УДК 531, 62-5

ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С ПРИСОЕДИНЕННЫМ МАЯТНИКОМ

А. М. Гуськов, Г. Я. Пановко, Чан-Ван-Бинь

ГУСЬКОВ Александр Михайлович

Доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика» РК-5 МГТУ им. Н.Э. Баумана, академик Академии нелинейных наук, иностранный член ASME. Специалист в области прикладной механики, динамики технологических систем, теории устойчивости движения и нелинейной механики. Автор более 80 научных работ.

ПАНОВКО Григорий Яковлевич

Доктор технических наук, профессор, академик Академии наук высшей школы, член-корреспондент Российской инженерной академии, заведующий лабораторией «Вибрационная механика» Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (ИМАШ РАН), руководитель базового филиала кафедры «Прикладная механика» РК-5 МГТУ им. Н.Э.Баумана при ИМАШ РАН, исполнительный директор ассоциации «Объединенный институт машиноведения» РАН. Специалист в области прикладной механики, машиноведения, динамики систем «человек-машина-среда». Автор более 100 научных работ.

ЧАН-Ван-Бинь

Окончил Государственный технический университет им. Ле Куи Дона (Ханой, СРВ) в 1997 г. Аспирант кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области нелинейной динамики механических систем.

Введение

Маятниковые гасители колебаний [1–3] широко используются на практике для снижения уровней колебаний различных инженерных сооружений: телевизионных башен, высотных зданий, антенн, всевозможных панелей и др. Маятниковый гаситель колебаний, как и динамический гаситель колебаний в виде дополнительной упруго подвешенной массы («классический» динамический гаситель), эффективен только в ограниченной полосе частот колебаний «основной» системы. В отличие от классического гасителя применение маятникового гасителя не приводит к возбуждению резонансных колебаний со значительными амплитудами на других частотах, что обусловлено жестким режимом возбуждения колебаний маятника только вблизи частоты его внутреннего резонанса в соотношении 1:2 к частоте возбуждения [4–6].

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального и теоретического анализа поведения динамической системы в виде упругой балки с маятниковым гасителем колебаний при его параметрическом возбуждении. Рассматриваемая система моделирует колебания, возникающие при эксплуатации таких технических объектов, как панели солнечных батарей, элементы строительных конструкций, навесное технологическое оборудование и т.п.

На рис. 1 представлена принципиальная схема исследуемой системы с маятниковым гасителем. Горизонтальная упругая балка длиной *L* постоянного поперечного сечения одним концом закреплена на опоре, вибрирующей в вертикальном направлении, в результате чего в балке возбуждаются изгибные колебания. На другом конце балки шарнирно закреплен маятник, представляющий собой абсолютно жесткий стержень длиной *l* с сосредоточенной массой *m*. Вся система находится в поле действия сил тяжести.

При изгибных колебаниях балки ось подвеса (шарнир) маятника совершает вертикальные колебания. Горизонтальные смещения торцевого сечения балки пренебрежимо малы вследствие малости углов поворота балки. Вертикальные колебания оси подвеса маятника могут привести к появлению угловых, параметрически возбуждаемых колебаний относительно его горизонтальной оси. Если частота колебаний оси подвеса маятника превышает частоту малых собственных колебаний маятника в два раза, то в системе возникает параметрический резонанс.

В случае, когда маятник установлен на упругой системе, имеющей вместе с маятником собственную частоту колебаний, превышающую собственную частоту малых колебаний маятника в два раза, то такая система называется автопараметрической.

Экспериментальное исследование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 2. Для возбуждения гармонических колебаний использовался электродинамический вибровозбудитель 1 типа ВЭДС-200, на платформе которого жестко крепилась упругая балка 7. На другом конце балки установлена стойка с шарнирно закрепленным маятником 9.

Управление частотой и амплитудой возбуждения осуществлялось с помощью генератора синусоидальных сигналов 3, сигнал от которого через промежуточный усилитель 2 поступал на вибровозбудитель 1.

Для измерения колебаний использовались два пьезоэлектрических акселерометра (датчика) 6 и 8 типа KD-35. Один из датчиков устанавливался на столе вибровозбудителя и контролировал уровень возбуждения, другой – на свободном конце балки в зоне крепления маятника. Оси чувствительности обоих датчиков ориентировались в вертикальном направлении, что соответствовало направлениям измеряемых колебаний системы. Оба датчика крепились с помощью резьбового соединения. Сигналы от датчиков поступали на усилитель 4 многоканального виброизмерительного комплекса (типа SM-231 фирмы RFT) и регистриро-

Рис. 1. Схема исследуемой системы

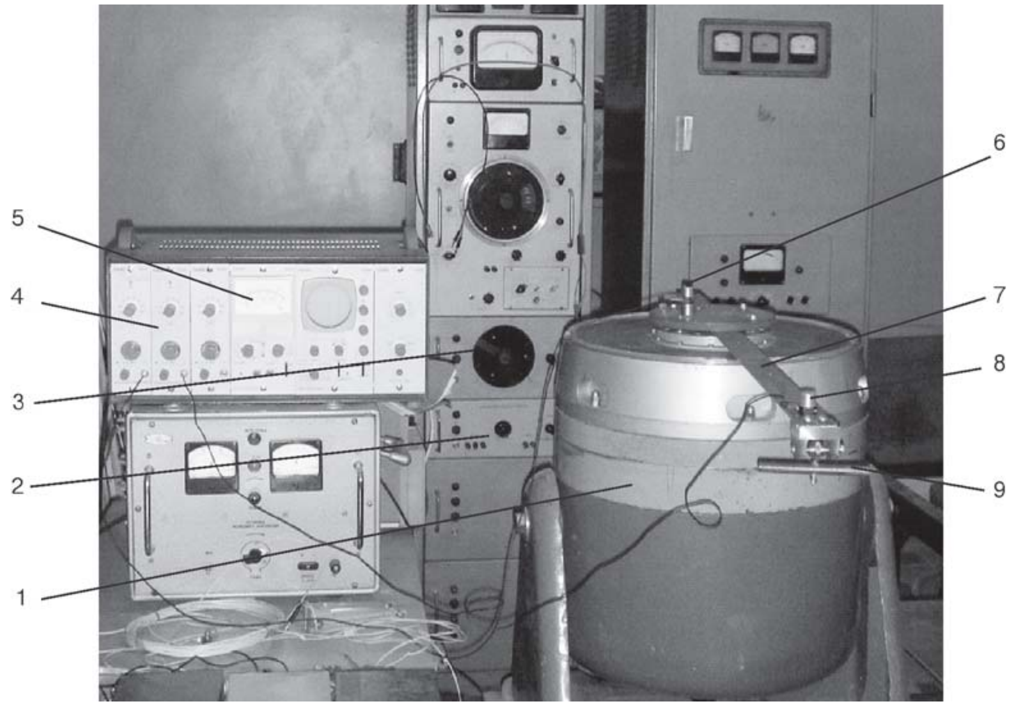

Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

вались встроенным вольтметром 5.

Непосредственно перед измерениями датчики совместно с усилителями калибровались с помощью эталонного датчика и тарировались в единицах ускорения.

Значения физических параметров исследуемой лабораторной модели приведены в табл. 1. При выборе длины маятника учитывалось, что автопараметрический гаситель колебаний эффективен при настройке на внутренний резонанс, который реализуется при собственной частоте малых колебаний маятника в два раза меньшей первой собственной частоты балки (с учетом массы маятника и его крепежа).

Таблица 1

Параметр	Значение
L – длина балки, м	0,550
M_0 – масса балки, кг	0,851
l – длина маятника, м	0,023
m – масса маятника, кг	0,110
M_M – суммарная масса крепежа маятника к балке, собственно массы маятника и массы датчика (0,028 кг), кг	0,350

В процессе экспериментов задавались дискретные значения частоты f_i гармонического возбуждения в диапазоне от четырех до десяти герц, соответствующем зоне первого резонанса основной системы, т.е. балки с заблокированным (неподвижным) маятником. Шаг частоты возбуждения выбирался в зависимости от близости к зоне резонанса: в непосредственной близости к зоне он составлял 0,05 Гц. Для упрощения последующей обработки экспериментальных результатов на каждой частоте возбуждения задавалась одна и та же амплитуда q_0 перемещения стола вибровозбудителя (возбуждения), равная 0,3 мм. Контролируемая при этом амплитуда ускорения a_{0i} вычислялась для каждой i-й частоты возбуждения по формуле

$$a_{0i}=q_0(2\pi f_i)^2.$$

При этом измерялось значение амплитуды ускорений a_{ei} свободного конца балки (оси подвеса маятника), а амплитуда его колебаний вычислялась по формуле:

$$A_{ei}=a_{ei}/(2\pi f_i)^2.$$

Для получения статистически достоверных данных все измерения повторялись три раза.

Первоначально экспериментально определялась амплитудно-частотная характеристика

(АЧХ) основной системы при заблокированном маятнике – кривая A_0 на рис. 3. Таким образом, была установлена ее резонансная частота $f=f_0$= 6,55 Гц. Затем определялась АЧХ системы с работающим маятником (на рис. 5 представлен ансамбль этих АЧХ в виде кривых $\{A_e(j), j=1,2,3\}$). При этом собственная частота колебаний маятника (частота *внутреннего* резонанса) оказалась равной примерно 3,25 Гц. На рис. 3 все амплитуды колебаний отнесены к статическому прогибу балки y_0=5,8 мм, а частоты – к резонансной частоте основной системы f_0=6,55 Гц.

Как следует из анализа полученных кривых, в зоне резонанса основной системы при работающем маятнике наблюдается резкое уменьшение амплитуд колебаний балки, что свидетельствует об эффективности маятника как динамического гасителя колебаний, что делает его применение более предпочтительным, особенно для случаев полигармонического или случайного возбуждения.

Отметим также, что в области автопараметрического гашения колебаний балка перемещается как твердое тело, т.е. в ней практически не возбуждаются изгибные колебания.

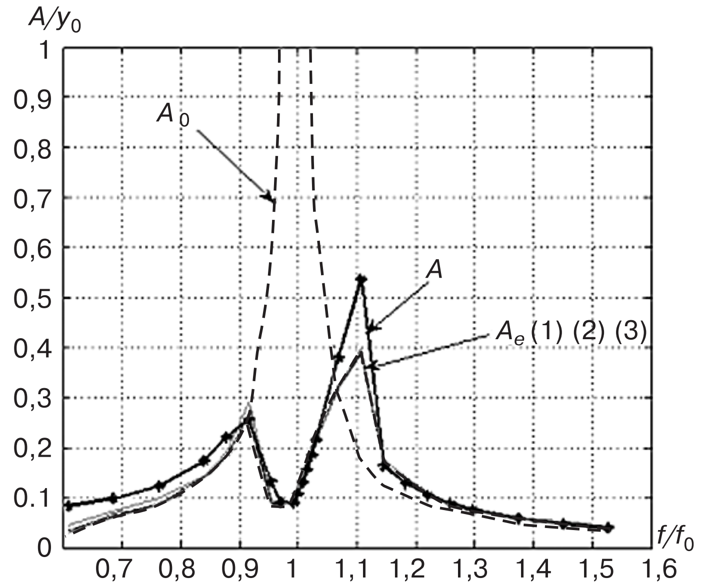

Рис. 3. АЧХ: экспериментальной модели при заблокированном (кривая A_0) и работающем маятнике (кривые $\{A_e(j), j=1,2,3\}$); расчетной системы с идентифицированными значениями параметров демпфирования (кривая A)

Расчетная модель

В предыдущей работе [6] авторами была подробно проанализирована расчетная модель автопараметрической системы с маятниковым гасителем при *силовом* возбуждении. Специфика рассматриваемой здесь модели (рис. 4) заключается том, что ее колебания возбуждаются кинематическим образом, а численный анализ системы ориентирован на идентификацию ее параметров по экспериментальным результатам.

Учитывая, что возбуждение осуществляет-

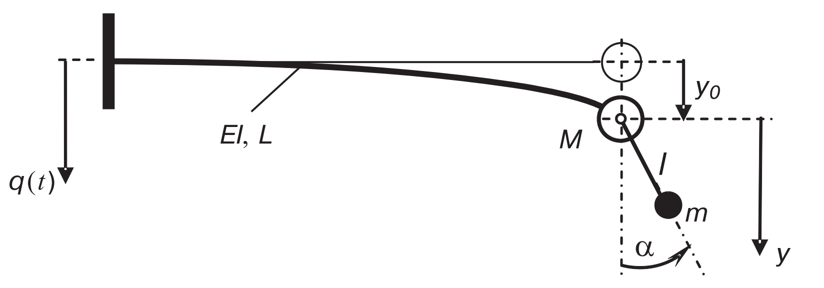

Рис. 4. Расчетная схема автопараметрической системы при кинематическом возбуждении

ся вблизи первой собственной частоты основной системы, примем, что вся масса балки сосредоточена на ее свободном конце. Значение этой массы вычисляется из условия равенства первой собственной частоты изгибных колебаний консольно закрепленной балки с распределенными параметрами собственной частоте изгибных колебаний балки, масса которой сосредоточена на ее свободном конце [7]. Таким образом, модель балки представляет собой безмассовый упругий элемент длиной L жесткостью EI, на свободном конце которого находится сосредоточенная масса ΔM=0,235M_0=0,2 кг.

Для адекватного описания экспериментальной модели необходимо также учитывать суммарную массу крепежных элементов маятника к балке и массу акселерометра M_M, которые также считаются сосредоточенными на свободном конце балки. В результате суммарное значение всей массы $M=M_M+\Delta M$. К этой массе шарнирно прикреплен маятник, представляющий собой невесомый стержень длиной l, на нижнем конце которого закреплена сосредоточенная масса m.

Рассеяние энергии при колебаниях балки будем учитывать с помощью модели линейного вязкого трения с коэффициентом демпфирования d, а сопротивление отклонению маятника от вертикали - моментом, пропорциональным угловой скорости колебаний маятника с коэффициентом демпфирования d_1.

При составлении уравнений движения исследуемой модели и последующей идентификации параметров демпфирования необходимо учитывать, что экспериментальные данные были получены на основе измерений абсолютных колебаний системы. Поэтому уравнения движения модели имеет смысл записывать для абсолютных, а не для относительных координат, как это обычно делается для случаев кинематического возбуждения.

Примем, что абсолютные перемещения концов балки, описываемые в координатах $q_0(t)$ и $y(t)$, отсчитываются от исходного состояния балки, которое характеризуется статическим прогибом ее свободного конца, вызванным действием сил тяжести сосредоточенной массы:

$$y_0=(M+m)g/c,$$

где c=1,12 кН/м – приведенный коэффициент жесткости балки.

Угловые колебания маятника описываются угловой координатой a(t), отсчитываемой от вертикали.

Опуская вывод уравнений движения, аналогичный приведенному в [6], запишем уравнения движения исследуемой системы в виде:

$$\begin{cases}(M+m)\ddot{y}+d\,\dot{y}+cy=ml(\ddot{\alpha}\sin\alpha+\dot{\alpha}^2\cos\alpha)+F(t),\\ ml^2\ddot{\alpha}+d_1\dot{\alpha}+ml(g-\ddot{y})\sin\alpha=0,\end{cases} \tag{1}$$

где $\{d,\ d_1\}$ – коэффициенты демпфирования, g – ускорение силы тяжести.

В первом уравнении системы (1) функция

$$F(t)=d\dot{q}+cq \tag{2}$$

представляет собой силовое воздействие, выражаемое через закон кинематического возбуждения:

$$q(t)=q_0\sin\omega t. \tag{3}$$

Учитывая (3), представим функцию возбуждения $F(t)$ в следующем виде:

$$F(t)=F_0\cos(\omega t-\varphi),\ \ F_0=q_0c\sqrt{1+\frac{d^2\omega}{c^2}},\ \ \mathrm{tg}\,\varphi=\frac{c}{d\omega}.$$

Уравнения (1) описывают нелинейные колебания автопараметрической системы с двумя степенями свободы.

Для проведения расчетов приведем уравнения (1) к безразмерному виду, используя масштаб времени T_* и масштаб линейного перемещения Y_*:

$$T_*=\sqrt{\frac{M+m}{c}},\ \ Y_*=\frac{M+m}{c}g.$$

Тогда безразмерное время и безразмерное перемещение балки будут:

$$\tau=\frac{t}{T_*},\ \ \xi=\frac{y}{Y_*}.$$

Введем также следующие безразмерные комплексы:

$$\mu=\frac{m}{M+m},\ \ \beta=\sqrt{\frac{Y_*}{l}},\ \ \Omega=\omega T_*,\ \ Q_1=\frac{q_0}{Y_*},$$

$$Q=Q_1\sqrt{1+4\zeta^2\Omega^2},\ \ \mathrm{tg}\varphi=\frac{1}{2\zeta\Omega},\ \ \zeta=\frac{d}{2\sqrt{c(M+m)}},$$

$$\zeta_1=\frac{d_1}{2ml\sqrt{gl}}.$$

В результате уравнения движения (1) примут вид:

$$\begin{cases}\xi''+2\zeta\xi'+\xi=\dfrac{\mu}{\beta^2}(\alpha''\sin\alpha+\alpha'^2\cos\alpha)+\Phi(\tau),\\ \alpha''+2\beta\zeta_1\alpha'+\beta^2(1-\zeta'')\sin\alpha=0,\end{cases}\qquad(4)$$

$$(...)'=\frac{d(...)}{d\tau},$$

где $\qquad\Phi(\tau)=Q\cos(\Omega\tau-\varphi).$

Система (4) характеризуется шестью значимыми безразмерными комплексами:

$$\{\mu,\beta,Q_1,\Omega,\zeta,\zeta_1\},$$

из которых неизвестными являются безразмерные коэффициенты демпфирования $\{\zeta,\zeta_1\}$, подлежащие идентификации по результатам экспериментов.

Для проведения вычислений разрешим систему уравнений (4) относительно вторых производных по времени от обобщенных координат $\{\xi,\alpha\}$:

$$\begin{cases}\xi''=F_\xi=\dfrac{1}{D}\left(f_\xi+\dfrac{\mu\sin\alpha}{\beta^2}f_\alpha\right),\\ \alpha''=F_\alpha=\dfrac{1}{D}(\beta^2 f_\xi\sin\alpha+f_\alpha),\end{cases}\qquad(5)$$

где

$$D=1-\mu\sin^2\alpha,\quad(\mu<1)$$

$$f_\xi=-\xi-2\zeta\xi'+\frac{\mu\cos\alpha}{\beta^2}\alpha'^2+\Phi(\tau),$$

$$f_\alpha=-\beta^2\sin\alpha-2\beta\zeta_1\alpha'.$$

Система уравнений (5) численно интегрировалась до установления колебаний при заданных значениях параметров $\{\mu,\beta,Q_1\}$ и различных значениях частоты возбуждения $\{\Omega_i\}$, соответствующих их значениям в эксперименте. Коэффициенты демпфирования $\{\zeta,\zeta_1\}$ варьировались на интервалах $0{,}02\le\zeta\le0{,}04$, $0{,}01\le\zeta_1\le0{,}025$ с шагом $\Delta\zeta=\Delta\zeta_1=0{,}0001$.

В установившемся движении определялась расчетная амплитуда колебаний основной массы A_i. Далее вычислялось среднеквадратичное отклонение расчетной амплитуды A_i от экспериментально определенных амплитуд A_{ei} по всем частотам возбуждения:

$$\Delta(\zeta,\zeta_1)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_1^N(A_i-A_{ei})^2},\qquad(6)$$

где N – число измерений.

В качестве окончательных расчетных значений принимались значения коэффициентов демпфирования, соответствующие минимуму среднеквадратичного отклонения (6).

На рис. 5 показана поверхность $\Delta(\zeta,\zeta_1)$, координаты которой отнесены к минимальному значению Δ_{min}=0,0969, достигаемому при

$$\zeta_{min}=0{,}0303;\ \zeta_{1min}=0{,}0188.\qquad(7)$$

На рис. 3, помимо экспериментально полученных АЧХ (кривые A_0 и $\{A_e(j), j=1,2,3\}$), представлена расчетная АЧХ (кривая A), соответ-

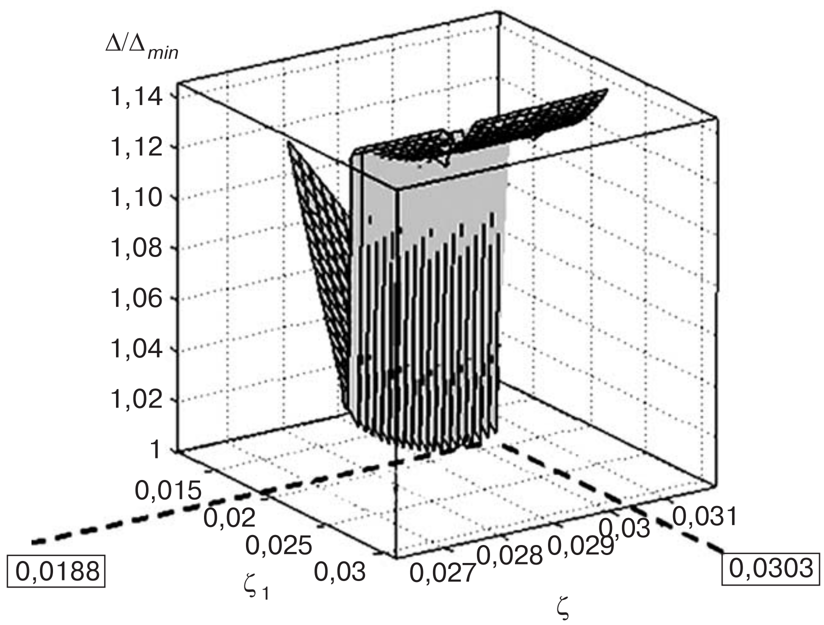

Рис. 5. Зависимость целевой функции D от параметров демпфирования $\{\zeta, \zeta_1\}$

ствующая идентифицированным значениям коэффициентов демпфирования. Звездочками на кривой *А* обозначены расчетные значения амплитуд колебаний модели.

Выводы

1. Полученные результаты показывают адекватность расчетной модели.

2. Выявленные особенности автопараметрического гасителя колебаний маятникового типа наглядно демонстрируют его эффективность, особенно в системах, подверженных широкополосному возбуждению.

3. Рассмотренная расчетная модель и методика идентификации коэффициентов демпфирования позволяет достаточно точно аппроксимировать поведение автопараметрического гасителя колебаний.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 07-08-00253-а, 07-08-00592-а и гранта CRDF НОЦ - 018.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карамышкин В. В. Динамические гасители колебаний / Под ред. К.М. Рагульскиса. – Л.: Машиностроение, 1988. – 105 с.
2. Коренев Б. Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
3. Вибрации в технике. Спр. в 6-ти т. Т.6: Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В.Фролова. – М.: Машиностроение, 1995. – 456 с.
4. Vyas A., Bajaj A.K. Dynamics of autoparametric vibration absorbers using multiple pendulums // Journal of Sound and vibration. 2001. 246 (1). P. 115–135,
5. Warminski J., Kecik K. Autoparametric vibration of nonlinear system with pendulum // Hindawi publishing Corporation Mathematical problem in Engineering. Vol. 2006. Article ID 80705. 1–19.
6. Гуськов А.М., Пановко Г.Я., Чан-Ван-Бинь. Динамика автопараметрического гасителя колебаний (ч. 1) // Наука в образовании: электронный журнал. 2008. № 2. (http://technomag.edu.ru/doc/80815.html).
7. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: Учеб. для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 408 с.