

СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ ПРИНС

В.П. Агапов

**АГАПОВ****Владимир Павлович**

Профессор, доктор технических наук. Работал в крупнейших научно-исследовательских центрах страны (ЦАГИ, Атомэнергопроект). Профессор кафедры сопротивления материалов Московского государственного технического университета «МАМИ». Член международного общества инженеров SAE International. Специалист в области расчетов несущих конструкций методом конечных элементов. Разработчик универсального вычислительного комплекса МКЭ ПРИНС. Автор более 70 научных трудов, в том числе двух монографий и двух изобретений.

Введение

Широкое внедрение в расчетную практику метода конечных элементов (МКЭ), с одной стороны, и производительных и надежных электронных вычислительных машин, с другой стороны, сделало возможным проведение статических и динамических расчетов сложных пространственных конструкций как в линейной, так и в нелинейной постановках. Однако для реализации этой возможности необходима разработка программных комплексов для ЭВМ, которые содержали бы как расчетную часть, так и средства, обеспечивающие удобство решения задач. Разработанный автором вычислительный комплекс (ВК) ПРИНС отвечает этим требованиям. Отличительной особенностью комплекса является то, что все расчеты проводятся на единой методологической основе.

Универсальная прикладная методика расчета инженерных конструкций

Для расчета конструкций по МКЭ используется универсальное уравнение движения в приращениях перемещений, полученное автором в виде [1]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_u + \mathbf{K}_\sigma + \mathbf{K}_{nl_1} + \mathbf{K}_{nl_2}) \cdot \mathbf{q} = \Delta\mathbf{P}, \quad (1)$$

где $\mathbf{M}$ – матрица массы; $\mathbf{q}$ – вектор приращений узловых перемещений; $\mathbf{D}$ – матрица демп-

фирования; K , K_{nl_1} и K_{nl_2} – матрицы жесткости нулевого, первого и второго порядков соответственно; K_u и K_σ – матрицы начальных перемещений и напряжений соответственно; ΔP – вектор приращений узловых нагрузок.

В работе [1] показано, что нелинейные компоненты матрицы жесткости находятся из выражений:

$$K_{nl_i}^d = 0,5 \left(q^T \frac{\partial}{\partial q_j} \tilde{K}_{nl_i} \right), i = 1, 2,$$

$$K_{nl_i} = \tilde{K}_{nl_i} + K_{nl_i}^d$$

где $\tilde{K}_{nl_i}$, $K_{nl_i}^d$, K_{nl_i} – прямая, дифференциальная и полная матрицы жесткости i -го порядка соответственно; T – символ транспонирования матрицы.

Прямые матрицы жесткости могут быть найдены непосредственно из выражений для слагаемых потенциальной энергии деформации третьего и четвертого порядков:

$$\left. \begin{aligned} V^{(3)} &= 0,5 q^T \tilde{K}_{nl_1} q \\ V^{(4)} &= 0,5 q^T K_{nl_2} q \end{aligned} \right\}.$$

Из уравнения (1), как частные случаи, могут быть получены уравнения для нелинейного статического расчета, для линейного и нелинейного расчетов на устойчивость, а также для исследования собственных и вынужденных колебаний конструкций. При этом связь между напряжениями и деформациями на каждом шаге нагружения задается в виде некоторых линеаризованных соотношений, записываемых в форме закона Гука.

Линейный статический расчет конструкций при отсутствии начальных усилий и перемещений, как следует из уравнения (1), сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$K q = P, \quad (2)$$

где P – вектор узловых нагрузок.

При наличии начальных напряжений и перемещений линейный статический расчет сводится к решению следующей системы уравнений:

$$(K + K_u + K_\sigma) \cdot q = P, \quad (3)$$

где K_u – матрица начальных перемещений; K_σ – матрица начальных напряжений.

К задачам подобного типа относится, в частности, продольно-поперечный изгиб балок, пластинок и комбинированных систем. Практически эти задачи приходится решать в два этапа. На первом этапе решается система уравнений (2) и находятся начальные усилия и перемещения. На втором этапе вычисляются матрицы начальных напряжений и начальных перемещений, составляется и решается система уравнений (3).

В вычислительном комплексе ПРИНС для решения систем уравнений (2) и (3) используется метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. При решении систем уравнений высокого порядка используются блочные алгоритмы решения систем уравнений, а также учитывается специфика систем уравнений строительной механики, заключающаяся в том, что эти уравнения являются редко заполненными (содержат большое количество нулевых коэффициентов).

Статические расчеты физически нелинейных конструкций выполняются на основе теории пластического течения. При этом расчет ведется в приращениях, так как физические соотношения в теории пластического течения устанавливаются для бесконечно малых приращений напряжений и деформаций [1]. Поскольку расчет при бесконечно малых приращениях нагрузки (бесконечно большом числе шагов нагружения) практически невозможен, приходится на каждом шаге расчета иметь дело с конечными, хотя и малыми, значениями приращений напряжений и деформаций и при этом использовать физические соотношения, полученные для бесконечно малых значений этих величин. Возникающая при этом проблема сходимости решается применением шагово-итерационной процедуры, которая заключается в следующем.

Расчет физически нелинейной конструкции на шаге нагружения ведется по уравнению:

$$K(\sigma, \varepsilon) \Delta q = \Delta P, \quad (4)$$

где $K(\sigma, \varepsilon)$ – матрица жесткости, связывающая конечные приращения узловых сил и перемещений, которая, вообще говоря, на шаге на-

гружения изменяется; $\Delta \mathbf{q}$ и $\Delta \mathbf{P}$ – векторы приращений узловых перемещений и узловых сил конечно-элементной модели соответственно.

Ввиду того, что матрица $\mathbf{K}(\sigma, \varepsilon)$ зависит от полных значений напряжений в элементах конструкции, а, следовательно, и от полных значений перемещений, уравнение (4) может быть решено лишь приближенно. Для этого уравнение (4) записывается в виде:

$$\mathbf{K}(\sigma, \varepsilon) \Delta \mathbf{q} = (\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K}) \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{P}, \quad (5)$$

где $\mathbf{K}_0$ – матрица жесткости, вычисляемая в начале шага нагружения с использованием физических уравнений теории течения; $\Delta \mathbf{K}$ – приращение матрицы жесткости на шаге нагружения.

Если обозначить через $\mathbf{K}_1$ матрицу жесткости, вычисляемую при тех же предпосылках в конце шага нагружения, то приближенно матрицу $\mathbf{K}(\sigma, \varepsilon)$ можно вычислить как полусумму матриц $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_1$.

Уравнение (5) решается итерационным способом:

$$\mathbf{K}_0 \Delta \mathbf{q}_i = \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{K}_{i-1} \Delta \mathbf{q}_{i-1},$$

где i – номер итерации.

Статический расчет геометрически нелинейных конструкций ведется шагово-итерационным методом с использованием нелинейного уравнения равновесия, получаемого из уравнения движения (1) как частный случай:

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma + \mathbf{K}_{nl_1} + \mathbf{K}_{nl_2}) \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{P}. \quad (6)$$

Уравнение (6) решается итерационным способом дополнительной нагрузки, что равносильно применению модифицированного метода Ньютона-Рафсона. При этом

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma)_j \Delta \mathbf{q}_j^{(i)} = \Delta \mathbf{P}_j - (\mathbf{K}_{nl_1} + \mathbf{K}_{nl_2})_j^{(i-1)} \Delta \mathbf{q}_j^{(i-1)},$$

где j – номер шага нагружения; i – номер итерации на данном шаге.

Для ускорения сходимости итерационного процесса в ВК ПРИНС используется коррекция решения. Процедура коррекции строится из условия, что найденный на первой итерации равновесия вектор приращений узловых перемещений умножается на некоторый корректирующий множитель s , определяемый из закона сохранения энергии.

В работе [1] показано, что корректирующий множитель находится из уравнения:

$$b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3 = 0; \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)T} \Delta \mathbf{P}_j; \quad b_1 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)T} (\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma) \Delta \mathbf{q}_j^{(i)}; \\ b_2 &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)T} \tilde{\mathbf{K}}_{nl_1} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)}; \quad b_3 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)T} \tilde{\mathbf{K}}_{nl_2} \Delta \mathbf{q}_j^{(i)} \end{aligned} \right\},$$

где b_0, b_1, b_2, b_3 – некоторые числовые коэффициенты.

Уравнение (7), как правило, имеет один положительный корень. Однако, если таких корней несколько, то выбирается ближайший к единице, чтобы обеспечить наименьшее число итераций.

Расчет на устойчивость в малом выполняется предложенным автором методом единственной наложенной связи [1]. Уравнение для расчета на устойчивость записывается на основании уравнения (1) в виде:

$$(\mathbf{K} - \lambda \bar{\mathbf{K}}_\sigma) \cdot \mathbf{q} = 0,$$

где λ – параметр нагрузки, $\bar{\mathbf{K}}_\sigma$ – матрица начальных напряжений, соответствующих нормированной нагрузке.

Расчет на устойчивость в малом сводится, таким образом, к решению линейной проблемы собственных значений. Метод единственной наложенной связи позволяет решить эту проблему косвенным путем и свести расчет на устойчивость к статическому расчету конструкции. При этом в качестве критерия потери устойчивости используется условие равенства нулю реакции единственной наложенной на заданную систему связи на единичное перемещение:

$$r_{n,n}^{(n-1)} = 0. \quad (8)$$

При заданном значении параметра нагрузки λ уравнения равновесия узлов конечно-элементной модели рассчитываемой конструкции (уравнения метода перемещений) можно записать так:

$$(\mathbf{K} - \lambda \bar{\mathbf{K}}_\sigma) \mathbf{q} = \mathbf{P}, \quad (9)$$

где $\mathbf{P}$ – вектор узловых нагрузок, соответствующих единичному смещению наложенной связи.

Если записать уравнение (9) в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \mathbf{q} &= \lambda \bar{\mathbf{K}}_\sigma \mathbf{q} + \mathbf{P} = \mathbf{D} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{D} &= \lambda \bar{\mathbf{K}}_\sigma \mathbf{q}, \end{aligned}$$

то решение уравнения можно получить способом последовательных приближений с использованием итерационного процесса:

$$Kq^{(j)} = \lambda \bar{K}_\sigma q^{(j-1)} + P = D^{(j-1)} + P, \quad (10)$$

где j – номер приближения.

Условием сходимости этого процесса является положительная определенность матриц $(K - \lambda \bar{K}_\sigma)$ и $(K + \lambda \bar{K}_\sigma)$ [2]. Первая матрица положительно определена при параметре нагрузки, меньшем минимального критического параметра [3], а вторая – ввиду ее соответствия растягивающей нагрузке. Известно [4], что минимальный критический параметр системы с одной наложенной связью находится в интервале между первым и вторым параметрами заданной системы. Следовательно, итерационный процесс (10) для системы с одной наложенной связью сходится только в области минимального критического параметра заданной системы.

Можно показать [1], что при использовании итерационного процесса (10) все расчетные величины выражаются в виде полиномов от параметра λ , тогда реакция наложенной связи также находится как функция этого параметра:

$$r_{n,n}^{(n-1)} = r_0 + r_1 \lambda + r_2 \lambda^2 + \dots + r_m \lambda^m, \quad (11)$$

где $r_0, r_1, r_2, \dots, r_m$ – некоторые числовые коэффициенты.

Итерационный процесс (10), с помощью которого получено выражение (11), сходится, и $r_{n,n}^{(n-1)} \geq 0$ при параметре нагрузки $\lambda < \lambda_{1,kr}^{(n-1)}$ для системы с одной наложенной связью. В противном случае процесс (10) расходится. Следовательно, минимальный критический параметр заданной системы $\lambda_{kp, min}$ должен быть единственным действительным положительным корнем уравнения:

$$r_{n,n}^{(n-1)} = r_0 + r_1 \lambda + r_2 \lambda^2 + \dots + r_m \lambda^m = 0, \quad m \rightarrow \infty.$$

Практически число m определяется в зависимости от требуемой точности вычисления критической нагрузки.

Форма потери устойчивости характеризуется вектором перемещений q_λ узлов системы с одной наложенной связью при $r_{n,n}^{(n-1)} = 0$, т.е. при $\lambda = \lambda_{kp, min}$.

Описанный итерационный метод расчета на устойчивость реализован в программе ПРИНС применительно к пространственным тонкостенным подкрепленным конструкциям.

При расчете конструкций на собственные колебания с малыми амплитудами предполагается, что конструкция совершает гармонические колебания, причем узловые перемещения изменяются по закону (начальные скорости и ускорения равны нулю):

$$q = q_0 \cos \omega t,$$

где q_0 – вектор, характеризующий пространственную форму колебаний; ω – круговая частота собственных колебаний; t – время.

При таких предпосылках уравнение (1) приводится к виду:

$$(K + K_u + K_\sigma) q_0 - \omega^2 M q_0 = 0. \quad (12)$$

Из уравнения (12) при отсутствии начальных перемещений и напряжений получаем уравнение малых колебаний ненагруженных конструкций:

$$K q_0 = \omega^2 M q_0. \quad (13)$$

Для решения уравнений (12) и (13) используются модифицированный метод Рунге, известный как метод итерации подпространства [5].

Расчет конструкций на вынужденные колебания проводится на действие переменных во времени нагрузок, в том числе и сейсмических, заданных реальными акселерограммами. При этом, как частный случай уравнения (1), используется линейное уравнение вида:

$$M \Delta \ddot{q}(t + \Delta t) + D \Delta \dot{q}(t + \Delta t) + K \Delta q = \Delta P. \quad (14)$$

По результатам расчета определяются перемещения узлов, усилия в элементах конструкции, а также нагрузки на оборудование (спектры ответов).

Для решения уравнения (14) в ВК ПРИНС применяются методы прямого и модального интегрирования. При прямом интегрировании используются методы Вильсона и Ньюмарка [6]. Возможность использовать альтернативные методы при решении одной и той же задачи повышает достоверность получаемых результатов.

Следует отметить, что уравнения (2), (13) и (14) хорошо известны и давно используются в различных приложениях. Но то, что они следуют как частные случаи из уравнения (1), полученного автором с учетом начальных факторов и нелинейных эффектов, свидетельствует о преимуществах и достоверности научных результатов, приведенных в работе [1].

Вычислительный комплекс ПРИНС

Разработанная универсальная прикладная расчетная методика реализована в вычислительном комплексе ПРИНС, который применяется для решения широкого круга инженерных задач.

ВК ПРИНС предназначен для расчета на прочность, устойчивость и колебания инженерных конструкций по МКЭ в различных технических отраслях (машиностроение, строительство, авиационная и космическая техника, автомобилестроение, судостроение и др.). Библиотека конечных элементов ВК ПРИНС включает:

- элемент пространственной фермы;
- элемент пространственной рамы;
- мембранный элемент, произвольно ориентированный в пространстве;
- элемент для решения плоской задачи (плоское напряженное состояние, плоская деформация, осесимметричная задача теории упругости);
- трех- и четырехугольные плоские элементы тонких пластинок/оболочек, в том числе многослойные;
- восьмиузловой трехмерный элемент;
- граничный элемент (пружина).

В вычислительном комплексе ПРИНС реализованы следующие виды расчетов конструкций:

- статический расчет (линейный, нелинейный);
- расчет на устойчивость;
- динамический расчет (на собственные и вынужденные колебания).
- расчет на колебания.

Статические расчеты проводятся на действие заданных нагрузок, собственного веса, температуры, сил инерции вращения, сейсмических нагрузок или комбинации этих воздействий. Для пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций, выполненных из материалов с заданной диаграммой «напряжение-деформация», возможен расчет с учетом как физической, так и геометрической нелинейности.

Расчет строительных конструкций реализуется с учетом требований строительных норм и правил (СНиП 2.01.07-85* «Нагрузки и воз-

действия», СНиП II-7-81* «Строительство в сейсмических районах» и СНиП 2.03.01-84* «Бетонные и железобетонные конструкции»). Возможен расчет железобетонных плит и оболочек с учетом трещинообразования и пластических деформаций в бетоне.

Расчет на вынужденные колебания проводится на действие переменных во времени нагрузок, в том числе нагрузок сейсмического типа, заданных реальными акселерограммами. Возможен расчет на кинематические воздействия, заданные тремя компонентами – перемещением, скоростью и ускорением. По результатам расчета определяются перемещения узлов, усилия в элементах конструкции, а также нагрузки на оборудование (спектры ответов).

Расчет на собственные колебания реализуется как без учета, так и с учетом начальных усилий от собственного веса, приложенных нагрузок, температуры и сил инерции вращения.

Расчет на устойчивость реализован в линейной и нелинейной постановках. При этом нелинейный расчет на устойчивость проводится методом последовательной линеаризации.

Большое внимание при разработке ВК ПРИНС было уделено обеспечению автоматизации подготовки исходных данных и визуализации результатов расчета.

Для решения этой задачи были разработаны пре- и постпроцессоры, позволяющие в интерактивном режиме задавать исходную информацию и анализировать результаты расчетов. Оболочка программного комплекса, включающая пре- и постпроцессоры, показана на рис. 1.

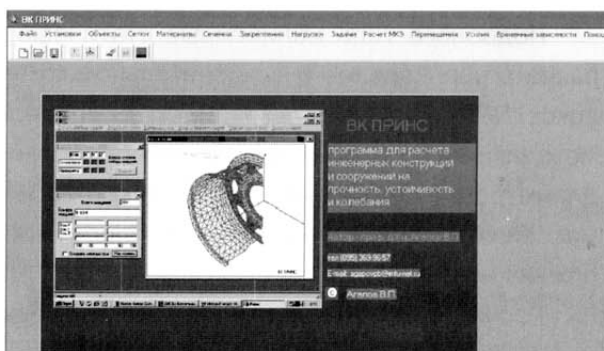


Рис. 1. Оболочка пре- и постпроцессоров ВК ПРИНС

Результаты расчетов конструкций

С применением вычислительного комплекса ПРИНС выполнены расчеты инженерных конструкций различного назначения. Ниже приведены некоторые расчетные результаты.

Расчет колеса обозрения. Одним из наиболее популярных аттракционов в местах отдыха людей является колесо обозрения, в конструкции и облике которого отражается тенденция строительства высотных объектов. В частности, проектируются и возводятся колеса обозрения большого диаметра и большой высоты подъема. Это, в свою очередь, предъявляет повышенные требования к расчету и проектированию подобных конструкций.

В последнее время предпочтение при их проектировании отдается конструкциям типа велосипедного колеса. Такие конструкции имеют ступицу, обод и спицы. Обод и спицы являются гибкими элементами, поэтому расчет конструкции колеса на прочность и устойчивость необходимо вести в геометрически нелинейной постановке. К тому же при расчете следует учитывать реальную последовательность нагружения, которая заключается в следующем.

При сборке колеса на стапеле спицы подвергаются натяжению, в результате чего в элементах колеса возникают усилия предварительного напряжения. В процессе монтажа колеса и установки его на ось начинают действовать нагрузки от собственного веса и веса оборудования. Наконец, в процессе эксплуатации к колесу прикладываются нагрузки от веса пассажиров и ветровые нагрузки.

Подобного типа нелинейные статические расчеты реализованы в вычислительном комплексе ПРИНС. С использованием описанной методики было рассчитано колесо обозрения диаметром 40 м, высотой подъема оси 23 м и массой 40400 кг. Расчетная схема колеса изображена на рис. 2.

Расчет проводился в такой последовательности.

На первом этапе определялись ветровые нагрузки на основе рекомендаций, приведен-

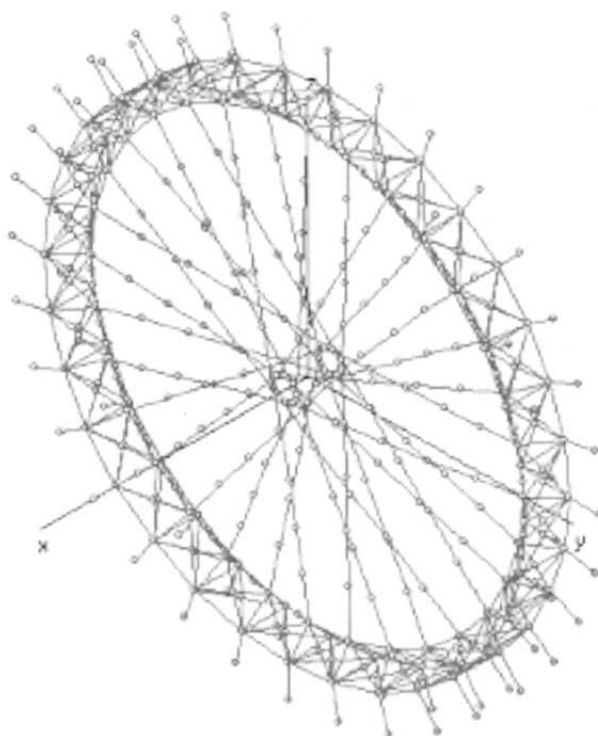


Рис. 2. Расчетная схема колеса обозрения

ных в работе [7]. Эти нагрузки состоят из двух частей – постоянной и пульсационной. Так как правила вычисления пульсационной составляющей зависят от наименьшей частоты собственных колебаний колеса обозрения, а она, в свою очередь, зависит от усилий предварительного напряжения, то в первом приближении пульсационная составляющая принималась равной статической составляющей. После подсчета ветровых нагрузок был проведен линейный статический расчет колеса с использованием уравнения (2) и найдены усилия в спицах. Наибольшие продольные усилия оказались в спицах с подветренной стороны (рис. 3): максимальное значение сжимающего усилия в спицах при действии ветра равно 109 кН.

Поскольку спицы не должны испытывать действие сжимающих усилий, необходимо обеспечить их предварительное натяжение. (В реальной конструкции эти усилия создаются специальными устройствами.) В вычислительном комплексе ПРИНС они реализованы зада-

нием температурных воздействий. Требуемое значение температуры находится из формулы изменения длины отдельного стержня с зафиксированными концами при тепловом воздействии:

$$\Delta l = \alpha \Delta T l + \frac{Nl}{EA} = 0, \quad (15)$$

откуда

$$N = -\Delta \lambda TE A, \quad (16)$$

где Δl – удлинение стержня; l – первоначальная длина стержня; α – коэффициент линейного температурного расширения; ΔT – изменение температуры на оси стержня; N – продольное усилие в стержне; E – модуль упругости материала; A – площадь поперечного сечения стержня.

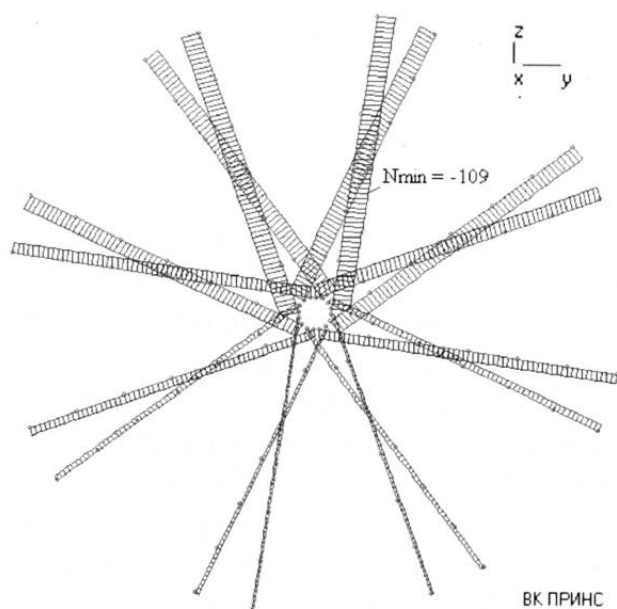


Рис. 3. Продольные усилия (кН) в спицах с подветренной стороны

Для обеспечения усилий растяжения необходимо задавать отрицательное изменение температуры. Учитывая максимальное значение сжимающего усилия в спицах, необходимо создать усилие растяжения $N = 109$ кН. Тогда из формулы (16) получаем требуемое значение изменения температуры: $\Delta T = -40^\circ\text{C}$.

Затем был проведен расчет на собственные колебания колеса обозрения с предвари-

тельно напряженными спицами. Расчет проводился с использованием уравнения (12).

Минимальная частота собственных колебаний колеса обозрения оказалась равной 0,962 Гц. После этого были откорректированы значения пульсационной составляющей ветровой нагрузки с учетом рекомендаций, приведенных в ГОСТе Р 52170-2003 [7].

Дальнейший расчет проводился с использованием шагово-итерационного метода, определяемого уравнением (6). При этом на первых 10 шагах прикладывались нагрузки преднапряжения, на следующих 5 шагах – весовые нагрузки и на последних 75 шагах – ветровые нагрузки. Размеры и число шагов определялись из условия сходимости итерационного процесса.

Значения усилий преднапряжения во всех спицах $N_0 = 97,3$ кН, а окончательные расчетные значения усилий с учетом предварительного напряжения, веса и ветровых воздействий приведены на рис. 4 и 5.

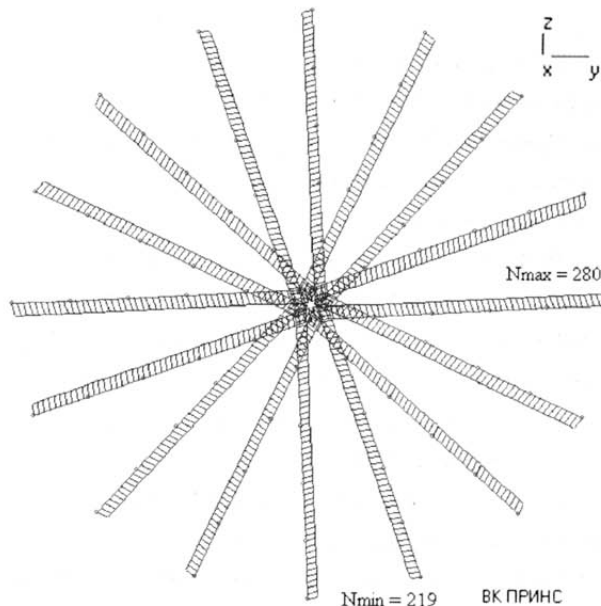


Рис. 4. Эпюры продольных сил (кН) в спицах с наветренной стороны

Значения суммарных усилий в спицах оказались растягивающими, что и требовалось обеспечить. Расчетные результаты показали, что с подветренной стороны значения продоль-

ных сил в спицах меньше (примерно в 1,5 раза для максимальных усилий), чем для усилий в спицах с наветренной стороны.

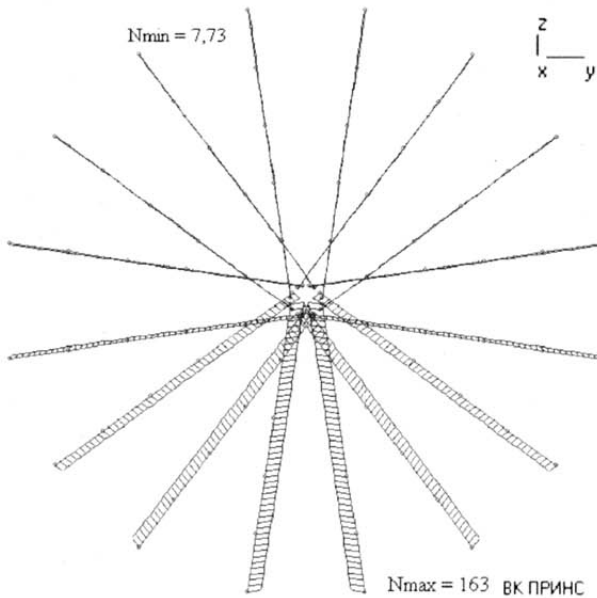


Рис. 5. Эпюры продольных сил (кН) в спицах с подветренной стороны

В результате проведенного расчета также были найдены усилия в остальных элементах конструкции. Полученные результаты использованы в дальнейшем при проектировании колеса обозрения.

Расчет стержневого каркаса автобуса ЛИАЗ. На кафедре сопротивления материалов МГТУ «МАМИ» проводились исследования статической и динамической прочности несущих конструкций автобуса ЛИАЗ с использованием вычислительного комплекса ПРИНС. Конечно-элементная расчетная модель стержневого каркаса (как несущей системы автобуса) приведена на рис. 6, которая адекватна реальной конструкции, так как практически каждому конструктивному элементу соответствует элемент расчетной модели.

Для стержневого каркаса автобуса был проведен расчетный анализ, включающий расчеты на собственные колебания, расчеты на статическое и динамическое нагружения.

В качестве нагрузок принимались силы от возможного столкновения с препятствием. При

статическом расчете сосредоточенные силы прикладывались в определенных точках (см. рис. 6). При динамическом расчете прикладывались импульсы треугольной формы в тех же точках.

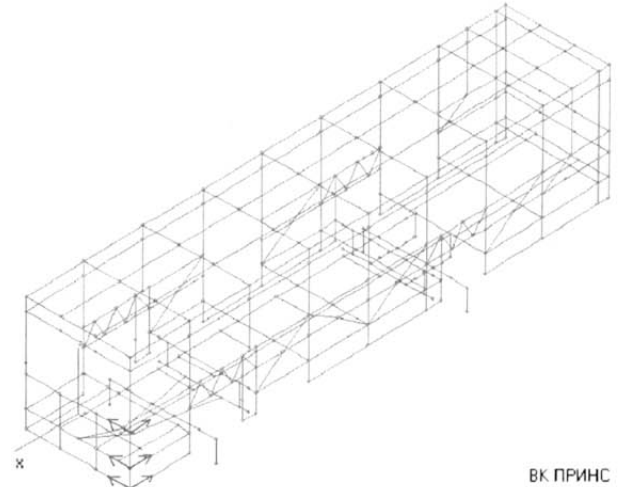


Рис. 6. Стержневая конечно-элементная модель каркаса автобуса ЛИАЗ

На первом этапе исследований все расчеты проводились в линейной постановке. При этом для расчета на собственные колебания с малыми амплитудами использовалось уравнение (13), для линейных статических расчетов – уравнение (2), а для линейных расчетов на вынужденные колебания – уравнение (14).

В результате расчета на собственные колебания определялись частоты и соответствующие им формы колебаний каркаса. Значения частот для первых 10 тонов собственных колебаний каркаса приведены в таблице.

Таблица

Частоты собственных колебаний каркаса

Номер тона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота, Гц	3,41	4,21	4,69	7,33	8,00	9,71	11,4	13,5	18,5	18,7

При этом первые пять частот соответствуют колебаниям каркаса автобуса как твердого тела. Частоты колебаний для этих тонов определяются жесткостью подвески. Наименьшая

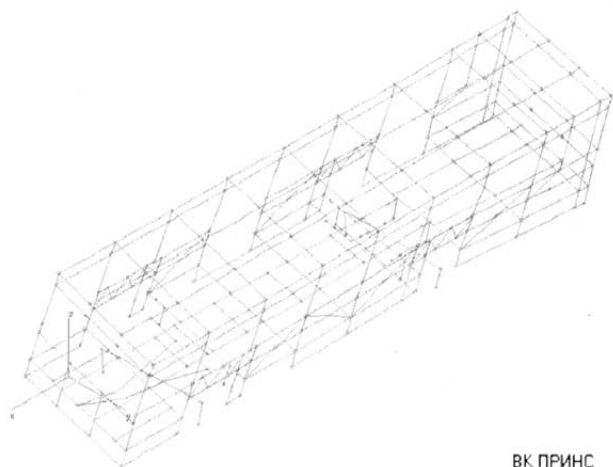


Рис. 7. Первый тон собственных колебаний с частотой 3,41 Гц

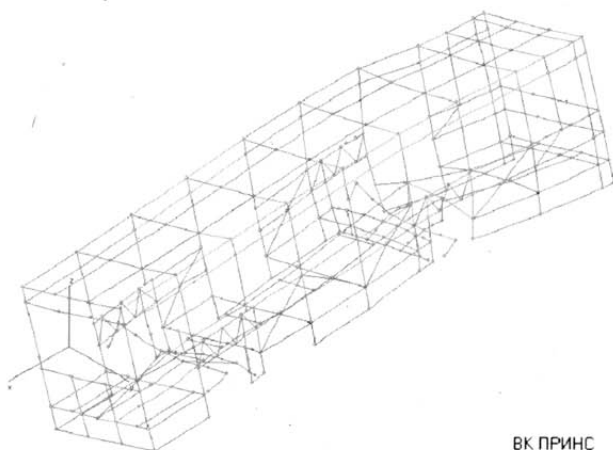


Рис. 8. Шестой тон собственных колебаний с частотой 9,71 Гц

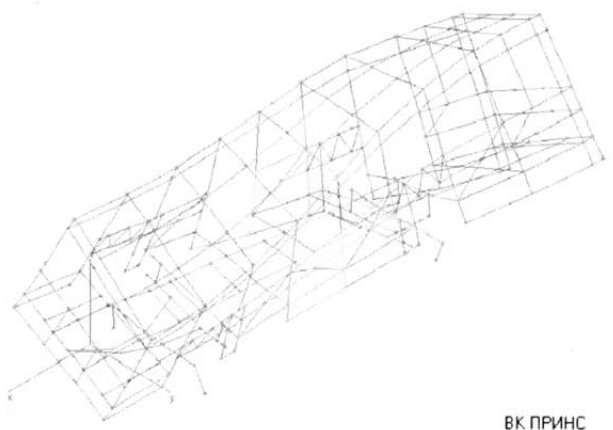


Рис. 9. Седьмой тон собственных колебаний с частотой 11,4 Гц

частота собственных колебаний равна 3,41 Гц, а наибольший период собственных колебаний составляет 0,293 с.

Несколько характерных форм собственных колебаний каркаса автобуса приведены на рис. 7–9.

В результате расчета на статическую нагрузку получены эпюры распределения внутренних усилий для всех элементов несущей конструкции. Это дает возможность подробно исследовать напряженно-деформированное состояние несущей конструкции автобуса при различных режимах нагружения.

На рис. 10 показана передняя рама каркаса с нумерацией модулей (под модулем в ВК ПРИНС подразумевается группа однотипных конечных элементов, в данном случае стержневых) и направлением главных осей инерции (x_m , y_m , z_m) поперечных сечений стержней.

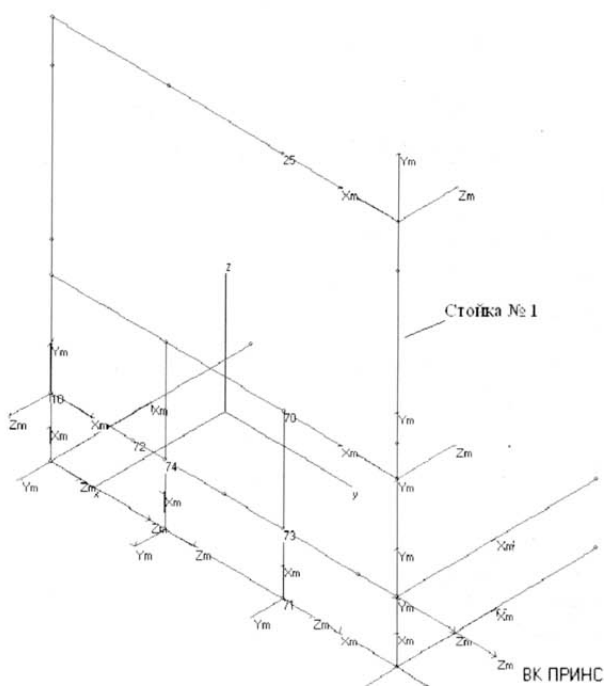


Рис. 10. Передняя рама каркаса с нумерацией модулей и местными координатными осями элементов рамы

На рис. 11–13 приведены эпюры изгибающих моментов в элементах рамы относительно

главных осей: момент M_2 действует в плоскости $x_m - z_m$, а момент M_3 – в плоскости $x_m - y_m$ конечных элементов.

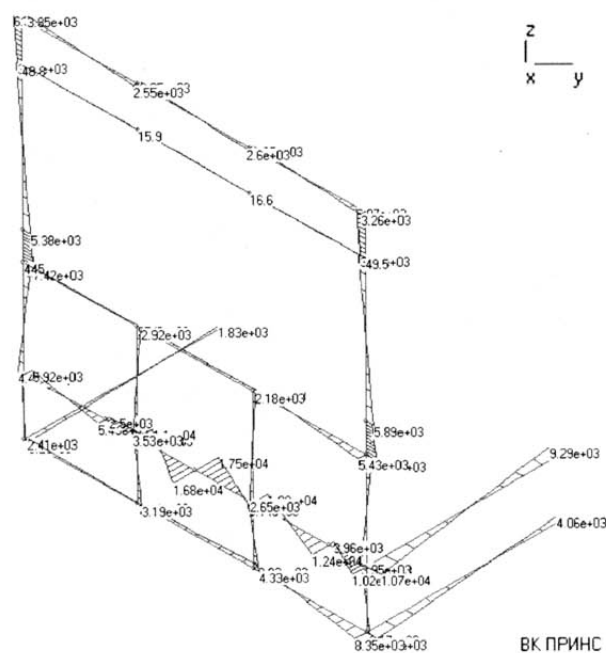


Рис. 11. Эпюры изгибающих моментов $M_2 \times 10$ (Н·м) в передней раме

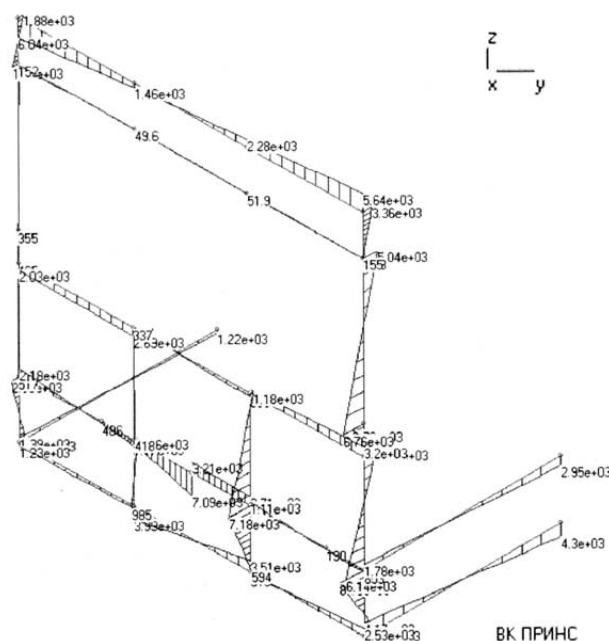


Рис. 12. Эпюры изгибающих моментов $M_3 \times 10$ (Н·м) в передней раме

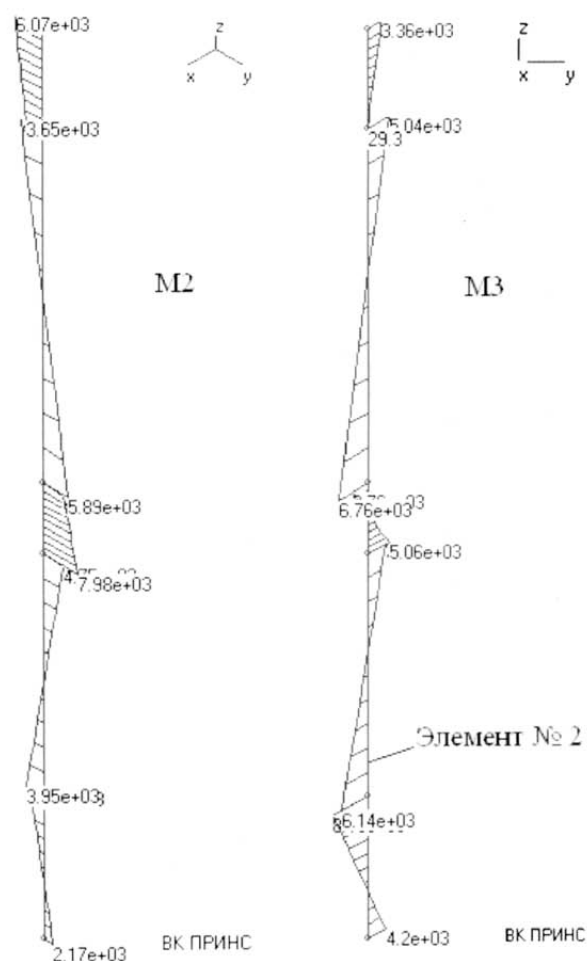


Рис. 13. Эпюры изгибающих моментов $M \times 10$ (Н·м) в стойке 1 передней рамы

При расчете на импульсную нагрузку амплитуда и место приложения импульса принимались такими же, как и при статическом расчете. Расчетная длительность импульса составляла 0,5 с. Зависимости изгибающих моментов от времени при динамическом нагружении приведены на рис. 14 и 15.

Результаты расчета показывают, что при импульсном воздействии с заданными параметрами импульса амплитуды перемещений и усилий возрастают незначительно. Так, например, изгибающие моменты в нижнем сечении элемента 2 стойки 1 при статическом действии нагрузки составили $M_2 = -395$ Н·м и $M_3 = 614$ Н·м. При динамическом действии нагрузки значения изгибающих моментов в том же сечении составили $M_2 = -410$ Н·м и

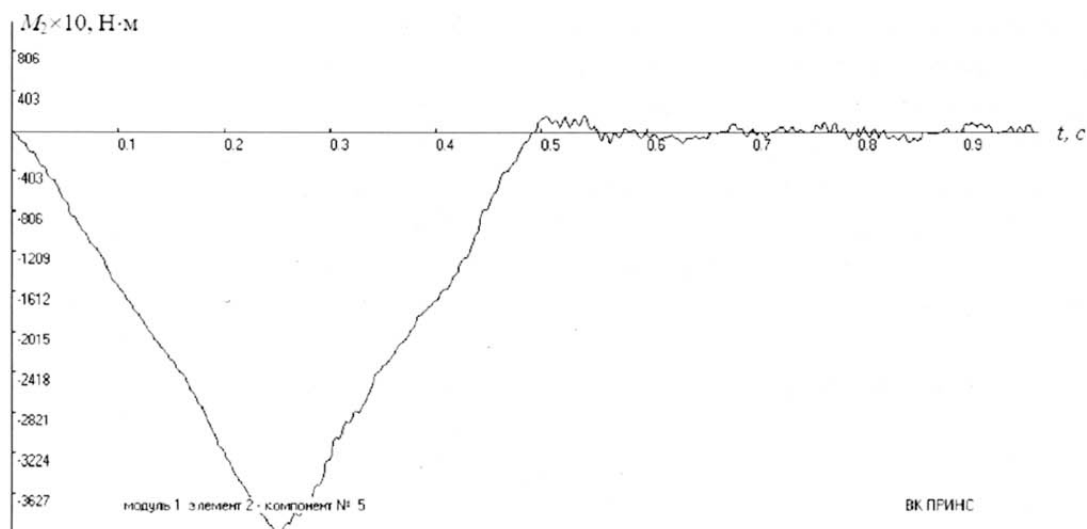


Рис. 14. Зависимость момента M_2 от времени в нижнем сечении элемента 2 стойки 1 рамы

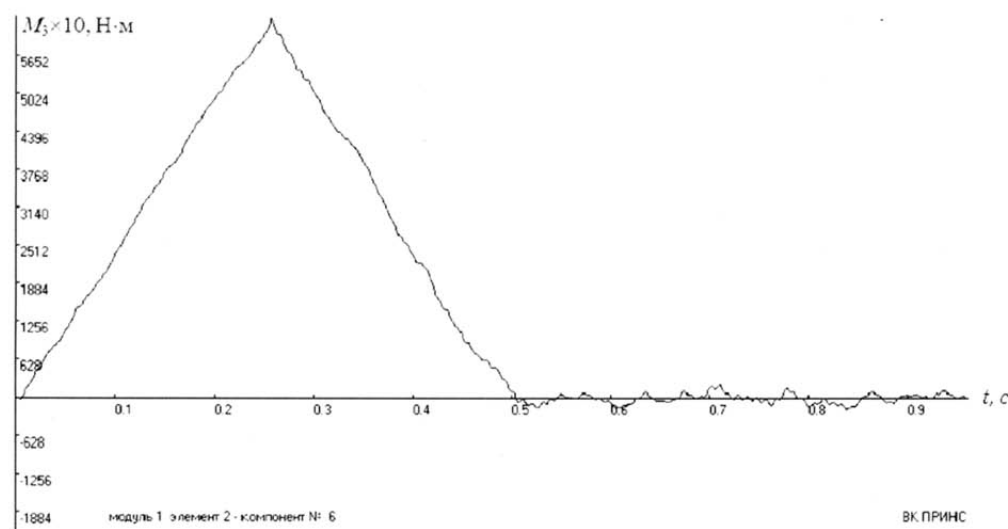


Рис. 15. Зависимость момента M_3 от времени в нижнем сечении элемента 2 стойки 1 рамы

$M_3 = 634 \text{ Н·м}$. Столь незначительное увеличение внутренних усилий в данном расчетном случае объясняется тем, что длительность импульса воздействия намного превышает наибольший период собственных колебаний. В то же время, соответствие результатов, полученных из статического и динамического расчетов, свидетельствует о достоверности решений, получаемых с помощью ВК ПРИНС.

Заключение

Разработанная универсальная прикладная методика статического и динамического расчетов инженерных сооружений в виде вычислительного комплекса ПРИНС позволяет решать широкий круг задач, обеспечивая при этом удобство ввода исходных данных и наглядность представления получаемых результатов. Он может быть

полезен инженерам, занимающимся расчетом и проектированием конструкций, применяемых в машиностроении и других областях техники. ВК ПРИНС может использоваться в учебном процессе студентами старших курсов и аспирантами технических факультетов, специализирующимся в области прочностных расчетов конструкций методом конечных элементов.

Список литературы

1. Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. – М.: Изд. Ассоциации строительных вузов, 2005. – 250 с.
2. Гофман Ш.М. Итерационные процессы в строительной механике // Вопросы математики и механики. – Ташкент: ТашНИИЖТ, 1959. Вып. 4. С. 17–59.
3. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 568 с.
4. Лейдерман Ю.Р. Устойчивость и колебания рамных конструкций. – Ташкент: АН УзССР, 1955. – 220 с.
5. Bathe K.J., Wilson E.L. Solution methods for eigenvalue problems in structural mechanics // Int.J. for Num.Meth. in Engng. 1973. V. 6. P. 213–226.
6. Bathe K.J., Wilson E.L. Numerical methods in finite element analysis. – N.Y.: Prentice-Hall, 1976. – 528 p.
7. ГОСТ Р 52170–2003. Национальный стандарт Российской Федерации. Безопасность аттракционов механизированных. Основные положения по проектированию стальных конструкций. – М.: Госстандарт России, 2003. – 73 с.