НАПРЯЖЕНИЯ В ТРОЙНИКОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

В.Н. Скопинский, Н.А. Берков, А.Б. Сметанкин



СКОПИНСКИЙ Вадим Николаевич

Профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Сопротивление материалов» МГИУ. Специалист в области механики тонкостенных оболочек, численных методов анализа. Автор более 100 научных трудов, часть которых опубликована в престижных зарубежных научно-технических журналах.



БЕРКОВ Николай Андреевич

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Общая и прикладная математика» МГИУ. Область научных интересов — теория упругости и теория оболочек, численные методы анализа. Автор 20 научных трудов.

Введение



СМЕТАНКИН Андрей Борисович

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов» МГИУ. Область научных интересов — исследование пересекающихся оболочек. Автор 9 научных работ.

Скопинский В.Н., Берков Н.А., Сметанкин А.Б., 2007

При проектировании трубопроводов различного назначения используются нормы и правила расчета для обеспечения их надежной эксплуатации [1, 2]. Однако нормативные материалы не в состоянии охватить все многообразие факторов и силовых воздействий, оказывающих влияние на условия эксплуатации трубопроводов и их конструктивных узлов. Поэтому необходимо проведение теоретических и экспериментальных исследований трубопроводных систем и их отдельных конструктивных узлов с целью получения наиболее полной информации об их функционировании, в частности, о действующих напряжениях в трубопроводных соединительных элементах, дальнейшего совершенствования расчетных методик и нормативных материалов.

Для устройства различного рода ответвлений в трубопроводах применяются тройниковые соединения, которые являются, как правило, наиболее напряженными узлами трубопровода. Основной нагрузкой для трубопровода является внутреннее избыточное давление со стороны рабочей среды, определяющее его напряженное состояние, выбор толщин стенок трубы и отвода (при заданных диаметрах). Однако на напряженное состояние в тройниковом соединении трубопровода оказывает влияние не только внутреннее давление, но и нагрузки (силы и моменты) от присоединенных ветвей трубопровода. Следует заметить, что такие нагрузки трудно прогнозировать, чаще всего они определяются как внутренние силовые факторы в поперечных сечениях труб соединения из расчета трубопроводной системы как пространственной стержневой модели. Поэтому важно исследовать напряжения в тройниковых соединениях, возникающие при приложении таких нагрузок, чтобы оценить их вклад (как дополнительных напряжений) в напряженное состояние трубчатого соединения от внутреннего давления.

Известно, что при действии эксплуатационных механических нагрузок, в первую очередь, внутреннего давления, в месте соединения труб вследствие резкого изменения геометрии и стесненной деформации оболочек возникает локальное напряженное состояние, которое характеризуется существенной неоднородностью и значительной концентрацией напряжений. Максимальные местные напряжения могут во много раз превышать общие мембранные напряжения (вдали от места соединения), что может привести к появлению локальной пластической деформации в материале и возникновению усталостных трещин. Кроме того, следует иметь в виду, что для сварных тройниковых соединений наибольшие напряжения возникают в зоне сварного шва, в связи с чем требуется учет и технологических факторов.

1. Постановка задачи

Тройниковое соединение трубопровода конструктивно представляет соединение пересекающихся цилиндрических оболочек. Чаще всего оболочки пересекаются под прямым углом (радиальное соединение), но возможно и пересечение под углом, отличным от прямого (нерадиальное соединение). Общая классификация соединений пересекающихся оболочек приведена в работе [3].

Геометрия радиального соединения цилиндрических оболочек и внешние силы и моменты, действующие в торцевых сечениях оболочек, показаны на рис. 1.

Будем использовать терминологию, предложенную в работах [1–3]: оболочка большего диаметра называется основной трубой, оболочка меньшего диаметра отводом. (На рис. 1 показаны только те силы и моменты, действие которых приводит к напряжениям, соизмеримым с напряжениями от внутреннего давления так называе-

> мые значимые нагрузки. В связи с этим в расчетном анализе не учитываются поперечные силы.) Плоскость *OXZ*, в которой расположены оси обеих оболочек, называется главной плоскостью соединения, плоскость *OYZ* поперечной плоскостью.

> > Для радиального соединения



 P_{xn}

Mxn

M-,,

Рис. 1. Нагрузки в тройниковом трубчатом соединении

цилиндрических оболочек напряженное состояние в оболочках зависит от следующих основных геометрических параметров:

$$\frac{d}{D}, \frac{D}{H}, \frac{h}{H},$$
(1)

где *d* и *D* – диаметры срединных поверхностей отвода и основной оболочки соответственно; *h* и *H* – толщины отвода и основной оболочки соответственно.

Для приведенных нагрузок в сечениях тройникового соединения (как узла стержневой системы) должны выполняться следующие уравнения равновесия:

$$M_{x1} - M_{x2} + M_{zn} = 0; M_{y1} - M_{y2} + M_{yn} = 0; M_{z1} - M_{z2} + M_{xn} = 0.$$
(2)

Для торцевых сечений основной оболочки учитываются самоуравновешенные нагрузки [1]:

$$M_{x}=0,5(M_{x1}+M_{x2}); M_{y}=0,5(M_{y1}+M_{y2}); M_{z}=0,5(M_{z1}+M_{z2}); P_{x}=0,5(P_{x1}+P_{x2}).$$
(3)

В соответствии с разработанной прикладной методикой каждая нагрузка (внешняя сила или момент) в торцевом сечении отвода и основной оболочки заменяется статически эквивалентной контурной нагрузкой вида:

$$g_{n}(\phi) = g_{0n} + g_{1n} \cos\phi' + g_{2n} \sin\phi', \ g_{n} = (g_{xn}, g_{\phi}), g(\phi) = g_{0} + g_{1} \cos\phi + g_{2} \sin\phi, \ g = (g_{x}, g_{\phi}),$$
(4)

где $g_{x'}$, g_{ϕ} – соответственно меридиональная и окружная погонные нагрузки (индекс «*n*» относится к отводу); ϕ' , ϕ – соответственно окружные координаты в поперечных сечениях отвода и основной оболочки (см. рис. 1); $g_{0n'}$, $g_{0'}$, ..., g_{2} – параметры, определяемые для каждой нагрузки по формулам стержневой модели оболочки.

С учетом геометрической симметрии тройникового соединения при действии каждой нагрузки в расчете можно рассматривать 1/4 или 1/2 часть соединения (в зависимости от принятых условий закрепления). При комбинированном нагружении тройникового соединения, определяемого суммарным воздействием внутреннего давления и внешних сил и моментов, необходимо рассматривать напряженное состояние для всего соединения.

В расчетном анализе, результаты которого приводятся далее, вычисляются компоненты напряжения в точках наружной и внутренней поверхностей оболочек (см. рис. 1): нормальные меридиональные напряжения σ, нормальные окружные напряжения σ и касательные напряжения τ_{so} . В каждой точке оболочки для плоского напряженного состояния определяются эквивалентные напряжения σ на основе критерия наибольших касательных напряжения. Кроме того, согласно существующим нормам [1] вычисляются и местные мембранные напряжения σ_{m} . Местные максимальные эквивалентные и мембранные напряжения входят в различные группы категорий напряжений, поэтому для них допускаются разные значения напряжений. Например, если для общих мембранных напряжений от внутреннего давления номинальное допускаемое напряжение σ, то для местных мембранных напряжений допускаемое напряжение 1,5 с, а для максимальных эквивалентных напряжений (2,5-3) о.

Для оценки влияния отдельных видов нагрузки на максимальные напряжения в соединении удобно рассматривать относительные напряжения в оболочках и для соединения в целом в следующем виде:

$$\overline{\sigma}_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_0}; \ \overline{\sigma}_{mL} = \frac{\sigma_{mL}}{\sigma_0}, \tag{5}$$

где σ_o – номинальное напряжение соединения, зависящее от вида рассматриваемой нагрузки.

2. Конечно-элементное моделирование

Прикладная методика расчета пересекающихся оболочек [3] основана на применении моментной теории оболочек [4] и метода конечных элементов (МКЭ) в модифицированной смешанной формулировке. Для создания конечно-элементных моделей тройниковых соединений используются четырехугольные оболочечные конечные элементы, построенные в естественных криволинейных системах координат на срединных поверхностях оболочек. Это позволяет точно представить геометрию соединения и адекватно учесть взаимосвязь изгибной и мембранной деформации, обусловленную кривизной поверхности оболочки.

Разработанная прикладная методика реа-

лизована в специализированной вычислительной программе SAIS, предназначенной для конечно-элементного анализа различного вида соединений пересекающихся оболочек. Нерегулярная адаптивная конечно-элементная сетка тройникового соединения строится с применением автоматизированного генератора, использующего для своей работы геометрические соотношения для линии пересечения поверхностей оболочек. Такая сетка формируется с учетом типа наряженного состояния рассматриваемых конструктивных узлов: у линии пересечения конечные элементы имеют достаточно малые размеры, при удалении от этой области их размер увеличивается.

Программа SAIS имеет удобный графический интерфейс, главное окно которого представлено на рис. 2. С помощью этого интерфейса в диалоговом режиме можно быстро создавать файл исходных данных (при малом числе вводимых параметров), проводить расчеты, управлять различными стадиями расчетной процедуры. Интерактивный графический постпроцессор обеспечивает визуализацию конечно-элементной модели соединения, распределения расчетных напряжений в виде цветовых областей и др.

Специализированная программа SAIS является проблемно-ориентированной, удобной с точки зрения подготовки данных для расчетной модели; благодаря рациональному расчетному алгоритму и используемой смешанной модели элемента обеспечивает относительно малые вычислительные затраты и позволяет проводить экспресс-расчеты с получением подробного или упрощенного протокола работы.

3. Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных результатов

Для верификации разработанной специализированной вычислительной программы SAIS проводилось сопоставление расчетных результатов с данными опубликованных экспериментальных исследований, в том числе, для тройниковых соединений при действии внешних сил и моментов. В научной литературе довольно мало публикаций с подробными и качественными результатами проведенных эксперимен-



Рис. 2. Главное окно интерфейса программы SAIS

тальных исследований для пересекающихся оболочек, среди которых можно отметить работы [5–7].

Достаточно обширными и тщательно поставленными были целевые экспериментальные исследования в Окриджской национальной лаборатории (США) [5], проводившиеся для отладки специальной вычислительной программы, предназначенной для расчета тройниковых соединений по МКЭ с применением плоских элементов.

Было испытано четыре модели тройников с различными отношениями параметров d/D и h/H. Все модели представляли собой сварные соединения стальных труб, причем сварной шов стачивался до поверхности оболочек. При испытаниях один торец основной оболочки жестко закреплялся, а другой, как и торец отвода, закрывался крышкой. Рассматривалось действие внутреннего давления, а также изгибающих моментов М_{ил} и М_{лл}, прикладываемых на торце отвода через жесткий фланец в главной или поперечной плоскостях тройника. Экспериментальные исследования проводились методом электротензометрирования с использованием малобазных тензодатчиков (базой 0,762 мм), наклеенных на наружной и внутренней поверхностях оболочек в семи направлениях от линии пересечения (через 30 ° от главной плоскости).

В настоящей работе представлены сравнительные расчетные и экспериментальные результаты для модели ORNL-1 при действии изгибающего M_{yn} в главной плоскости соединения. Размеры оболочек, геометрические параметры соединения и нагрузка экспериментальной модели следующие:

D = 254 MM; H = 2,54 MM; d = 127 MM; h = 1,27 MM; $I_0 = 495,3$ MM; $I_1 = 366,3$ MM; d/D = 0,5; D/H = 100; d/h = 100; h/H = 0,5; $M_{y_0} = 271,2$ H·M,

где *I*₀ – половина длины основной оболочки (отвод находится посредине); *I*₁ – длина отвода по оси до срединной поверхности основной оболочки.

С учетом симметрии геометрии и условий закрепления относительно главной плоскости экспериментальной модели расчет проводился для половины соединения. В расчете вместо изгибающего момента в торцевом сечении отвода прикладывалась осевая контурная нагрузка вида $g_{xn} = -(M_{yn}/\pi r^2)cos\phi'$.

На рис. З приведены расчетные результаты, показывающие изменение относительных эквивалентных напряжений $\overline{\sigma}_e$ на наружной поверхности оболочек экспериментальной модели по линии пересечения ($\sigma_0 = M_{vn}/\pi r^2 h$).

Из расчетного анализа можно отметить следующее. Наибольшие напряжения возникают в оболочке меньшей толщины (отводе). Напряжения существенно неравномерно распределяются по области пересечения оболочек, максимум напряжений имеет место в промежуточ-



ной области между главной и поперечной плоскостями, при ф'=130° (напряжения при ф'=40° несколько меньше).

На рис. 4 и 5 представлены эксперимен-

тальные и расчетные распределения напряжений на наружных и внутренних поверхностях оболочек в плоскости φ'=120 °, которая проходит через ось отвода и указанное радиальное



39

направление.

На основании представленных результатов можно отметить, что: 1) действие контурных нагрузок приводит локальному напряженному

состоянию в оболочках вблизи области пересечения с высокими градиентами как меридиональных, так и окружных напряжений; 2) меридиональные напряжения являются в основ-



ном изгибными, для окружных напряжений изгибная и мембранная составляющие примерно одинаковы; 3) в оболочках имеет место очень высокий уровень концентрации напряжений.

В целом проведенный сравнительный анализ для экспериментальных моделей показал достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных результатов для различных видов нагрузки.

4. Комбинированное нагружение

При расчетном анализе тройникового соединения трубопроводов с учетом совместного действия нескольких нагрузок целесообразно рассматривать 1/2 часть соединения. От каждой нагрузки компоненты напряженного состояния ($\sigma_{s}, \sigma_{o}, \tau_{so}$) вычисляются в первой четверти тройника (ф' =0-90 °, ф = 0-180 °, см рис. 1). Соответственно, используя эти расчетные напряжения, компоненты напряженного состояния во второй (ф' =90-180 °), третьей (ф' =180-270 °) и четвертой (ф' =270-360 °) четвертях соединения от действия какой-либо силы или момента определяются в каждой точке наружной и внутренней поверхностей оболочек с учетом симметричного или антисимметричного нагружения относительно плоскостей симметрии соединения (главной и поперечной плоскостей). Таким образом результаты по напряжениям получаются для полной модели тройника. При этом суммарные значения для компонент напряженного состояния в каждой точке оболочки определяются на основе принципа суперпозиции, после чего вычисляются эквивалентные и местные мембранные напряжения.

Для параметрического анализа тройникового соединения при комбинированном нагружении суммарные компоненты напряженного состояния целесообразно представлять в следующем виде:

$$\overline{\sigma}_{s\Sigma} = \frac{\sigma_{s\Sigma}}{\sigma_{0\rho}} = \overline{\sigma}_{s}^{(\rho)} + \sum_{k=1}^{m} q_{k} \widetilde{\sigma}_{s}^{(k)};$$

$$\overline{\sigma}_{\phi\Sigma} = \frac{\sigma_{\phi\Sigma}}{\sigma_{0\rho}} = \overline{\sigma}_{\phi}^{(\rho)} + \sum_{k=1}^{m} q_{k} \widetilde{\sigma}_{\phi}^{(k)};$$

$$\overline{\tau}_{s\phi\Sigma} = \frac{\tau_{s\phi\Sigma}}{\sigma_{0\rho}} = \overline{\tau}_{s\phi}^{(\rho)} + \sum_{k=1}^{m} q_{k} \widetilde{\tau}_{s\phi}^{(k)};$$
(6)

$$\overline{\sigma}_{i}^{(p)} = \frac{\sigma_{i}^{(p)}}{\sigma_{0p}}; \quad \widetilde{\sigma}_{i}^{(k)} = \frac{\sigma_{i}^{(k)}}{\sigma_{0k}}; \quad q_{k} = \frac{\sigma_{0k}}{\sigma_{0p}};$$

$$\sigma_{0p} = \frac{pD}{2H}; \quad \sigma_{i} \to \sigma_{s}, \sigma_{\phi}, \tau_{s\phi},$$
(7)

где $\sigma_s^{(p)}, \sigma_{\phi}^{(p)}, \tau_{s\phi}^{(p)}$ – напряжения от действия внутреннего давления; $\sigma_s^{(k)}, \sigma_{\phi}^{(k)}, \tau_{s\phi}^{(k)}$ – напряжения от действия *k*-ой механической нагрузки (силы или момента); *m* – число рассматриваемых нагрузок (кроме внутреннего давления) при комбинированном нагружении; σ_{0p} – номинальное напряжение соединения при действии внутреннего давления; σ_{0k} – номинальное напряжение соединения при действии *k*-ой силы (момента); q_k – комплексный параметр.

При этом относительные максимальные эквивалентные и местные мембранные напряжения определяются для соединения в целом или основной трубы и отвода по формулам (5), принимая $\sigma_0 = \sigma_{00}$.

Можно отметить, что параметр q_k , определяемый как отношение номинальных напряжений при различных видах нагрузки, зависит не только от величины нагрузки, но и от геометрических параметров соединения, однако влияние первого фактора чаще всего является определяющим. Относительные напряжения $\overline{\sigma}_e^{(p)}, \overline{\sigma}_{mL}^{(p)}$ фактически характеризуют эффекты концентрации напряжений в основной трубе при действии внутреннего давления, а относительные напряжения $\widetilde{\sigma}_e^{(k)}, \widetilde{\sigma}_{mL}^{(k)} - эффекты концентрации напряжений в той оболочке (основной трубе или отводе), к которой приложена$ *k*-я нагрузка.

Полный анализ тройникового соединения для общего случая комбинированного нагружения проводить затруднительно, так как суммарные напряжения во многом зависят от значений параметров q_k . В качестве примера рассмотрим комбинированное нагружение, определяемое совместным действием внутреннего давления и осевой силы P_{xn} , приложенной к отводу. В этом случае номинальное напряжение σ_{01} и комплексный параметр определяются та-

кими выражениями:

$$\sigma_{01} = \frac{P_{xn}}{\pi dh}, \ q_1 = \frac{2P_{xn}}{\rho \pi d^2} \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{H}{h}$$

На рис. 6 для тройника с геометрическими параметрами

$$d/D=0,5; D/H=100; h/H=1$$
 (8)

показано изменение относительных эквивалентных напряжений в точках наружных поверхностей оболочек по линии пересечения при раздельном действии внутреннего давления и осевой силы *P*_{xn} на отвод (для соединений *h/H*=1 эквивалентные напряжения для основной трубы и отвода практически одинаковы). центрации напряжений – в отводе. При этом для отвода меридиональные напряжения по величине больше окружных и являются практически чисто изгибными, а для окружных напряжений изгибная и мембранная составляющие примерно одинаковы. Для основной трубы имеет место обратная ситуация для компонент напряжений. Для опасных точек наружной поверхности оболочек (ф' = 90 °) возникает напряженное состояние типа двухосного растяжения.

На рис. 7 показана зависимость относительных максимальных эквивалентных и местных мембранных напряжений в оболочках этого же



Рис. 6. Распределение эквиваленьных напряжений по линии пересечения оболочек: — от внутреннего давления (p); – – от осевой силы Р_м

При действии только внутреннего давления максимальные эквивалентные напряжения наблюдаются в главной плоскости ($\phi' = 0^\circ$). При этом меридиональные напряжения в основном являются изгибными, а окружные напряжения преимущественно мембранными. Для опасных точек наружной поверхности ($\phi' = 0^\circ$) имеет место напряженное состояние типа двухосного растяжения, для точек внутренней поверхности смешанное напряженное состояние, при котором наибольшие и наименьшие главные напряжения имеют разные знаки.

При действии только осевой силы *P_{xn}* (в данном случае растягивающей для отвода) максимальные эквивалентные напряжения в оболочках наблюдаются в поперечной плоскости ($\varphi' = 90^\circ$), причем очень высокий уровень контройника (8) при комбинированном нагружении (*p*+*P*₂₀) от величины параметра нагрузки.

Приведенные зависимости наглядно демонстрируют вклад дополнительных напряжений от осевой силы P_{xn} в общее напряженное состояние. Следует учитывать, что с увеличением значения параметра q_1 не только возрастают максимальные напряжения в оболочках тройника, но и получается более равномерное (по величине) распределение эквивалентных напряжений по линии пересечения оболочек, что в целом снижает несущую способность тройникового соединения. Область действия максимальных эквивалентных напряжений для соединения в целом смещается из главной плоскости ($\phi'=0$) в поперечную ($\phi'=90^\circ$). Вследствие отмеченных выше особенностей напря-



Рис. 7. Влияние параметра нагрузки на максимальные напряжения при комбинированном нагружении (p+P_{xn}): — эквивалентные напряжения; – – местные мембранные напряжения

женного состояния в оболочках при рассматриваемых нагрузках подобный эффект для местных мембранных напряжений проявляется при гораздо больших значениях параметра *q*₁.

5. Тройниковое соединение с отбортовкой

Тройниковые соединения трубопроводов чаще всего выполняются сварными. Проектирование и изготовление трубопроводных узлов, работающих под давлением, должны соответствовать стандартам и руководящим нормам. Сварной шов должен быть выполнен тщательно, с подваркой корня и с плавным переходом, сварные тройники подвергаются термообработке для снятия остаточных напряжений. Учитывая, что сварной шов тройника попадает в область повышенных напряжений, он обычно подвергается тщательному контролю.

При изготовлении тройниковых трубчатых

соединений весьма эффективным и высокопроизводительным является применение известной финской технологии – так называемой T-Drill технологии [8]: на одной установке в основной трубе высверливается (или фрезеруется) отверстие, делается отбортовка, отрезается на требуемой высоте, затем подводится труба-отвод и приваривается к отбортовке (рис. 8).

Как показывают проведенные экспериментальные исследования для моделей тройникового трубчатого соединения с отбортовкой при нагружении внутренним давлением [9], кроме технологических особенностей, такое соединение имеет важное преимущество по сравнению с традиционными сварными тройниками: сварной шов выводится из области наибольших напряжений.

Были проведены расчетные исследования тройниковых трубчатых соединений с отбортов-





кой, нагруженных внешними силами и моментами, а также при комбинированном нагружении. В расчете отбортовка моделировалась частью тодальной оболочки с отрицательной гауссовой кривизной. Анализ напряженного состояния таких соединений показывает, что наибольшие напряжения возникают в отбортовке – в середине или ближе к основной трубе, напряжения в отводе и сварном шве заметно меньше по величине. Меридиональные напряжения попрежнему являются преимущественно изгибными, для окружных напряжений преобладают мембранные составляющие (при действии внутреннего давления), либо изгибные и мембранные компоненты примерно одинаковы.

На рис. 9 приведены результаты для относительных максимальных эквивалентных и местных мембранных напряжений в тройнике с отбортовкой с основными геометрическими параметрами (8) при действии внутреннего давления и осевой силы P_{xn} на отвод (r_{τ} – радиус срединной поверхности отбортовки).

Относительные напряжения определялись по формулам (5) с использованием номинальных напряжений σ_{0p} и σ_{01} соответственно от внутреннего давления и осевой силы. Следует отметить, что с увеличением радиуса отбортовки r_{τ} эквивалентные напряжения в отбортовке уменьшаются, но мембранные напряжения практически такого же уровня, что и для соединений без отбортовки. При этом нужно иметь в виду, что при неизменном диаметре отвода *d* с увеличением радиуса отбортовки возрастает и диаметр выреза в основной трубе, что приводит к ее ослаблению.

Заключение

Анализ напряженного состояния трубопроводных тройниковых соединений при различных видах нагружения представляет важную практическую задачу при проектировании и эксплуатации трубопроводов различного назначения. Хотя основной нагрузкой является внутреннее давление, но дополнительные напряжения в оболочках соединения создаются вследствие действия внешних сил и моментов от присоединенных частей трубопровода. Вследствие сложности этой задачи ее решение возможно только с привлечением численных методов. Как показали расчетные исследования, полный анализ напряженного состояния соединения при комбинированном нагружении требует не только знания внешних сил и моментов, но и проведения достоверной оценки уровня суммарных напряжений (с учетом категорий напряжений) и параметрического анализа влияния различных геометрических параметров. Для этих целей необходимо применение апробированных вычислительных программ.



Список литературы

- Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.
- Нормы расчета на прочность трубопроводов тепловых сетей (РД 10-400-01). –СПб.: ДЕАН, 2002. – 80 с.
- Скопинский В.Н. Пересекающиеся оболочки – конструктивные объекты машиностроения // Машиностроение и инженерное образование. 2005. № 2. С. 31–45.
- Новожилов В.В. Теория тонких оболочек.
 2-е изд., испр. и доп. Л.: Судостроение, 1962. – 431 с.
- Gwaltney, R.C., et al. Experimental stress analysis of cylinder-to-cylinder shell models and comparisons with theoretical predictions // Transactions ASME. Journal of Pressure

Vessel Technology. 1976. Vol. 98. No. 4. P. 283-290.

- Moffat D.G. Experimental stress analysis of four fabricated equal diameter branch pipe intersections subjected to moment loadings, and the implications on branch junction design // Proc. Instn. Mech. Engrs. 1985. Vol. 199. Part A. P. 261–284.
- Kirkwood M.G., Carmichael G.D.T. and Moffat D.G. Finite element stress analysis of an equal diameter branch pipe intersection subjected to out-of-plane and twisting moments // Journal of Strain Analysis. 1986. Vol. 21. No. 1. P. 9–16.
- 8. htpp://www.t-drill.fi/
- Скопинский В.Н., Казачкин А.В. Расчетный и экспериментальный анализ тройниковых соединений с отбортовкой // Проблемы прочности. Киев. 1994. № 11. С. 69–75.