АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

С.М. Демидов, Ю.Н. Артеменко, В.А. Глазунов, Чан Куанг Ньят

Рассмотрены динамические свойства механизмов параллельной структуры, связанные с их нелинейными колебаниями, при этом использованы нелинеаризованные уравнения динамики. Показано наличие взаимного влияния различных степеней свободы.

Ключевые слова: механизмы параллельной структуры, вынужденные колебания, уравнения динамики.

Введение

Механизмы параллельной структуры [1, 2] имеют высокие показатели по точности и грузоподъемности. Однако им свойственны недостатки, одним из которых является взаимовлияние линейных приводов, усложняющий систему управления и приводящий к уменьшению точности. Изменение колебаний выходного звена по одной координате вызывает изменение его колебаний по другим координатам, что наблюдается в нелинейных колебательных системах. При этом геометрическая нелинейность системы определяется структурой и геометрией механизма. В настоящее время эти процессы мало изучены, хотя и являются весьма важными при анализе функциональных возможностей механизмов параллельной структуры. Цель данной работы – динамический анализ колебаний механизмов параллельной структуры с двумя степенями свободы.

Постановка задачи

Для анализа колебательных свойств механизмов параллельной структуры будем использовать нелинеаризованные уравнения динамики, позволяющие выявлять нелинейные свойства колебательной системы. Подобная задача рассматривалась с точки зрения колебаний твердых тел в работе [3]. Однако в отличие от работы [3], в которой используется приближенный аналитический подход, заключающийся в том, что восстанавливающие силы упругости приводов, обобщенные и абсолютные координаты выходного звена представляются в виде рядов, включающих в себя тригонометрические функции, в данной работе приводятся результаты численного решения исходных уравнений.

Примем, что массой обладает лишь выходное звено (платформа), при этом учитывается геометрическая нелинейность системы, связанная с положением кинематических цепей. В данной работе рассматриваются механизмы с двумя степенями свободы, однако предлагаемый подход можно использовать и для более сложных устройств данного класса [4 – 6].

Уравнения динамики

Перейдем к нелинейной задаче о колебаниях механизмов параллельной структуры. Рассмотрим численное решение уравнений, при котором будет учтена структура и геометрия взаимного положения кинематических цепей. Известно [3], что при этом могут возникать взаимовлияния колебаний по различным обобщенным координатам.

Объектом исследования в данном случае является простейший плоский механизм с двумя степенями свободы, вся масса которого сосредоточена в центре тяжести выходного звена, расположенного на оси вращательной кинематической пары, сопрягающейся со штоками линейных приводов (рис. 1). Массами кинематических цепей пренебрегаем. Полагаем, что в таком механизме будут наблюдаться свойства, которые в дальнейшем можно будет распространить на более сложные механизмы параллельной структуры [4 – 6].

36

Уравнения, описывающие свободные колебания выходного звена (не прибегаем к какойлибо линеаризации), имеют вид: На рис. 2 приведены зависимости координат центра тяжести выходного звена от времени, траектория движения этой точки в декартовой

$$\frac{dv_{x}}{dt} = -\frac{\left[\left(\sqrt{\left(x - x_{B1}\right)^{2} + \left(y - y_{B1}\right)^{2}} - l_{1}\right)\frac{\left(x - x_{B1}\right)}{\sqrt{\left(x - x_{B1}\right)^{2} + \left(y - y_{B1}\right)^{2}}}\right]c_{1}}{m} - \frac{\left[\left(\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}} - l_{2}\right)\frac{\left(x - x_{B2}\right)}{\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}}}\right]c_{2}}{m}; \quad (1)$$

$$\frac{dv_{y}}{dt} = -\frac{\left[\left(\sqrt{\left(x - x_{B1}\right)^{2} + \left(y - y_{B1}\right)^{2}} - l_{1}\right)\frac{\left(y - y_{B1}\right)}{\sqrt{\left(x - x_{B1}\right)^{2} + \left(y - y_{B1}\right)^{2}}}\right]c_{1}}{m} - \frac{\left[\left(\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}} - l_{2}\right)\frac{\left(y - y_{B2}\right)}{\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}}}\right]c_{2}}{m} - \frac{\left[\left(\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}} - l_{2}\right)\frac{\left(y - y_{B2}\right)}{\sqrt{\left(x - x_{B2}\right)^{2} + \left(y - y_{B2}\right)^{2}}}\right]c_{2}}{m}, \quad (2)$$

где v_x , v_y – скорости выходного звена по оси xи оси y; t – время; m – масса выходного звена; c_1 , c_2 – жесткости приводов; l_1 , l_2 – длины ходов штоков приводов (обобщенные координаты) до начала колебаний в равновесном состоянии; x, y– координаты центра тяжести выходного звена; x_{B1} , y_{B1} , x_{B2} , y_{B2} – координаты неподвижных точек B_1 , B_2 . Индексы 1, 2 относятся к первому и второму механизму (см. рис. 1).

В уравнения (1), (2) входят упругие силы, спроецированные на координатные оси, а также проекция восстанавливающей силы на оси координат, которая пропорциональна длине хода штока соответствующего линейного привода.

Уравнения (1), (2) интегрировали с помощью программы решения дифференциальных уравнений.

Пусть m = 1 кг, $c_1 = c_2 = 100$ Н/м, $l_1 = l_2 = 1$ м, $x_{B1} = -1$ м, $y_{B1} = 0$, $x_{B2} = 0$, $y_{B2} = -1$ м. Начальные условия: $x_0 = 0, 4$ м, $y_0 = 0$, $v_{x0} = v_{y0} = 0$, конечное время расчета 5 с.



Рис. 1. Плоский механизм с двумя степенями свободы

системе координат, а также фазовые траектории движения. Из этих зависимостей видно, что колебания по оси x близки к периодическим, а по оси y имеют амплитуду, вполне сопоставимую с амплитудой при колебаниях по оси x. Траектория точки представляет собой незамкнутую кривую.

Рассмотрим вынужденные колебания выходного звена. Уравнения, описывающие этот случай, отличаются от уравнений, описывающих свободные колебания, наличием двух вынуждающих сил: $F_1 \sin(\omega_1 t)$ и $F_2 \sin(\omega_2 t)$, действующих в двух различных направлениях. Эти силы входят в качестве дополнительных слагаемых в правую часть того или иного уравнения соответственно.

Пусть m = 1 кг, $c_1 = c_2 = 100$ Н/м, $l_1 = l_2 = 1$ м, $x_{B1} = -1$ м, $y_{B1} = 0$, $x_{B2} = 0$, $y_{B2} = -1$ м, начальные условия: $x_0 = y_0 = 0$, $v_{x0} = v_{y0} = 0$, конечное время расчета 20 с. Вынуждающие силы по обеим координатам $F_1 = F_2 = 0,2 \sin(10t)$. Возбуждение происходит по резонансной частоте, равной для обеих координат 10 рад/с.

На рис. 3 приведены зависимости координат центра тяжести выходного звена от времени, траектория движения данной точки в декартовой системе координат, а также фазовые траектории движения. Из этих зависимостей видно, что колебания выходного звена имеют биения. Несмотря на резонанс и отсутствие демпфирования, амплитуда ограничена. Отметим, что в механизме параллельной структуры эффект виброгашения – кажущийся: уменьшение коле-



Рис. 2. Колебания выходного звена, соответствующие отсутствию внешних сил: а – зависимость координат центра тяжести выходного звена от времени; б – траектория движения центра тяжести выходного звена в декартовой системе координат; в, г – фазовые траектории движения центра тяжести выходного звена





38 Машиност

баний наблюдается по одной форме, но с одновременным возрастанием колебаний по другой. Речь идет о попеременном перекачивании энергии с одной формы колебаний на другую.

Рассмотрим вынужденные колебания, вызванные вибрацией основания. Будем считать, что основание колеблется вдоль оси х (рис. 4). Уравнения, описывающие этот случай, имеют вид:

ные условия: $x_0 = y_0 = 0$, $v_{x0} = v_{y0} = 0$, конечное время расчета 8 с. Закон колебаний основания представим в виде $A_r \sin(\omega_1 t) = 0.3 \sin(10t)$. Возбуждение происходит по резонансной частоте, равной 10 рад/с.

На рис. 5 приведены зависимости координат центра тяжести выходного звена от времени, траектория движения данной точки в декартовой системе координат, а также фазовые траектории движения. Из этих зависимостей видно,

$$\frac{dv_{x}}{dt} = -\frac{\left[\left(\sqrt{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}} - l_{1}\right)\frac{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}}{\sqrt{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}}} - \frac{m}{\left[\left(\sqrt{\left[x - x_{B2} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B2})^{2}} - l_{2}\right)\frac{\left[x - x_{B2} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B2})^{2}}{\sqrt{\left[x - x_{B2} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B2})^{2}}}; (3)$$

$$\frac{dv_{y}}{dt} = -\frac{\left[\left(\sqrt{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}} - l_{1}\right)\frac{(y - y_{B1})}{\sqrt{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}}} - l_{2}\right)\frac{m}{\sqrt{\left[x - x_{B1} + A_{x}\sin((\omega_{1}t))\right]^{2} + (y - y_{B1})^{2}}}; (4)$$

т

где $A_x \sin (\omega_1 t)$ – закон колебаний по оси *x*.

Уравнения (3), (4) получили следующим образом. Координаты точек крепления приводов B_1 и B_2 будем считать переменными, изменяющимися по синусоидальному закону. Такая ситуация может иметь место, когда основание механизмов находится, например на вибрирующей платформе или на транспортном средстве.

Пусть m = 1 кг, $c_1 = c_2 = 100$ Н/м, $l_1 = l_2 = 1$ м, $x_{B1} = -1$ м, $y_{B1} = 0$, $x_{B2} = 0$, $y_{B2} = -1$ м. Началь-

что колебания выходного звена имеют биения. Вновь отметим, что в этом механизме параллельной структуры уменьшение амплитуды колебаний наблюдается по одной форме, но с одновременным возрастанием колебаний по другой. Речь вновь идет о попеременном перекачивании энергии с одной формы колебаний на другую. В случаях, когда наблюдается демпфирование, колебания затухают быстрее, однако качественные показатели достаточно близки к рассмотренным.



Рис. 4. Плоский механизм с двумя степенями свободы на вибрирующем основании

(4)



Рис. 5. Колебания выходного звена, соответствующие вибрации основания: a – г – то же, что и на рис. 2.

Заключение

На основании проведенных исследований (представлена лишь часть из них) можно сделать вывод о том, что механизмы параллельной структуры характеризуются взаимным влиянием кинематических цепей при наличии колебаний. Нелинейность системы сказывается на изменении геометрических параметров взаимного положения кинематических цепей. Колебания, существующие в одной из этих цепей, вызывают колебания в других цепях, что соответствует известным теоретическим положениям. Даже при отсутствии демпфирования и при наличии резонанса (в возбуждающей силе или в частоте вибраций основания) амплитуда колебаний ограничена, поскольку при изменении взаимного положения кинематических цепей условия резонанса нарушаются. В целом колебания, как правило, происходят в виде биений, частота которых зависит от амплитуды вынуждающей силы. Таким образом, численное исследование данных процессов (без линеаризации и разложения в ряды) является достаточно эффективным средством анализа таких структур.

Список литературы

- 1. *Merlet, J.P.* Parallel robots. Springer: Dordrecht, 2006. 417 p.
- Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. – М.: Наука, 1991. – 96 с.
- 3. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 432 с.
- Fichter, E.F. A Stewart Platform Based Manipulator: // Int. J. Robotic Res. 1986. No. 2. P. 165 – 190.
- 5. Акопян А.М., Винницкий Е.Я., Крейнин Г.В. К задаче динамического синтеза платформенного механизма с многокоординатным приводом // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 6. С. 78 – 83.
- Диментберг Ф.М. Движение твердого тела, осуществляемое действием на его точки тяг-толкателей // Машиноведение. 1988. № 5. С. 63 – 69.

Материал поступил в редакцию 09.12.2011

ДЕМИДОВ Сергей Михайлович E-mail: chipd@rambler.ru Тел.: +7(499) 624-00-28	Аспирант Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера на- учных интересов – теория механизмов и машин, роботы параллельной струк- туры. Автор пяти публикаций.
АРТЕМЕНКО Юрий Николаевич E-mail: atishenko@yahoo.com Тел.: +7(495) 133-33-66	Кандидат технических наук, заведующий отделом Астро-космического центра Физического института Академии наук (ФИАН). Сфера научных интересов – радиоастрономия, космические и наземные телескопы, космическая робото- техника. Автор 50 публикаций.
ГЛАЗУНОВ Виктор Аркадьевич E-mail: vaglznv@mail.ru Тел.: +7(495) 624-00-28	Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов – тео- рия механизмов и машин, роботы параллельной структуры, философия науки. Автор более 200 публикаций.
ЧАН КУАНГ НЬЯТ E-mail: tranhuangnhat@hcmutrans.edu.v	Аспирант Национального транспортного университета Вьетнама. Сфера на- учных интересов – теория механизмов и машин, роботы параллельной струк- туры. Автор пяти публикаций.

Уважаемые читатели!

Тел.: 3138-493-299-95-55

Журнал «Машиностроение и инженерное образование» входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых публикуются основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора или кандидата наук.

Аннотации статей на русском и английском языках размещены на интернет-странице журнала: www.mio.msiu.ru