

СРАВНЕНИЕ СПОСОБОВ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ОЦЕНКОЙ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ И РАСХОДА ТОПЛИВА

К.Б. Алексеев, И.В. Персев, А.В. Шадян



**АЛЕКСЕЕВ
Кир
Борисович**

Доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика, информатика и системы управления» МГИУ. Специалист в области автоматического управления и автоматизации. Автор более 100 научных трудов и изобретений.

Введение

Управление вращательными движениями космического аппарата (КА) является одним из условий его практического применения. При исследовании управления КА в качестве математической модели принимается модель абсолютно твердого тела, изменение углового положения которого может быть выполнено одним из следующих способов:

- тремя последовательными поворотами,
- двумя поворотами,
- одним плоским поворотом.

Каждый из этих способов имеет свои показатели по быстродействию и расходу топлива.



**Персев
Игорь
Викторович**

Кандидат технических наук, ведущий инженер ИТЦ «СканЭкс». Специалист в области космических систем, устройств и методов дистанционного зондирования Земли.



**ШАДЯН
Армен
Владимирович**

Аспирант кафедры «Автоматика, информатика и системы управления» МГИУ. Специализируется в области управления ориентацией околоземных спутников. Автор 2 научных статей.

ва. Сравнение этих способов, изложенных в работах [1–3], проводилось в предположении, что динамические параметры аппарата постоянны, влияние внешних возмущающих сил и моментов пренебрежимо мало, а управляющие моментные воздействия по связанным осям имеют ограничения.

Сравнения по быстродействию и расходу топлива не проводилось, что затрудняет выбор наилучшего способа ориентации КА. Для спутников дистанционного зондирования Земли [4–6], где проблема быстродействия и расхода топлива особо актуальна, проведенный сравнительный анализ представляет практический интерес.

Ориентация КА тремя поворотами

Вращательные движения КА, описываемые динамическими уравнениями Эйлера [7, 8], в системе координат, связанной с аппаратом, имеют вид:

$$\begin{cases} J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 = M_1 \\ J_2 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_1 \omega_3 = M_2 \\ J_3 \dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 = M_3 \end{cases} \quad (1)$$

где ω_i – проекции вектора $\vec{\omega}$ абсолютной угловой скорости на оси связанной системы координат (ССК); J_i – главные моменты инерции аппарата; M_i – проекции главного управляющего момента сил (внешних и внутренних), прикладываемые относительно осей ССК ($i=1, 2, 3$).

Система уравнений (1) дополняется кинематическими соотношениями, выраженными в компонентах кватерниона [9]:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_0 = -\frac{1}{2}(\omega_1 \lambda_1 + \omega_2 \lambda_2 + \omega_3 \lambda_3) \\ \dot{\lambda}_1 = \frac{1}{2}(\omega_1 \lambda_0 + \omega_3 \lambda_2 - \omega_2 \lambda_3) \\ \dot{\lambda}_2 = \frac{1}{2}(\omega_2 \lambda_0 + \omega_1 \lambda_3 - \omega_3 \lambda_1) \\ \dot{\lambda}_3 = \frac{1}{2}(\omega_3 \lambda_0 + \omega_2 \lambda_1 - \omega_1 \lambda_2) \end{cases} \quad (2)$$

Совместное решение систем (1) и (2) с начальными условиями:

$$\begin{cases} \lambda_0(0) = \cos \frac{1}{2} \theta_0 \cos \frac{1}{2} (\psi_0 + \varphi_0) \\ \lambda_1(0) = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \cos \frac{1}{2} (\psi_0 - \varphi_0) \\ \lambda_2(0) = \sin \frac{1}{2} \theta_0 \sin \frac{1}{2} (\psi_0 - \varphi_0) \\ \lambda_3(0) = \cos \frac{1}{2} \theta_0 \sin \frac{1}{2} (\psi_0 + \varphi_0) \end{cases} \quad (3)$$

($\psi_0, \theta_0, \gamma_0$ – начальные значения углов Эйлера) позволяет определить суммарное время трех поворотов и вычислить массовый расход топлива.

Ориентация КА двумя поворотами

При развороте КА со значительной динамической асимметрией, когда при повороте вокруг неподвижной оси энергетические затраты на компенсацию гироскопических моментов становятся существенными, управление ориентацией твердого тела двумя поворотами может оказаться в отдельных случаях более экономичным, чем тремя поворотами.

Этот способ управления отличается от первого тем, что один (первый) поворот КА позволяет совместить две одноименные оси введенных систем координат согласно теории конечного поворота. В таком случае система уравнений (1) может быть записана в матричной форме:

$$\mathbf{M}_y = \mathbf{I} \ddot{\varphi} + \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\mu} \dot{\varphi}^2, \quad (4)$$

где $\mathbf{M}_y = \{M_1 M_2 M_3\}^T$ – управляющий момент; $\boldsymbol{\mu} = \{\mu_1 \mu_2 \mu_3\}^T$ – матрица направляющих косинусов оси конечного поворота в ССК (верхний индекс «Т» обозначает операцию транспонирования); φ – угол поворота КА вокруг оси конечного поворота; $\mathbf{I} = [J_1 J_2 J_3]$ – диагональная матрица моментов инерции.

При этом движение КА при первом повороте, согласно теории экстенсивного управления [10], будет описываться уравнением с ограничением:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = M_{ms} / J_s \mu_s \\ \dot{\varphi}^2 \leq M_{ms} / (J_{s+2} - J_{s+1}) \mu_{s+2} \mu_{s+1} \end{cases} \quad (5)$$

где M_{ms} – максимально допустимый момент по связанной оси ($s=1, 2, 3$).

Второй поворот осуществляет разворот аппарата относительно оси, совмещаемой с заданной осью инерциальной системы координат (ИСК) при первом повороте. Суммирование этих поворотов определяет как общее время, так и массовый расход топлива.

Ориентация КА одним поворотом

При экстенсивном управлении одним поворотом из кинематических уравнений, выра-

женных в углах Крылова [3], определяются угол эквивалентного разворота аппарата φ и направление $\vec{e}_\varphi$ мгновенной оси Эйлера. Затем производится выбор направления действия вектора управляющего момента $\vec{M}_y$, обеспечивающего поворот аппарата на заданный угол φ за минимально возможное время t_{min} , необходимое для разворота аппарата.

Создаваемые моменты по связанным осям определяются не из условия отработки возникшего отклонения, например по одной из связанных осей, как в случае с тремя поворотами, а из условия реализации вектора управляющего момента $\vec{M}_y$ заданного направления и требуемой величины, определяемого поверхностью ограничений.

Используя систему уравнений (1), легко показать, что при $\vec{\omega} = \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi$ направление вектора $\vec{M}_y$ определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \vec{M}_y &= J_k \ddot{\varphi} \vec{e}_k + J_\varphi \dot{\varphi}^2 \vec{e}_r, \\ J_k &= \sqrt{\sum_{s=1}^3 (J_s v_s)^2}, \\ v_s &= \frac{a_{s+1,s+2} - a_{s+2,s+1}}{2 \sin \varphi}, \\ J_\varphi &= \sum_{s=1}^3 (J_{s+1} - J_{s+2}) v_{s+1} v_{s+2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\vec{e}_k$ и $\vec{e}_r$ – единичные орты векторов кинетического (инерционного) $J_k \ddot{\varphi}$ и гироскопического $J_\varphi \dot{\varphi}^2$ моментов, соответственно; J_k – момент инерции относительно оси $\vec{e}_k$; J_φ – момент инерции относительно оси $\vec{e}_r$; $a_{s+1,s+2}$ и $a_{s+2,s+1}$ – элементы матрицы направляющих косинусов.

Равенство (6) можно представить в скалярной форме:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = |\vec{M}_y| \cos \rho / J_k \\ \dot{\varphi}^2 = |\vec{M}_y| \sin \rho / J_\varphi, \end{cases} \quad (7)$$

где $\rho = \rho(t)$ – угол между векторами кинетического $\vec{K}$ и управляющего $\vec{M}_y$ моментов аппарата.

Первое уравнение можно рассматривать как исходное при описании вращательных движений, а второе – как дополнительное ограничение. При этом модуль управляющего момента $|\vec{M}_y|$ при разгоне и торможении должен быть максимально возможным.

Результаты математического моделирования и их обсуждение

Разворот аппарата с максимальным быстродействием включает разгон и торможение. Из аналитического решения для экстенсивного разворота [4] были получены законы изменения моментов, прикладываемых по связанным осям:

– на участке разгона аппарата $0 \leq t \leq t_{неп}$

$$\beta_s^* = \alpha_s \cos \rho + b_s \sin \rho, \quad \operatorname{tg} \rho(t) = \alpha_s \operatorname{sh}^2(t) / b_s,$$

$$\begin{cases} M_s = M_{ms} \left[\frac{J_s v_s}{J_k \alpha_s \operatorname{ch}^2 nt} + \frac{(J_{s+2} - J_{s+1}) v_{s+2} v_{s+1}}{(J_k \alpha_s n)^2} \operatorname{th}^2 nt \right] \\ M_{s+r} = M_{ms} \left[\frac{J_{s+r} v_{s+r}}{J_k \alpha_s \operatorname{ch}^2 nt} + \frac{(J_{s+2+r} - J_{s+1+r}) v_{s+2+r} v_{s+1+r}}{(J_k \alpha_s n)^2} \operatorname{th}^2 nt \right], \\ n = \frac{\sqrt{M_{ms} J_\varphi b_s}}{J_k \alpha_s}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha_s = \frac{J_s v_s}{J_k}, \quad b_s = (J_{s+1} - J_{s+2}) v_{s+1} v_{s+2} / J_\varphi,$$

где $s=1, 2, 3$; $r=1, 2$; β_s^* – максимальный по абсолютной величине направляющий косинус управляющего момента $\vec{M}_y$; $t_{неп}$ – время переключения момента с разгона на торможение;

– на участке торможения аппарата $t_{неп} \leq t \leq t_{min}$ получаем выражения, аналогичные системе уравнений (8), подставляя в нее

$$\begin{aligned} \beta_s^* &= \alpha_s \cos \rho - b_s \sin \rho, \quad \operatorname{tg} \rho(t) = \alpha_s \sin^2 [\chi - n(t - t_{неп})] / b_s, \\ \chi &= \operatorname{arctg}(\operatorname{th}(nt_{неп})). \end{aligned}$$

Массовый расход топлива за время t_{min} определялся по формуле:

$$Q = \int_0^{t_{min}} \sum_{s=1}^3 m_s^* \left| \frac{M_s}{M_{ms}} \right| dt, \quad (9)$$

где m_s^* – максимальный массовый расход топлива.

Поскольку вектор управляющего момента $\vec{M}_y$, действующего на КА, зависит от его положения по отношению к осям ССК (определяемый углами Крылова ψ, θ, γ) и угловых скоростей ω_i ($i=1, 2, 3$) на интервале времени $[0, t_{min}]$, то движение КА описывается системой шести обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно шести искомым функций $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \psi, \theta, \gamma$:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = (M_1 + (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3)/J_1 \\ \dot{\omega}_2 = (M_2 + (J_3 - J_1)\omega_1\omega_3)/J_2 \\ \dot{\omega}_3 = (M_3 + (J_1 - J_2)\omega_1\omega_2)/J_3 \\ \dot{\gamma} = \omega_1 - \operatorname{tg}\theta(\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma) \\ \dot{\psi} = (\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma)/\cos\theta \\ \dot{\theta} = \omega_3 \cos\gamma + \omega_2 \sin\gamma \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 1 и 2 показаны результаты моделирования полученной системы уравнений из положения $\omega_s(0)=0$ ($s=1, 2, 3$), $\gamma(0)=0^\circ$, $\theta(0)=0^\circ$, $\psi(0)=0^\circ$ в положение $\omega_s(t_{\min})=0$, $\gamma(t_{\min})=25^\circ$, $\theta(t_{\min})=18^\circ$, $\psi(t_{\min})=10^\circ$. Главные моменты инерции твердого тела: $J_1=250 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_2=200 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_3=180 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Ограничения на управляющие моменты: $|M_{ms}| \leq 1 \text{ Н}\cdot\text{м}$. В результате проведенного исследования для каждого из рассмотренных способов определены время выполнения поворотного маневра и массовый расход топлива (табл. 1, 2).

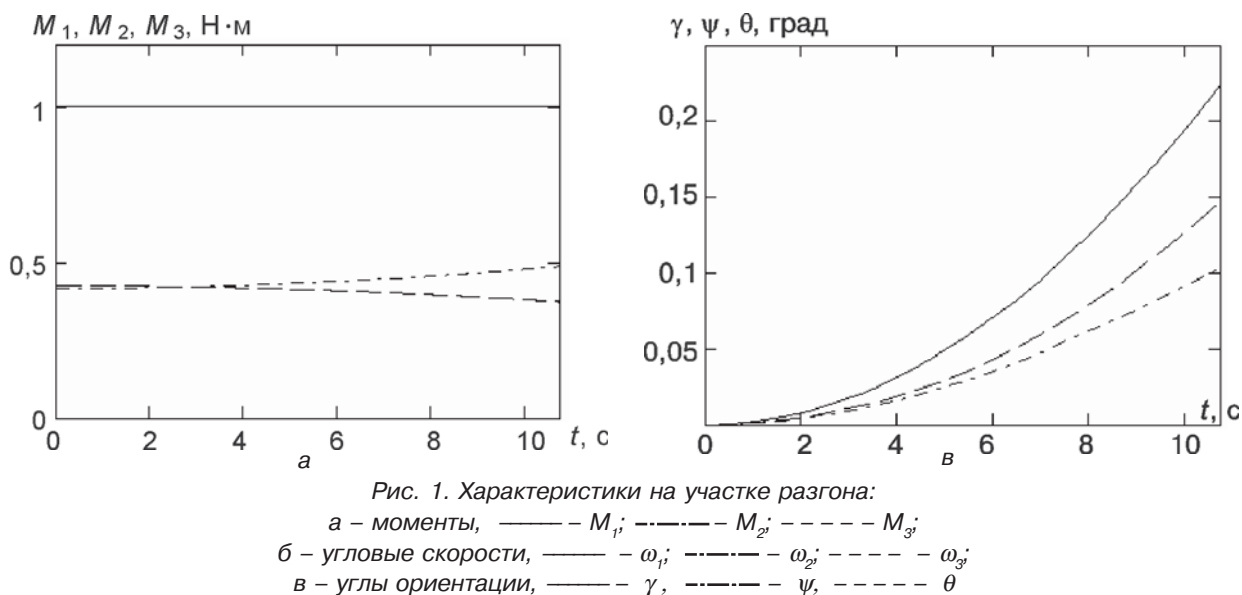


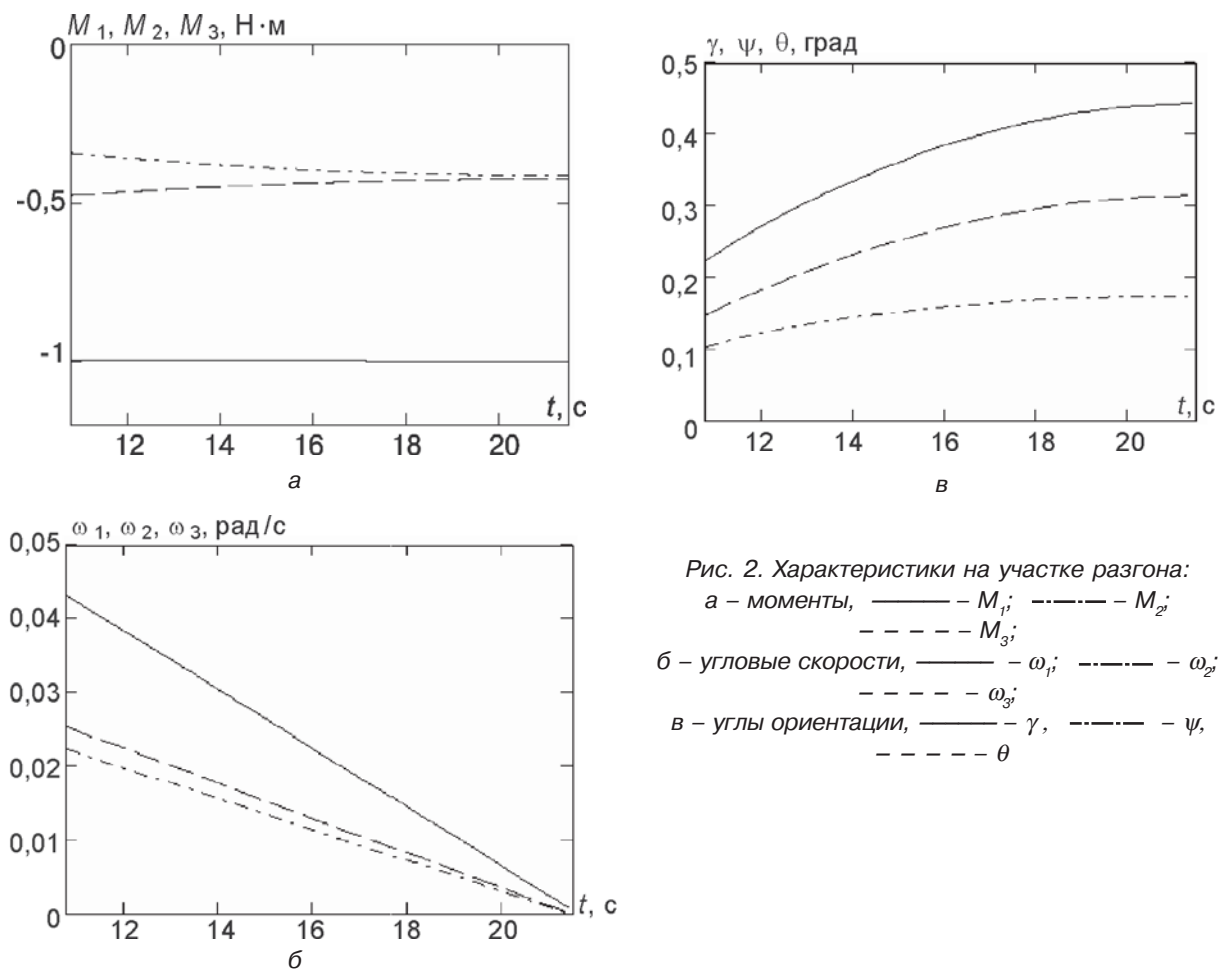
Рис. 1. Характеристики на участке разгона:
а – моменты, ——— M_1 ; - - - - M_2 ; - - - - M_3 ;
б – угловые скорости, ——— ω_1 ; - - - - ω_2 ; - - - - ω_3 ;
в – углы ориентации, ——— γ , - - - - ψ , - - - - θ

В табл. 1 представлены результаты моделирования для сравнения минимально возможного времени, необходимого для разворота КА, и расхода топлива системы управления одним поворотом с системой управления двумя поворотами, а в табл. 2 – системы управления

Таблица 1

Сравнение систем ориентаций двумя и одним поворотами

Система управления ориентацией КА	Двумя поворотами	Одним поворотом
Начальное положение углов $\gamma(0)$, $\theta(0)$, $\psi(0)$, град	0, 0, 0	
Конечное положение углов $\gamma(t_{\min})$, $\theta(t_{\min})$, $\psi(t_{\min})$, град	25, 18, 10	
Моменты инерции J_i ($i=1, 2, 3$), $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	250, 200, 180	
Ограничения на управляющие моменты $ M_{ms} $, Н·м	≤ 1	
Быстродействие $t_{\min}$, с	38,77	21,43
Массовый расход Q , 10^{-3} , кг	58,81	39,45



одним поворотом с системой управления тремя поворотами.

Данные таблиц свидетельствуют, что система управления ориентацией КА одним поворотом по быстродействию превосходит систе-

му управления двумя поворотами в 1,8 раза, а по энергетическим затратам – в 1,5 раза (см. табл. 1), а также в 1,4 раза лучше по тем же показателям системы управления тремя поворотами (см. табл. 2).

Таблица 2

Сравнение систем ориентаций тремя и одним поворотами

Система управления ориентацией КА	Тремя поворотами	Одним поворотом
Начальное положение углов $\gamma(0)$, $\theta(0)$, $\psi(0)$, град	0, 0, 0	
Конечное положение углов $\gamma(t_{\min})$, $\theta(t_{\min})$, $\psi(t_{\min})$, град	60, 72, 60	
Моменты инерции J_i ($i=1, 2, 3$), кг·м ²	4, 8, 5	
Ограничения на управляющие моменты $ M_{ms} $, Н·м	≤ 300	
Быстродействие $t_{\min}$, с	36,99	26,35
Массовый расход Q , 10^{-3} , кг	64,59	46,01

Список литературы

1. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Савилова И.В. Оптимальное по быстродействию управление трехосной ориентацией твердого тела при ограниченных параметрах управления // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1986. № 5. С. 11–15.
2. Шкляр В.Н., Малышенко А.М. К задаче оптимального пространственного разворота космического аппарата относительно центра масс // Космические исследования. 1975. Т. 13. Вып. 4. С. 473–480.
3. Петров Б.Н., Боднер В.А., Алексеев К.Б. Аналитическое решение задачи управления пространственным поворотным маневром // ДАН СССР. 1970. Т. 192. № 6. С. 1235–1238.
4. Гарбук С.В., Гершензон В.Е. Космические системы дистанционного зондирования Земли. – М.: Изд-во А и Б, 1997. – 296 с.
5. Персев И.В. Образовательный спутниковый проект «Прозрачный мир» для оперативной съемки Земли из космоса / Доклад IV научно-технической конференции «Системы наблюдения, мониторинга и дистанционного зондирования Земли». – Сочи, 2007 (в печати).
6. Труды 3-го Совещания “Управление движением малогабаритных спутников” / Под ред. М.Ю. Овчинникова. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006. – 26 с.
7. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. – М.: Наука. 1974. – 600 с.
8. Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г. Управление космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение. 1974. – 340 с.
9. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение квартерионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука. 1973. – 320 с.
10. Алексеев К.Б. Экстенсивное управление ориентацией космических летательных аппаратов. – М.: Машиностроение. 1977. – 121 с.