^2_{\ddot{y}_k}-A^2_k}}$, $\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$
1	0,02	2π	0,3165	0,2	617
2	0,01	4π	1,245	1,0	1904
3	0,02	6π	2,502	1,0	1154

Далее вычисляем

$$\min_k\left(\frac{A_k^2\omega_k^2}{\sigma^2_{\ddot{y}_k}-A_k^2}\right)=\frac{0{,}8\cdot\pi^2}{0{,}1165}=67{,}77c^{-2}$$

и по формуле (5) определяем дисперсию смещения объекта относительно основания: $\sigma_x^2=0{,}000277\text{м}^2=2{,}77\text{см}^2$.

В итоге получаем σ_x=1,66 см.

Заключение

Задачи виброзащиты являются одними из наиболее актуальных в области динамики и прочности машин и широко распространены для многих технических областей. В этой связи оценка эффективности различных подходов при анализе вибрационных процессов и средств виброзащиты, определение рациональных или оптимальных параметров виброизоляторов имеет важное практическое значение. Представленная в работе простейшая расчетная модель виброизолятора позволяет проводить экспресс-анализ различных типов виброизоляторов, является практически полезной на стадии проектирования и разработки систем виброизоляции. Для детального изучения динамических процессов следует использовать более сложные модели, учитывающие специфику динамической системы и различные структурные элементы технических объектов.

Список литературы

1. Вибрация в технике: Справочник в 6-ти томах. Т.6. Защита от вибраций и ударов / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.
2. Ньютон Дж. К., Гулд Л.А., Кайзер Дж. Ф. Теория линейных следящих систем. – М.: Физматгиз, 1961. – 407 с.
3. Ларин В.Б. Статистические задачи виброзащиты. – Киев: Наукова думка, 1974. – 128 с.