

ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ОБОЛОЧКИ — КОНСТРУКТИВНЫЕ ОБЪЕКТЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ

В.Н. Скопинский



**СКОПИНСКИЙ
Вадим Николаевич**

Профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Сопротивление материалов» Московского государственного индустриального университета. Специалист в области механики тонкостенных оболочек, численных методов анализа. Автор более 100 научных работ, часть которых опубликована в престижных зарубежных научно-технических журналах.

Введение

Развитие машиностроения, а также и других отраслей промышленности, происходит в условиях все возрастающих требований (эксплуатационных, технологических, экономических, надежности и долговечности и др.) к техническим объектам различного назначения в целях совершенствования технических характеристик изделий и оборудования, повышения их качества.

Во многих отраслях машиностроения, в первую очередь в химическом, нефтехимическом и нефтегазовом, энергетическом машиностроении, а также и в смежных отраслях промышленности, широко распространены *конструктивные объекты (узлы) типа пересекающихся оболочек*. Примерами таких объектов служат соединительные элементы трубопроводов различного назначения (тройниковые, крестообразные, коленные соединения), сосуды давления, аппараты и емкости, содержащие штуцера и патрубки, узлы энергетического оборудования и др. Конструктивные объекты при эксплуатации могут находиться в разнообразных условиях: при действии постоянного или переменного давления, повышенных температурах (например, в нефтеперерабатывающих комплексах) или низких температурах (в криогенной технике), испытывать дополнительные воздействия от смежных конструктивных узлов. Поэтому они, как правило, наиболее напряженные в оборудовании и относятся к наиболее

ответственным в прочностном отношении конструктивным элементом.

При различных видах нагружения в зоне соединения (пересечения) оболочек возникает сложное напряженное состояние, характеризующееся высоким уровнем концентрации напряжений, что может быть источником появления и развития пластических деформаций, усталостных трещин. Концентрация напряжений на границе области пересечения оболочек нередко бывает высокой, особенно для тонкостенных оболочек. Такие факторы, как сложность геометрии и значительная концентрация напряжений делают проведение широких исследований (как теоретических, так и экспериментальных) конструктивных объектов типа пересекающихся оболочек весьма сложными, трудоемкими и дорогостоящими.

Поэтому проблеме пересекающихся оболочек в научно-технической сфере уделяют серьезное внимание, при проведении специальных экспериментальных и теоретических исследований. Во многих странах есть ведущие технические фирмы, имеющие специальные отделы по этой проблеме. В нашей стране до середины 90-х годов прошлого века головной организацией являлся отраслевой институт ЛенНИИхиммаш. Зарубежом наиболее известны Американское общество инженеров-механиков (ASME) и Британский институт стандартов (BSI). В частности, в ASME есть специальный комитет «Shell Intersections» («Пересечения оболочек»), координирующий и выполняющий различные научные разработки по данной проблеме. В рамках этого комитета создаются международные научные рабочие группы для выполнения определенных научно-технических проектов в этой области. И технические задачи стимулируют научные исследования таких конструктивных объектов.

Существуют специальные нормы и стандарты, регламентирующие проектирование конструктивных узлов типа пересекающихся оболочек в различных технических отраслях. Наиболее разработанными являются американские нормы (ASME Code) и английский стандарт (BS 5500). В этих документах содержатся правила и рекоменда-

ции выбора основных геометрических параметров и другие нормативные сведения. Однако нормативная документация не может отразить все практические аспекты, касающиеся конструкций рассматриваемого типа, особенно с учетом широкого диапазона изменения геометрических параметров, применения оболочек различной геометрической формы и т.д.

Таким образом, исследование пересекающихся оболочек является актуальной и практически важной научно-исследовательской проблемой. Для лучшего ее понимания, создания адекватного расчетного аппарата и возможности проектирования более надежных конструкций необходимы системные исследования в различных направлениях (статический анализ, усталостная прочность, расчеты на ползучесть и т.д.).

1. Классификация типовых соединений пересекающихся оболочек

Пересекающиеся оболочки представляют специальный класс оболочечных конструкций. Такие конструкции характеризуются сложной геометрией в области пересечения (сопряжение двух оболочек может включать и переходную пространственную область), резким изменением геометрии поверхности по линии пересечения оболочек. На основе теоретического обобщения проблемы исследования пересекающихся оболочек и рассмотрения ее с позиций создания единой прикладной расчетной методики и проведения системного прочностного анализа типовых конструктивных соединений были сформулированы некоторые общие положения, создающие методическую базу проводимых исследований.

Конструктивный объект в виде пересекающихся оболочек вращения определяется, как соединение двух оболочек (рис. 1):

- 1) *основная оболочка* (пересекаемая);
- 2) *оболочка-патрубок* (пересекающая).

(В дальнейшем для краткости вторая оболочка будет называться просто «патрубком».)

С практической точки зрения рассматриваются такие соединения: основная оболочка

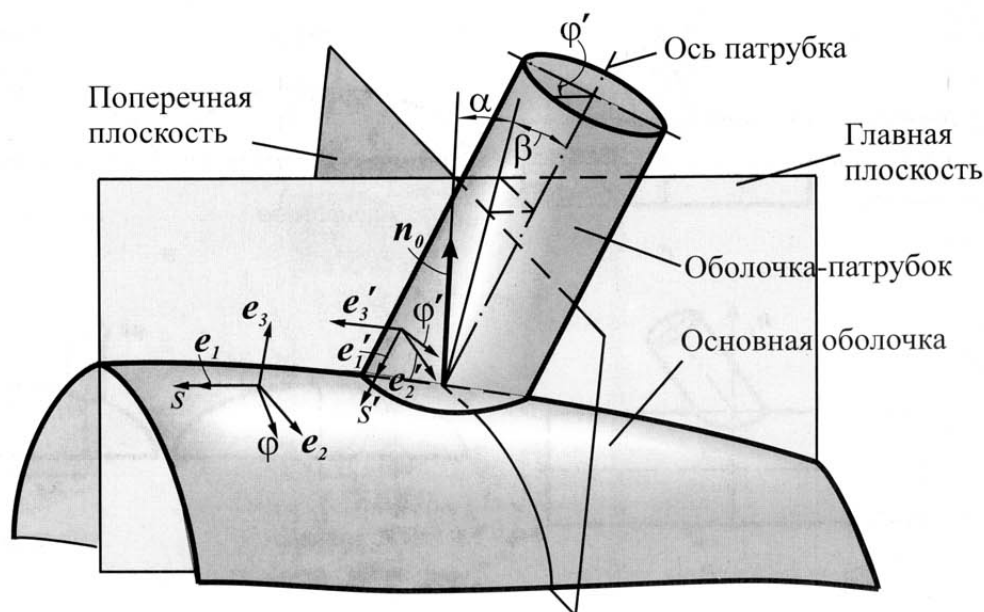


Рис. 1. Геометрия пересекающихся оболочек

– цилиндрическая, коническая, сферическая и эллипсоидальная оболочки (оболочки вращения); патрубок – цилиндрическая оболочка кругового сечения; патрубок имеет характерный поперечный размер не больший, чем соответствующий размер основной оболочки, и в поперечном направлении не выходит за пределы основной оболочки.

Для соединения пересекающихся оболочек выделены две характерные плоскости – главная и поперечная, связанные с нормалью n_0 к срединной поверхности основной оболочки в точке ее пересечения осью патрубка (см. рис. 1). Главная плоскость соединения проходит через ось вращения основной оболочки и нормаль n_0 . Поперечная плоскость проходит через нормаль n_0 перпендикулярно главной плоскости. Положение патрубка относительно основной оболочки характеризуется двумя угловыми параметрами (α и β), которые определяют отклонение оси патрубка в главной и поперечной плоскостях, соответственно.

На основе взаимного положения оболочек принята следующая классификация типовых соединений пересекающихся оболочек:

- *радиальное соединение*, $\alpha = 0$, $\beta = 0$ (ось патрубка совпадает с нормалью);

- *нерадиальное соединение*, $\beta = 0$ (ось патрубка расположена в главной плоскости под углом к нормали);
- *тангенциальное соединение*, $\alpha = 0$ (ось патрубка расположена в поперечной плоскости под углом к нормали);
- *произвольное соединение* (ось патрубка и нормаль занимают произвольное взаимное положение).

Примеры типовых соединений для пересекающихся цилиндрических оболочек приведены на рис. 2, для эллипсоидальной и цилиндрической – на рис. 3.

Представленная классификация типовых соединений отражает и различную степень сложности проведения расчетного анализа. Определенное положение оболочек допускает упрощение расчетной модели соединения при наличии одной, двух или более плоскостей симметрии.

Для снижения максимальных напряжений в пересекающихся оболочках целесообразно применять различные конструктивные способы локального укрепления их соединений. К типовым конструктивным вариантам локального укрепления (на основной оболочке или патрубке) относятся такие (рис. 4):

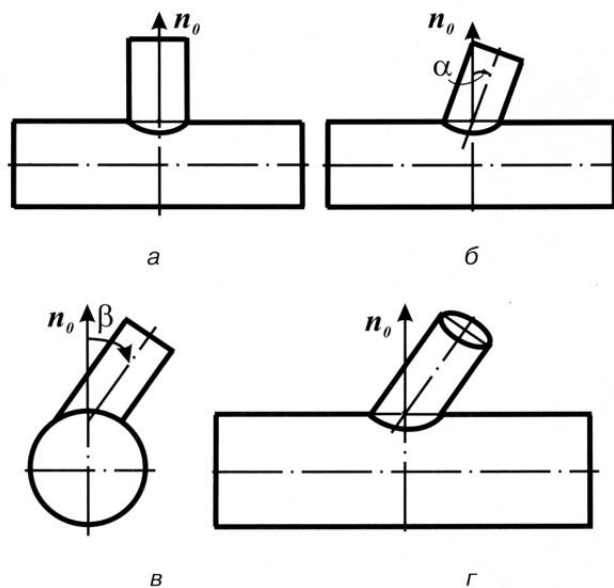


Рис. 2. Типовые соединения пересекающихся цилиндрических оболочек:
а – радиальное; б – нерадиальное;
в – тангенциальное; г – произвольное

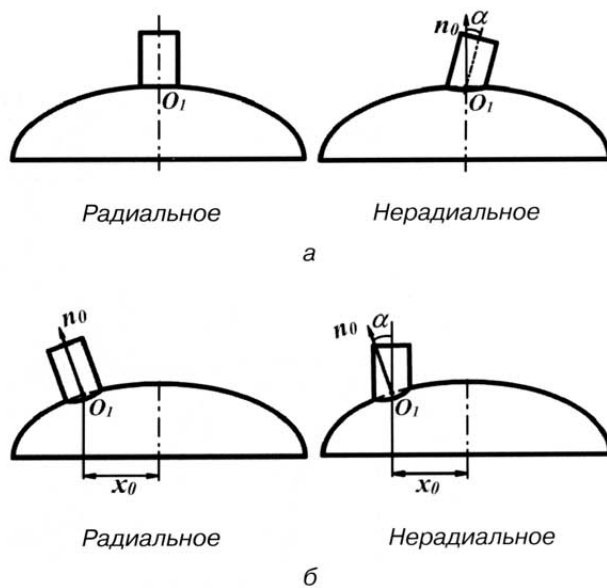


Рис. 3. Типовые соединения пересекающихся эллипсоидальной и цилиндрической оболочек:
а – соединения с центральным патрубком;
б – соединения с нецентральной патрубком

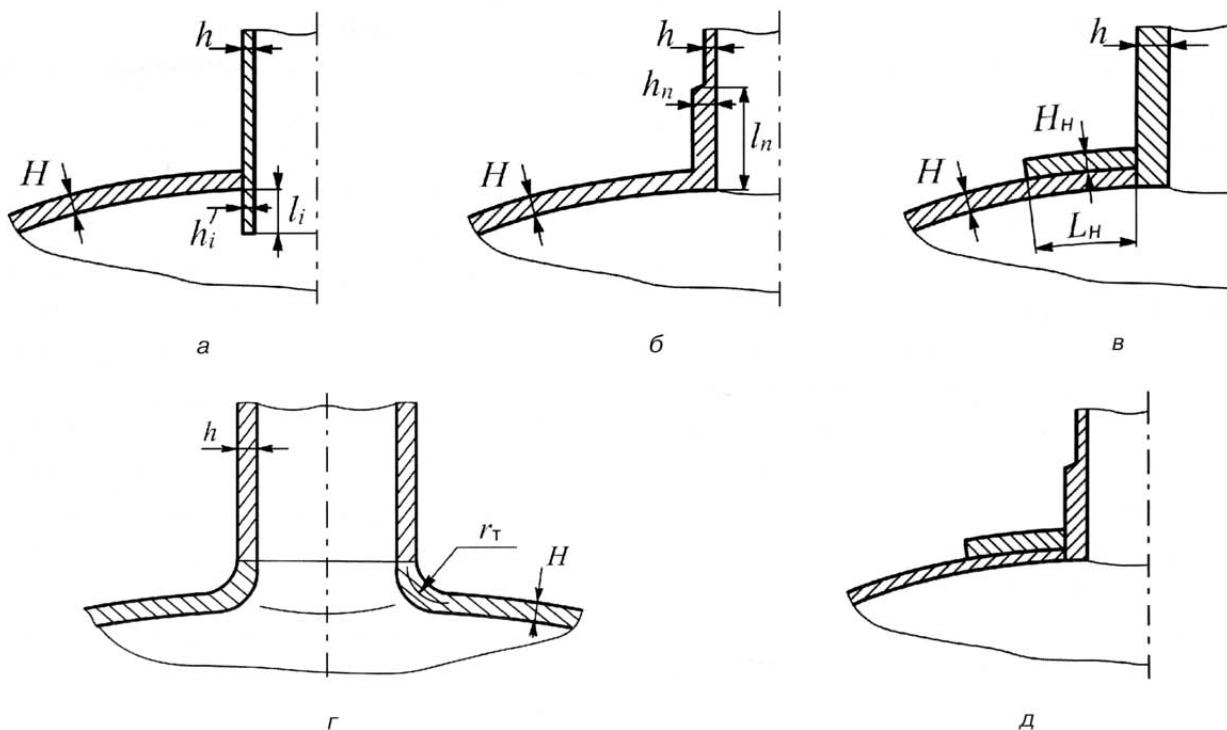


Рис. 4. Соединения пересекающихся оболочек с локальным укреплением:
а – пропущенный патрубок; б – интегральное укрепление; в – укрепление кольцевой накладкой;
г – переходная (торовая) секция; д – комбинированное укрепление; H, h – толщина основной оболочки и патрубка соответственно; h_p, l_i – толщина и длина пропущенной части патрубка; H_n, L_n, h_n, l_n – толщина и длина интегрального укрепления основной оболочки и патрубка соответственно;
 H_n, L_n – толщина и ширина кольцевой накладки; r_T – средний радиус торовой секции

- пропущенный патрубок;
- монолитное (интегральное) укрепление;
- укрепление накладным кольцом;
- применение переходной секции (отбортовки или торообразной вставки).

Возможны и варианты комбинированного локального укрепления соединения пересекающихся оболочек: например, применение патрубка с локально утолщённой стенкой (монолитное укрепление) и приварной кольцевой накладки для основной оболочки.

Использование конкретного способа локального укрепления области пересечения оболочек определяется различными причинами: эффективностью укрепления (степенью снижения максимальных напряжений в оболочках), выбором объекта укрепления (основной оболочки или патрубка), технологичностью выполнения укрепления и др. Кроме того, использование локального укрепления экономически выгодно с позиции металлоёмкости конструкции.

К технологически простым вариантам укрепления следует отнести применение локально утолщённого патрубка, пропущенного патрубка, накладного кольца небольшого диаметра. Однако в ряде отраслей для ответственных узлов сосудов давления запрещено применение укрепления накладкой основной оболочки: например, корпуса или днища реакторов атомной техники. Укрепление в виде переходной секции можно осуществить либо загибом кромки отверстия на основной оболочке (отбортовкой), либо приваркой торовой вставки. (Известна эффективная финская технология **T-Drill** для тройниковых трубчатых соединений, при которой на одной установке осуществляется высверливание отверстия, его развальцовка, механическая обработка отбортовки и приварка трубы-отвода.) Преимуществом применения отбортовки является то, что сварной шов выводится из зоны действия максимальных напряжений.

2. Анализ методов исследования

Исследование пересекающихся оболочек наиболее интенсивно стали проводить лишь в

последние 30 лет, причем основные результаты получены в области линейного анализа (известны лишь единичные работы в области нелинейного анализа). Как правило, исследования ограничены решением частных прикладных задач, проведением параметрического анализа для соединений оболочек определенной геометрической формы, но отсутствует системный подход к данной проблеме. Полученные результаты при решении различного рода прикладных задач отражены в статьях, научно-технических отчётах, диссертациях. Опубликовано свыше 300 научных работ различного плана, но нет ни одной монографии, посвященной данной проблеме. Обзор исследований пересекающихся оболочек достоин отдельной публикации. В настоящей работе представлены лишь некоторые выводы для получения общего представления по этому вопросу.

Развитие исследований пересекающихся оболочек, в первую очередь, стимулируется практической необходимостью, широким использованием таких конструктивных объектов в технике, особенно, в машиностроении. В тоже время, возможности широкого исследования обусловлены научным развитием в области механики, степенью разработки и применения современных расчетных методов с использованием адекватных математических моделей, совершенствованием экспериментальной техники. Конструктивная неоднородность соединений пересекающихся оболочек, существенная изменяемость напряженного состояния, характеризующаяся высокими градиентами напряжений вблизи области пересечения, требуют тщательных исследований, как экспериментальных, так и расчетных.

Наибольшее количество опубликованных работ относится к пересекающимся цилиндрическим оболочкам, что объясняется их наиболее широким применением в различных областях техники. Причем в подавляющем большинстве этих работ рассматриваются радиальные соединения. Гораздо меньше публикаций, посвященных соединениям сферической и цилиндрической оболочек. Еще меньше публикаций

в области соединений эллипсоидальной оболочки с цилиндрическим патрубком, хотя такие конструктивные объекты имеют практическое применение не меньшее, чем соединения сферической оболочки. Но, как объекты исследования, соединения эллипсоидальной оболочки, пожалуй, наиболее сложные. Всего несколько работ посвящено соединениям конической оболочки с цилиндрическим патрубком. Особо следует отметить, что традиционно мало внимания уделяется изучению локально подкрепленных пересекающихся оболочек, хотя для таких соединений имеются определенные особенности анализа.

Чисто экспериментальный подход явился начальным этапом исследований пересекающихся оболочек и был связан, чаще всего, с рассмотрением отдельных промышленных конструкций. В практике экспериментальных исследований пересекающихся оболочек примерно в равной степени применяются метод электротензометрирования и метод фотоупругости с «замораживанием» деформаций. Вследствие отмеченных особенностей напряженного состояния пересекающихся оболочек применение метода электротензометрирования целесообразно с использованием малобазных тензодатчиков, высокой степенью автоматизации процесса измерения и обработки информации. Существенным достоинством этого метода является возможность испытания натурных изделий и моделей практически любых размеров, что позволяет исследовать как толстостенные, так и тонкостенные оболочки. Недостаток метода применительно к пересекающимся оболочкам проявляется в невозможности непосредственного измерения максимальных деформаций и последующего определения наибольших напряжений, так как они возникают на границе области пересечения и непосредственно оболочек. Поэтому нередко максимальные напряжения определяют способом экстраполяции экспериментальных данных вблизи области пересечения.

Метод фотоупругости позволяет получить достаточно полную информацию о распреде-

лении деформаций и напряжений по всему объему пересекающихся оболочек, особенно в области пересечения, где возникает трехмерное напряженное состояние. Однако имеются трудности получения экспериментальных данных в области резкого изменения геометрии (области внешнего угла соединения оболочек), а именно здесь чаще всего и возникают наибольшие напряжения. Кроме того, в методе фотоупругости существуют практические ограничения на размеры используемых моделей (толщина оболочки, габаритные параметры), что не позволяет испытывать достаточно тонкостенные модели оболочек.

Кроме указанных частных особенностей использования экспериментальных методов, можно отметить и трудности общего порядка: вследствие многообразия типовых соединений пересекающихся оболочек, большого количества и широкого диапазона изменения геометрических параметров соединений, практически невозможно провести полный анализ с использованием только экспериментального подхода. Поэтому наиболее эффективное направление экспериментальных исследований заключается в целевой постановке и проведении специальных испытаний для обоснования применимости расчетных методов и верификации вычислительных программ. Именно при таком подходе получены наиболее качественные и достаточно масштабные опытные данные, как правило, для тщательно изготовленных моделей.

В расчетах пересекающихся оболочек применяются аналитические методы с использованием классической теории оболочек на основе гипотез Кирхгофа-Лява и численные методы анализа. Аналитические методы для такой сложной задачи не всегда применимы. Лишь в случае осесимметричной конструкции – радиального соединения сферической и цилиндрической оболочек, решение задачи получить относительно несложно, без введения каких-либо дополнительных допущений. В остальных случаях, известные аналитические решения получены в приближенной постановке, с рядом дополнительных допущений, которые

ограничивают область их применения. Кроме того, в силу особенностей решения задачи чаще всего применение аналитических методов не имеет заметного преимущества по сравнению с использованием численных методов.

В настоящее время применение численных методов является наиболее общим, а во многих случаях и единственно возможным, подходом в теоретическом анализе данной проблемы. Только на их основе возможно расчетное исследование различных соединений пересекающихся оболочек в широком диапазоне изменения геометрических параметров и типовых случаев нагружения.

Среди численных методов в наибольшей степени используется метод конечных элементов (МКЭ). Применение метода конечных разностей (МКР) отмечено лишь в отдельных публикациях, но по эффективности решения МКР уступает МКЭ. При расчете толстостенных пересекающихся оболочек конкуренцию МКЭ может составить метод граничных элементов (МГЭ). Однако сравнение возможностей и вычислительной эффективности МГЭ и МКЭ показывает, что расчет оболочек относится к тому классу задач, решение которых по МГЭ не столь эффективно из-за большого отношения поверхности тела к его объему и, как следствие, относительно больших вычислительных затрат на интегрирование.

В настоящее время МКЭ является фундаментальным методом механики, наиболее широко применяющимся в расчетной практике для решения многих сложных задач. В частности, его отличает широкие возможности математического моделирования, удобство и эффективность численной реализации. С применением персональных компьютеров расширились возможности метода, причём не только вычислительные, но и в плане использования графических средств для геометрического моделирования расчётных объектов и визуализации расчётных результатов.

Применение МКЭ к расчету пересекающихся оболочек характеризуется большим разнообразием: используются различные постанов-

ки задачи (двухмерная, трехмерная, комбинированная) и вариационные формулировки, различного типа элементы (например, для двухмерного решения – плоские и криволинейные, треугольные и четырехугольные). В целом, можно отметить три основных направления применения МКЭ при расчетном исследовании пересекающихся оболочек. Первое – с использованием классической теории оболочек на основе гипотез Кирхгофа-Лява. В большинстве работ численные результаты получены с использованием плоских элементов. Применение криволинейных двухмерных элементов более эффективно за счет адекватного геометрического и деформационного представления оболочек, а также и в вычислительном плане; но работ в такой постановке гораздо меньше. Второе – с использованием теории оболочек в уточненной постановке. Чаще всего применяются двухмерные элементы с учетом деформации поперечного сдвига. При таком подходе важен выбор типового элемента, позволяющего в равной степени эффективно проводить расчеты как толстостенных, так и тонкостенных оболочек, однако, увеличиваются вычислительные затраты по сравнению с расчетами при использовании элементов классической теории оболочек. Для повышения эффективности расчета реализуются различные варианты моделей таких элементов («вырожденные» элементы, «способа двойной аппроксимации», на основе «дискретных гипотез Кирхгофа» и др.). Третье – с использованием трехмерных элементов. Казалось бы, что наиболее общая постановка предпочтительна, особенно для получения расчетных напряжений в области пересечения оболочек. Но при расчете в трехмерной постановке резко возрастают вычислительные затраты, усложняется процедура конечно-элементного моделирования. Известны работы, в которых приведены особые приемы моделирования пересекающихся оболочек. Например, комплексное применение трехмерных элементов (в области пересечения и вблизи нее), двухмерных элементов (в остальной части соединения) и транзитных элементов, обеспечивающих сопряжение трехмерных и двухмер-

ных элементов. При этом сильно усложняется расчетный алгоритм и практически не снижаются вычислительные затраты по сравнению с трехмерным расчетом.

Следует отметить, что в расчетной практике до сих пор применяются и эмпирические формулы, предложенные для оценки максимальных напряжений в зоне пересечения оболочек. Учитывая простоту и удобство использования, их применение оправдано лишь для относительно ненапряженных конструктивных узлов, в обоснованном диапазоне геометрических параметров, но для полномасштабных исследований такой подход мало подходит.

3. Прикладная методика расчета пересекающихся оболочек

Для теоретического исследования конструктивных объектов типа пересекающихся оболочек разработана прикладная методика расчета с применением МКЭ, которая позволяет проводить системный анализ данного класса оболочечных конструкций. Структурными составляющими такой методики являются:

- 1) единая классификация типовых соединений пересекающихся оболочек различной геометрической формы;
- 2) системы криволинейных координат, связанные с поверхностями отдельных оболочек;
- 3) МКЭ в модифицированной смешанной вариационной формулировке;
- 4) рациональный вычислительный алгоритм;
- 5) специализированная вычислительная программа.

Введение и использование классификации типовых соединений пересекающихся оболочек различной геометрической формы способствует проведению исследований с единых методологических позиций, систематизации основных геометрических параметров соединений, оказывающих влияние на напряженное состояние, разработке практических рекомендаций для выбора конструктивных решений при проектировании соединений типа пересекающихся оболочек.

Математическое моделирование расчетного объекта осуществляется с использованием систем криволинейных координат, связанных с поверхностями отдельных оболочек (см. рис. 1): (s, φ, z) (для основной оболочки; (s', φ', z') – для оболочки-патрубка, где s (s'), φ (φ') – меридиональная и окружная координаты соответственно на поверхности отсчета основной оболочки и патрубка (совпадают с линиями главных кривизн), а координаты z и z' направлены по нормальям к поверхностям оболочек. Это обеспечивает адекватное представление поверхностей оболочек, учет взаимосвязанной мембранной и изгибной деформаций оболочки. Кроме того, такой подход приводит к экономичному вычислительному алгоритму.

В рамках прикладной методики была рассмотрена задача получения аналитических зависимостей для линии пересечения поверхностей оболочек вращения. Геометрические соотношения для линии пересечения определяют взаимно однозначное соответствие между криволинейными координатами оболочек и устанавливают матричные преобразования системы координат.

В результате совместного решения уравнений поверхностей оболочек получены нелинейные геометрические зависимости для вычисления координат точек линии пересечения

$$s' = f_1(\varphi'), s = f_2(\varphi'), \varphi = f_3(\varphi'), \quad (1)$$

которые позволяют по заданной координате φ' последовательным образом вычислять координаты s, s', φ . Конкретный вид зависимостей $f_i(\varphi')$ определяется геометрической формой пересекающихся оболочек и их взаимным угловым положением.

Преобразования координат на линии пересечения в матричной форме имеют вид:

$$\mathbf{e}' = \lambda \mathbf{e}, \mathbf{e} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)^T, \mathbf{e}' = (\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)^T, \quad (2)$$

где $\mathbf{e}, \mathbf{e}'$ – локальные базисы с ортами $\mathbf{e}_i$ и $\mathbf{e}'_i$ соответственно, связанные с системами криволинейных координат основной оболочки и

патрубка (см. рис. 1); λ – матрица преобразований системы координат.

Геометрические зависимости (1) и матрица λ получены в явной форме для соединений цилиндрической, конической, сферической и эллипсоидальной оболочек, пересекающихся с цилиндрической оболочкой (патрубком) [1–3]. Для соединений с переходной областью сопряжения оболочек, которая аппроксимируется частью тороидальной оболочки отрицательной гауссовой кривизны, разработана приближенная итерационная процедура определения геометрических параметров.

Для конечно-элементного анализа оболочечных конструкций используется смешанный вариационный принцип Хеллингера-Рейсснера в модифицированной формулировке. Модифицированный смешанный функционал для упругого трехмерного анализа с независимыми полями аппроксимации перемещений $\mathbf{f}$ и части деформаций $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2$ представляется в виде [4]:

$$\Pi_R^*(\mathbf{f}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2) = \sum_{\mathbf{e}} \left[\int_{V_e} \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2^T \mathbf{D}_2 (\mathbf{B}_2 \mathbf{f}) - \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2^T \mathbf{D}_2 \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \right) dV - A_p \right]; \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{f}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2]^T, \quad \mathbf{f} = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}^T, \quad \mathbf{f} = \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\delta}^e,$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = \mathbf{P}\mathbf{a}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix},$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор деформаций; $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ – вектор части деформаций с независимой аппроксимацией; $\mathbf{B}$ – матрица дифференциальных операторов; $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ – компоненты вектора перемещения; $\boldsymbol{\phi}$ – матрица аппроксимации перемещений; $\boldsymbol{\delta}^e$ – вектор узловых перемещений элемента; $\mathbf{P}$ – матрица аппроксимации деформаций; $\mathbf{a}$ – вектор независимых параметров; $\mathbf{D}$ – матрица упругости; A_p – работа внешних сил; V_e – объем элемента; t – символ транспонирования.

Выполнение условий стационарности функционала позволяет исключить вектор $\mathbf{a}$ на уровне элемента и получить матрицу жесткости и вектор узловой нагрузки для элемента.

Разрешающая система уравнений в такой постановке формируется относительно узловых перемещений конечно-элементной модели. В целом, применение модифицированной смешанной вариационной формулировки является общим и достаточно гибким подходом, позволяющим удачно сочетать преимущества классических формулировок МКЭ – метода перемещений и смешанного метода. Модифицированные смешанные функционалы на основе уточненной теории оболочек с учетом деформации поперечного сдвига и на основе классической теории тонких оболочек приведены в работах автора [5, 6].

С использованием представленной вариационной формулировки разработаны различные смешанные модели конечных элементов. Эффективность модели элемента во многом зависит от выбора аппроксимирующих функций. При данном подходе за счет специальных способов аппроксимации переменных на уровне элемента достигается высокая эффективность моделей с наименьшим числом степеней свободы, т.е. для простейших типов элементов, что имеет существенное значение при реализации вычислительной процедуры. Согласованная аппроксимация перемещений и деформаций обеспечивает выполнение таких важных свойств элемента, как правильность ранга матрицы жесткости и достаточно полное представление перемещений элемента как жесткого целого.

Для трехмерного анализа разработана смешанная модель восьмиузлового шестигранного элемента S8 с 24 степенями свободы [4]. Для аппроксимации перемещений применяются полиномы Лагранжа первого порядка, а независимая аппроксимация деформаций задается только для сдвиговых компонент. При использовании различных систем координат (декартовой, цилиндрической, сферической) возможны различные варианты аппроксимации деформаций.

При расчете тонких пересекающихся оболочек наиболее эффективно применение модели четырехузловых криволинейного элемен-

та S4 с 20 степенями свободы [6], разработанной с использованием моментной теории оболочек в варианте В.В. Новожилова. Аппроксимация тангенциальных компонент перемещений задается при помощи билинейных полиномов Лагранжа, а специальная система аппроксимации нормальной компоненты строится с использованием бикубических полиномов Эрмита. Для деформаций независимая аппроксимация задается только для линейных компонент в виде констант.

Для расчета нетонкостенных и анизотропных оболочек, в том числе из материала с низкой поперечной сдвиговой жесткостью, разработан модель четырехузловой криволинейного элемента ST4 с 20 степенями свободы [5] при использовании теории анизотропных оболочек [7] с учетом деформаций поперечных сдвигов. Аппроксимации трех компонент линейного перемещения и двух компонент углового перемещения задаются в виде билинейных полиномов Лагранжа. Для деформаций независимая аппроксимация задается для компонент линейной и тангенциальной деформаций.

Для учета стержневого подкрепления в оболочечных конструкциях разработана смешанная модель криволинейного двухузловое стержневого элемента S2 с шестью степенями свободы в узле с использованием соотношений технической теории плоско-пространственной деформации стержней.

Сравнительный анализ при решении различных тестовых задач показал, что применение элемента ST4 для расчета тонких изотропных оболочек менее эффективно, чем элемента S4. В тоже время при расчете оболочек средней толщины и композитных оболочек элемент ST4 обладает достаточно хорошими характеристиками как с точки зрения сходимости решения МКЭ, так и в плане анализа напряженно-деформированного состояния оболочек.

В расчетном анализе соединение пересекающихся оболочек представляется в виде конечно-элементной модели. При статическом линейном анализе матричное уравнение МКЭ относительно узловых перемещений имеет вид:

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{K} = \sum_e \mathbf{K}^e, \quad \mathbf{F} = \sum_e \mathbf{F}^e, \quad (4)$$

где $\mathbf{K}$ – общая матрица жесткости конечно-элементной модели; $\boldsymbol{\delta}$ – общий вектор узловых перемещений; $\mathbf{F}$ – общий вектор эквивалентной узловой нагрузки; $\mathbf{K}^e$ – матрица жесткости элемента; $\mathbf{F}^e$ – вектор эквивалентной узловой нагрузки элемента.

Отметим особенности расчетного алгоритма для конечно-элементного анализа пересекающихся оболочек с использованием систем криволинейных координат. Характеристики элементов ($\mathbf{K}^e$, $\mathbf{F}^e$, $\boldsymbol{\delta}^e$) получаются в системе координат, связанной с поверхностью отсчета каждой из оболочек. Преобразования координат проводятся только для характеристик элементов патрубка, имеющих узлы на линии пересечения оболочек, которые приводятся к системе координат основной оболочки. Такие преобразования выполняются в блочной форме:

$$\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{L}_i^T \mathbf{K}_{ij}' \mathbf{L}_j, \quad \mathbf{F}_i = \mathbf{L}_i^T \mathbf{F}_i', \quad \boldsymbol{\delta}_i' = \mathbf{L}_i \boldsymbol{\delta}_i, \quad (5)$$

$$\mathbf{L}_k = [\lambda_k, \lambda_k], \quad k = i, j \quad (1, \dots, m),$$

где $\mathbf{K}_{ij}$, $\mathbf{F}_i$, $\boldsymbol{\delta}_i$ – блоки матрицы жесткости, вектора нагрузки и вектора узловых перемещений элемента, соответствующих i -му узлу элемента на линии пересечения (величины со штрихом относятся к системе координат патрубка); $\mathbf{L}_k$ – матрица преобразований для k -го узла элемента (если этот узел не принадлежит линии пересечения, то матрица $\mathbf{L}_k$ является единичной); λ_k – подматрица, являющаяся матрицей преобразований в соотношении (2); m – число узлов элемента.

Таким образом, разработанный расчетный алгоритм позволяет минимизировать число преобразований координат, что приводит к существенному сокращению вычислительных затрат.

В результате решения системы уравнений (4) определяется общий вектор узловых перемещений $\boldsymbol{\delta}$ конечно-элементной модели соединения, на основе которого формируются векторы узловых перемещений $\boldsymbol{\delta}_i$ элементов оболочек. При этом для элементов патрубка, имеющих узлы на линии пересечения, проводятся

обратные преобразования на основе соотношений (5) для получения вектора δ'_i .

Напряжения вычисляются для узловых точек элементов, а для соединения в целом – путем осреднения их значений для элементов, соединяющихся в данном узле. В узловых точках линии пересечения компоненты напряжений вычисляются отдельно для патрубка и основной оболочки.

4. Специализированная вычислительная программа SAIS

Применение современных расчетных методов экономически и практически целесообразно в инженерной практике, а персональные компьютеры служат тем рабочим инструментом, который обеспечивает эффективность инженерной деятельности на различных этапах разработки, диагностики и совершенствования технических объектов различного назначения. В связи с этим всё более активно используются пакеты прикладных программ, ориентированные на возможности имеющихся персональных компьютеров и предоставляющие пользователю удобные интерфейсные программные средства.

В настоящее время известные вычислительные программы общего назначения (ANSYS, NASTRAN и др.) применяются как для решения различных задач механики, так и в компьютерном проектировании. Как правило, их отличают широкие возможности и универсальность, достаточно полное программное обеспечение (препроцессор, моделирование, методы анализа, постпроцессор). Вследствие этого такие программы обычно ориентированы на использование мощной вычислительной техники, относительно велики по объёму, обладают довольно высокой стоимостью, требуют специальной подготовки в областях МКЭ и механики, занимают немало времени в освоении.

Гораздо в меньшей степени разрабатываются и применяются специализированные программы (например, FERPE, CANPIPE), адаптированные для проектирования и анализа кон-

структивных объектов определенного класса (проблемная или объектная ориентация). Эффективность специализированных вычислительных программ определяется областью технического применения и удобством их практического использования. Специализированные программы компактны и относительно недороги, просты в освоении и эксплуатации. Кроме того, такие программы могут быть и легко встроены в различные интегрированные системы автоматизированного проектирования, обеспечивая оперативность компьютерного проектирования. Образно говоря, инженерное использование специализированных программ определяет перенос «центра тяжести» с хорошо подготовленного специалиста в области МКЭ и механики на практического пользователя – разработчика соответствующего технического изделия. Анализ отечественной и зарубежной литературы показывает, что этому направлению не уделяется должного внимания. Очевидно, что экономическая целесообразность в создании специализированных программ будет тем выше, чем более широкую область применения они будут иметь.

Для реализации прикладной методики расчета конструктивных соединений пересекающихся оболочек разработана специализированная вычислительная программа SAIS (*Stress Analysis in Intersecting Shells*), авторы В.Н. Скопинский, Н.А. Берков, В.В. Михайлов (МГИУ). Программа SAIS, являясь эффективным инженерным инструментом в исследовательской и проектно-конструкторской работе в различных технических областях, внедрена и применяется на ряде предприятий. У программы есть немало практических приложений, в частности, она использовалась и для совершенствования отраслевых технических материалов (норм, руководящих документов и т.п.).

Программа SAIS имеет основной конечно-элементный модуль и независимый интерактивные графический пре- и постпроцессорный модуль. Автоматизированный генератор конечно-элементной модели типового соединения выполняет рациональное разбиение оболочек на

элементы с нерегулярной сеткой и определением узловых координат на базе геометрических соотношений для линии пересечения оболочек и с учетом геометрических параметров оболочек. Графический постпроцессор в диалоговом режиме обеспечивает визуализацию результатов моделирования и расчета: цветное изображение конечно-элементной модели или ее фрагментов, наложение исходного и деформированного состояний модели, изображение цветных областей (или изолиний) уровня напряжений, построение графиков распределения напряжений в выбранном направлении.

Программное обеспечение **SAIS** является открытым к дополнению новыми функциями и режимами работы, расширению программных возможностей по отношению к новым задачам. Программа обеспечивает относительно малые вычислительные затраты. Сопоставление с аналогичными данными при использовании некоторых известных зарубежных программных комплексов (например, ANSYS) показало преимущества программы **SAIS** в плане подготовки конечно-элементной модели, в порядке разрешающих уравнений, в прямых вычислительных затратах.

Верификация программы **SAIS** проводилась путем сопоставления расчетных результатов с данными опубликованных и проведенных экспериментальных исследований. По мере разработки программы было проведено сопоставление расчетных и экспериментальных результатов для пересекающихся оболочек различной формы в широком диапазоне геометрических параметров типовых соединений, при различных видах нагружения. Причем для сравнения, как правило, выбирались опытные данные, полученные при целенаправленной постановке экспериментальных исследований. Некоторые результаты сравнительного анализа расчетных и экспериментальных данных приведены в работах [2, 4, 6, 8 – 11].

С использованием программы **SAIS** выполнен сравнительный анализ двухмерного и трехмерного решений для пересекающихся цилиндрических оболочек [4, 11]. Причем не только

приведено обоснование применимости двухмерного решения на базе теории оболочек к расчетному исследованию пересекающихся оболочек, но и акцентировано внимание на некоторых особенностях распределения напряжений в таких оболочечных конструкциях.

5. Анализ штуцерных узлов реактора Р-302

В рамках научно-исследовательской работы, выполненной в МГИУ для нефтеперерабатывающего завода (НПЗ) АО «Мажейкю нафта» (Литва), был проведен проверочный прочностной расчет реактора риформинга газов (Р-302) для всех ответственных штуцерных узлов, расположенных на корпусе и днищах реактора.

Несущая система реактора (сосуда давления) представляет собой сварную составную оболочечную конструкцию, которая должна обеспечивать работоспособность реактора при различных эксплуатационных режимах. Несущая конструкция включает цилиндрический корпус с внутренним диаметром $D_i = 2830$ мм, верхнее и нижнее эллиптические днища (стандартного типа 2:1), штуцера на корпусе и днищах.

Верхняя часть корпуса реактора и верхнее эллиптическое днище выполнены из стали SA 387-22-2. Нижняя часть корпуса и нижнее эллиптическое днище изготовлены из стали SA 387-12-2. Штуцера с меньшим диаметром (внутренний диаметр $d_i \leq 200$ мм) выполнены из стали SA 182-F12-2, с большим диаметром ($d_i > 200$ мм) – из стали SA 182-F22-1.

В соответствии с техническим заданием был выполнен расчёт напряжений для двух стационарных эксплуатационных режимов работы реактора:

- а) режим реакции при $p = 1,8$ МПа; $T = 480$ °С;
- б) режим регенерации при $p = 1,1$ МПа; $T = 530$ °С,

где p – расчётное внутреннее давление;

T – расчётная температура рабочей среды).

Номинальные допускаемые напряжения $[\sigma]$ и значения модуля продольной упругости E в расчётном диапазоне температур для материалов конструктивных элементов реактора при-

нимались в соответствии с техническим заданием и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения номинальных допускаемых напряжений и модуля упругости

$T, ^\circ\text{C}$	Материал	$[\sigma], \text{МПа}$	$E, \text{ГПа}$
470	SA387-12-2	123,8	180
470	SA387-22-2	112,9	180
470	SA182-F22-1	104,9	180
480	SA387-12-2	122,0	180
480	SA387-22-2	111,4	180
480	SA182-F22-1	97,3	180
520	SA387-12-2	71,0	175
520	SA387-22-2	69,1	175
520	SA182-F22-1	68,8	175
530	SA387-22-2	61,1	175
530	SA182-F22-1	61,8	175
530	SA387-12-2	58,7	175

При анализе напряженного состояния штуцерных узлов принимались во внимание основные категории напряжений, используемые в нормах расчёта на прочность энергетического машиностроения [12]: общие и местные мембранные напряжения, общие и местные изгибные напряжения, общие и местные температурные напряжения. Общие мембранные напряжения определялись для безмоментного напряжённого состояния в оболочках при действии внутреннего давления. Для каждой расчётной группы категорий напряжений, а также для суммарных напряжений вычислялись эквивалентные (или приведённые) напряжения с использованием соответствующей теории прочности. Такие категории напряжений выделяются в связи с тем, что для них принимаются различные допускаемые напряжения. Номинальные допускаемые напряжения $[\sigma]$, указанные в табл. 1, регламентируют уровень общих мембранных напряжений. Согласно техническому заданию для регламентирования местных напряжений устанавливались следующие уровни допускаемых напряжений: $[\sigma]_2 = 1,5[\sigma]$ – для местных мембранных напряжений; $[\sigma]_{\text{дв}} = 3[\sigma]$ – для местных суммарных (эквивалентных) напряжений.

При исследовании напряжённого состояния конструктивных узлов реактора рассматривались несколько радиальных и тангенциальных штуцеров на корпусе, центральные и нецентральные

штуцера на эллиптических днищах. При выполнении проверочного расчёта штуцерных узлов на статическую прочность при нагружении внутренним давлением определялись наиболее напряжённые области конструктивных элементов реактора, значения компонентов напряжений и эквивалентных напряжений в опасных точках наружной и внутренней поверхностей. Проверочный расчёт основывался на анализе прочности по допускаемым напряжениям для всех расчётных режимов эксплуатации реактора.

Расчетный анализ штуцерных узлов показал следующее. Для штуцера наибольшие эквивалентные напряжения имели место на внутренней поверхности в области сопряжения с корпусом. Это объясняется сочетанием значительного растяжения оболочки в окружном направлении и изгибных эффектов в меридиональном за счёт малой изгибной жёсткости стенки штуцера. Для корпуса наибольшие эквивалентные напряжения в расчетных узлах могут быть как на наружной, так и на внутренней поверхности. При действии внутреннего давления в точках наружной и внутренней поверхности оболочек (корпуса и штуцера) имеет место различный тип напряжённого состояния. На наружной поверхности – типа двухосного растяжения, определяемого действием растягивающих меридиональных и окружных напряжений. Для точек внутренней поверхности штуцера наблюдается смешанное напряжённое состояние, при котором наибольшее и наименьшее главные напряжения разного знака. Для точек внутренней поверхности корпуса имело место двухосное растяжение – для штуцерных узлов при малых значениях параметра d/D (отношения диаметров штуцера и корпуса) или смешанное напряжённое состояние – при больших значениях параметра d/D .

Расчетные штуцерные узлы имели следующие относительные геометрические параметры:

$$d/D = 0,189; D/H = 101,1; h/H = 1,214,$$

где D, d – диаметры срединных поверхностей корпуса и штуцера соответственно; H, h – расчет-

ные толщины оболочек корпуса и штуцера соответственно (с учетом коррозионной прибавки).

При проведении проверочного расчёта штуцерных узлов определялись напряжения каждой расчётной категории, которые сопоставлялись с соответствующими допускаемыми напряжениями. Для одного из штуцерных узлов на корпусе реактора, относящегося к типу радиального соединения (см. рис. 2, а), в табл. 2 приведены максимальные расчетные напряжения в корпусе и штуцере (данные для неукрепленного узла) для двух рассматриваемых эксплуатационных режимов реактора.

Из представленных расчетных данных для каждой категории напряжений видно, что мес-

тные мембранные напряжения превышают уровень соответствующих допускаемых напряжений, как в корпусе, так и в штуцере.

С учетом высокого уровня напряжений в рассматриваемом конструктивном соединении было выполнено расчетное исследование напряжённого состояния штуцерного узла, усиленного приварной кольцевой накладкой на корпусе. В целях разработки практических рекомендаций по выбору параметров укрепления был проведен параметрический анализ влияния ширины L_H и толщины H_H кольцевой накладки (см. рис. 4, в) на максимальные напряжения в оболочках. На рис. 5 показано влияние геометрических параметров кольцевой накладки

Таблица 2

Максимальные напряжения, МПа

Пересекающиеся оболочки	Неукрепленный штуцерный узел							
	$p = 1,8 \text{ МПа}; T = 480^\circ\text{C}$				$p = 1,1 \text{ МПа}; T = 530^\circ\text{C}$			
	σ_{me}	$[\sigma]_{RV}$	σ_{mL}	$[\sigma]_2$	σ_{me}	$[\sigma]_{RV}$	σ_{mL}	$[\sigma]_2$
Корпус	184,2	334,3	173,3	167,1	112,4	185,8	105,9	92,9
Штуцер	279,3	291,9	196,9	145,9	170,7	185,3	120,3	92,6
Укрепленный штуцерный узел ($L_H/D = 0,05; H_H/H = 1$)								
Корпус	147,5	334,3	126,3	167,1	82,9	185,8	74,1	92,9
Штуцер	188,2	291,9	118,2	145,9	115,0	185,3	72,2	92,6

Примечание. В табл. 2 использованы следующие обозначения: $\sigma_{me} = \sigma_e^{max}$ – местные максимальные эквивалентные напряжения на поверхности оболочки, определяемые через выбранный критерий прочности; σ_{mL} – местные максимальные мембранные напряжения.

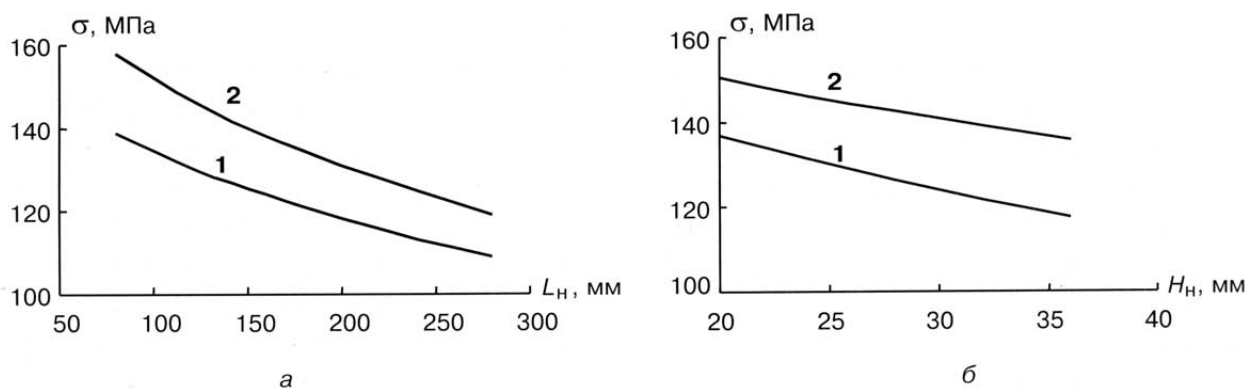


Рис. 5. Влияние ширины и толщины кольцевой накладки на напряжения в корпусе:

а – при $H_H = H = 28 \text{ мм}$; б – при $L_H = 140 \text{ мм}$;

1 – максимальные местные мембранные напряжения;

2 – максимальные окружные напряжения на внутренней поверхности

на максимальные окружные напряжения (на внутренней поверхности), которые являются определяющими для оболочки корпуса, и максимальные местные мембранные напряжения в корпусе.

Результаты анализа показали, что наиболее заметно эффект укрепления проявляется при $L_H < \sqrt{DH}$ и $H_H \leq 1,5 H$. Можно отметить, что предложенные рекомендации по укреплению высоконапряженных штуцерных узлов были реализованы на НПЗ при модернизации реактора.

Заключение

Несомненно, исследование пересекающихся оболочек представляет актуальную проблему механики, имеющую важное теоретическое и практическое значение. Следует заметить, что во многих областях машиностроения современные технические изделия и рассматриваемые соединения нередко выполняются из композиционных волокнистых материалов (стеклопластика, углепластика, органоластика). Расширение класса задач, с учетом исследования композитных пересекающихся оболочек, требует дальнейшего изучения данной проблемы.

Литература

1. Skopinsky V.N. Stress analysis of nonradial cylindrical shell intersections subjected to external loading // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 1996. Vol. 67. No. 2. P. 145-153.
2. Skopinsky V.N. Stress concentration in cone-cylinder intersection // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2001. Vol. 78. No. 1. P. 35-41.
3. Skopinsky V.N., Berkov N.A. Stress analysis of ellipsoidal shell with nozzle under internal pressure loading // Transactions of the ASME. Journal of Pressure Vessel Technology. 1994. Vol. 116. No. 3. P. 431-436.
4. Skopinsky V.N. A comparative study of three-dimensional and two-dimensional finite element analyses for intersecting shells // Journal of strain analysis. 2001. Vol. 36. No.3. P. 313-322.
5. Скопинский В.Н. Вопросы моделирования в прочностном анализе машиностроительных конструкций // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 1997. №6. С.13-15.
6. Skopinsky V.N. Numerical stress analysis in intersecting cylindrical shells // Transactions ASME. Journal of Pressure Vessel Technology. 1993. Vol. 115. No.3. P. 275-282.
7. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
8. Skopinsky V.N., Smetankin A.B. Parametric study of reinforcement of pressure vessel head with offset nozzle // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2003. Vol. 80. No. 5. P. 333-343.
9. Скопинский В.Н., Казачкин А.В. Расчетный и экспериментальный анализ тройниковых соединений с отбортовкой // Проблемы прочности. – Киев. 1994. №11. С. 69-75.
10. Skopinsky V.N. Stress analysis of shell intersections with torus transition under internal pressure loading // Transactions ASME. Journal of Pressure Vessel Technology. 1997. Vol. 119. No. 3. P. 288-292.
11. Скопинский В.Н. Трехмерный анализ напряженного состояния штуцерных узлов аппаратов высокого давления // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 1998. №6. С. 9-11.
12. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.