

УДК 539.3

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СОСУДА С ПАТРУБКОМ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ИЗГИБАЮЩИМ МОМЕНТОМ*

В. Н. Скопинский, Н. А. Берков, А. Д. Емельянова

В статье рассматриваются проблемы упругопластического расчета и определения предельной пластической нагрузки для сосуда с патрубком при действии изгибающего момента. Численный упругопластический анализ выполняется с использованием метода конечных элементов, теории оболочек и теории пластического течения. Проведено сравнение расчетных результатов с известными экспериментальными данными для опытной модели цилиндрического сосуда с радиальным патрубком, нагруженного моментом в поперечной плоскости соединения. Рассмотрены вопросы выбора деформационного параметра для определения предельного момента. Приводятся результаты параметрического упругопластического анализа радиальных соединений пересекающихся цилиндрических оболочек при действии на патрубок изгибающего момента.

Ключевые слова: сосуд давления, патрубок, пересекающиеся оболочки, упругопластический анализ, метод конечных элементов, предельный момент.

Введение

Сосуды давления и аппараты, имеющие в своей конструкции узлы с патрубками или штуцерами, широко применяются во многих отраслях машиностроения (химическом, нефтехимическом, энергетическом), а также и в смежных отраслях промышленности (газовой, нефтегазовой, нефтеперерабатывающей и др.). Такие конструктивные узлы являются для сосудов наиболее ответственными в прочностном отношении, так как при эксплуатации в зоне присоединения патрубка к сосуду возникают повышенные напряжения (часто такие узлы называют критическими). Основная рабочая нагрузка для сосудов с патрубками – внутреннее избыточное давление. Однако дополнительные напряжения, часто весьма значительные, имеют место вследствие действия внешних сил и моментов, чаще всего приложенных к патрубку со стороны сопряженных конструктивных эле-

ментов. Оценка прочности сосудов давления с патрубками от такой нагрузки обязательна при проектировочных расчетах и присутствует во всех современных зарубежных и российских стандартах и нормах прочности [1–5]. В зарубежных стандартах, усовершенствованных в последние годы, наряду с упругим расчетом предусмотрено и определение предельной нагрузки для таких узлов на основе нелинейного анализа, что позволяет более надежно оценивать допускаемые нагрузки. Однако в российских стандартах такие нормы пока отсутствуют.

Цель настоящей работы заключается в представлении прикладной методики упругопластического анализа сосуда с патрубком, нагруженного внешними силами или моментами. Эта методика разработана на основе применения метода конечных элементов (МКЭ), теории оболочек и теории пластического течения.

* Статья подготовлена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, проект 16.740.11.0134

Конечно-элементный анализ

Сосуды давления чаще всего имеют цилиндрический корпус, на котором расположен патрубок (штуцер, отвод) различного назначения. Сосуд и патрубок представляют собой цилиндрические оболочки, которые могут быть как тонкостенными, так и средней толщины. С расчетных позиций конструктивный узел сосуда с патрубком относится к типу пересекающихся оболочек [6]. В зоне сопряжения патрубка и сосуда вследствие резкого изменения геометрии составной оболочечной конструкции при различных видах нагружения возникает неоднородное напряженное состояние с высокой концентрацией напряжений, особенно при действии сил или изгибающих моментов на патрубок. Поэтому оценка напряжений и предельной нагрузки в этом случае является практически важной задачей.

Вследствие сложности анализа пересекающихся оболочек для их расчета применяют численные методы, чаще всего МКЭ – как наиболее развитый и эффективный метод численного анализа для решения различных задач механики, в том числе и нелинейных. Как известно, в МКЭ используется какая-либо вариационная формулировка задачи механики. Наиболее широко распространен МКЭ в варианте метода перемещений, использующего вариационную формулировку Лагранжа. Однако именно в задачах расчета оболочек, нагруженных поперечными силами или изгибающими моментами, метод перемещений требует для конечно-элементных моделей корректного учета перемещений как жесткого целого. Вследствие этого для улучшения сходимости метода необходимо применять либо элементы высокого порядка, либо достаточно подробную сетку из простых элементов, что приводит к повышению вычислительных затрат, особенно в нелинейном анализе.

В настоящей работе для упругопластического расчета пересекающихся оболочек развивается нелинейный конечно-элементный анализ с использованием модифицированной смешанной вариационной формулировки и четырехугольных оболочечных элементов [6]. Для решения задачи в физически нелинейной постановке используется теория пластического течения с изотропным упрочнением [7]. Общая формулировка такой задачи для расчета пересекающихся оболочек приведена в работе [8]. В данной же статье приводятся лишь основные соотношения для смешан-

ной модели элемента с независимой аппроксимацией компонент перемещений и деформаций.

В итерационной процедуре решения нелинейной задачи МКЭ с пошаговым нагружением для конечного элемента (e) уравнение равновесия записывается для бесконечно малых приращений векторов узловой нагрузки $d\mathbf{F}^e$ и перемещений $d\delta^e$:

$$\mathbf{K}_{ep}^e d\mathbf{F} = d\delta^e, \quad (1)$$

где $\mathbf{K}_{ep}^e$ – упругопластическая матрица жесткости элемента.

В смешанной модели элемента для векторов перемещений $\mathbf{f}$ и деформаций $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ используются независимые аппроксимации:

$$\mathbf{f} = \Phi \delta^e, \quad \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{P} \mathbf{a}, \quad (2)$$

где Φ – матрица функций перемещений элемента; δ^e – вектор узловых перемещений элемента; $\mathbf{P}$ – матрица аппроксимации деформаций; $\mathbf{a}$ – вектор параметров.

Упругопластическая матрица жесткости элемента имеет вид:

$$\mathbf{K}_{ep}^e = \mathbf{G}_p^T \mathbf{H}_p^{-1} \mathbf{G}_p; \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_p = \int_{V^e} \mathbf{P}^T \mathbf{D}_{ep} \mathbf{P} dV, \quad \mathbf{G}_p = \int_{V^e} \mathbf{P}^T \mathbf{D}_{ep} (\mathbf{B}\Phi) dV, \quad (4)$$

где $\mathbf{D}_{ep}$ – упругопластическая матрица [8]; $\mathbf{B}$ – матрица дифференциальных операторов в зависимостях для деформаций $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$, определяемых через перемещения $\mathbf{f}$.

Тогда связь между приращениями напряжений и деформаций записывается обычным образом:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{ep} d\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}_{ep} \mathbf{P} \mathbf{H}_p^{-1} \mathbf{G}_p d\delta^e. \quad (5)$$

Выполнив преобразования для левой части уравнения (1) с подстановкой соотношений (3)–(5), окончательно уравнение равновесия в приращениях для смешанной модели элемента примет вид

$$\int_{V^e} (\mathbf{B}\Phi)^T d\boldsymbol{\sigma} dV = d\mathbf{F}^e. \quad (6)$$

Таким образом, полученное уравнение (6) для смешанной модели формально ничем не отличается от соответствующего уравнения для совместной модели [8], но напряжения в элементе вычисляются через компоненты деформации независимой аппроксимации.

Для решения упругопластической задачи применяется итерационная процедура метода начальных напряжений, в которой на каждой итерации для полученного уровня деформаций корректируются напряжения, а невязка решения

$$\psi^e = dF^e - \int_{V^e} (\mathbf{B}\Phi)^T d\sigma dV \quad (7)$$

служит вектором нагрузки для следующей итерации.

Разработанные вычислительный алгоритм и прикладная методика реализованы в специализированной вычислительной программе SAIS.

Сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными

В статье [9] приведен аналитический обзор информационных источников по нелинейному анализу пересекающихся оболочек за последние 10 лет. Из него следует, во-первых, что по этой тематике сейчас ведутся активные исследования как теоретические, так и экспериментальные (в основном, за рубежом). Во-вторых, большое значение имеют экспериментальные исследования, но для соединений пересекающихся цилиндрических оболочек при упругопластическом деформировании опубликовано относительно мало результатов таких исследований, характеризующихся тщательностью их постановки и полнотой представленных данных.

Для апробации разработанных прикладной методики и вычислительной программы выполнен сравнительный анализ расчетных результатов и экспериментальных данных [10] для опытных моделей сосуда давления с радиальным патрубком при действии поперечной изгибающей нагрузки.

Одна из экспериментальных моделей имела следующие геометрические параметры цилиндрического сосуда и патрубка (рис. 1):

$$D_{\text{вн}} = 500 \text{ мм}, d = 80 \text{ мм}, H = 8 \text{ мм},$$

$$h = 3 \text{ мм}, L = 1000 \text{ мм}, l = 1000 \text{ мм},$$

где $D_{\text{вн}}$, H – внутренний диаметр и толщина стенки сосуда; d , h – средний диаметр и толщина стенки патрубка; L – длина сосуда; l – длина патрубка.

Модель консольно закреплена в одном торцевом сечении сосуда, нагрузка в виде поперечной силы P приложена к патрубку на расстоянии $l_p = 1070$ мм от поверхности сосуда в поперечной плоскости Oyz (см. рис. 1). Сосуд изготовлен из стали Q235-A, патрубок – из стали 20[#], механические свойства материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Механические свойства сталей

Материал	Предел прочности, σ_b , МПа	Предел текучести, σ_t , МПа	Относительное остаточное удлинение, δ_s , %	Модуль Юнга, E , ГПа
Q235-A	426	313	35,4	201
20 [#]	481	302	30,9	212

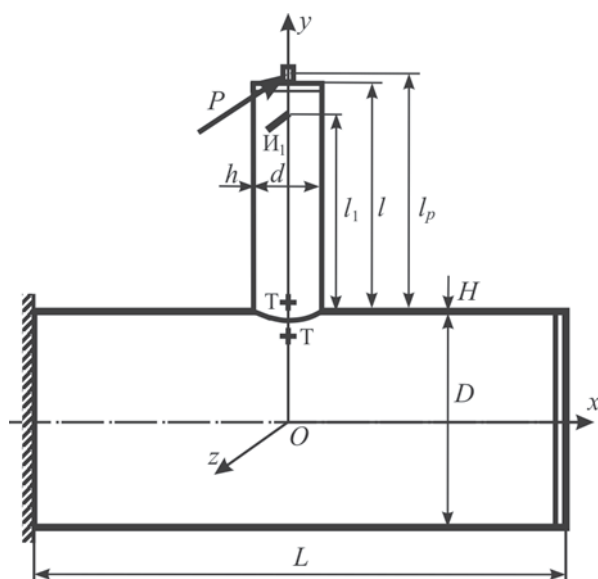


Рис. 1. Схематическое изображение экспериментальной модели: I_1 – индикатор перемещений (№1); T – розетка тензодатчиков

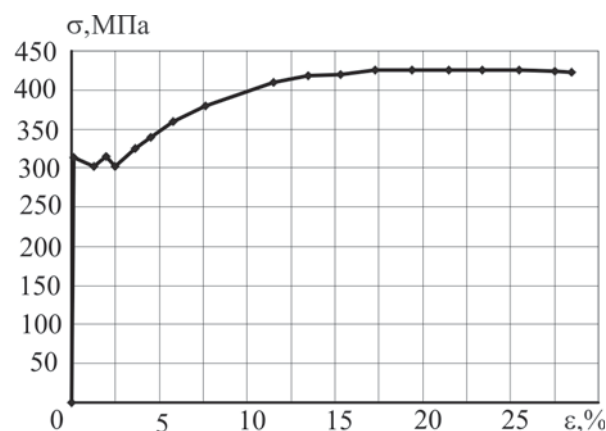


Рис. 2. Диаграмма условных напряжений стали Q235-A

Используемые стали являются весьма пластичными материалами, диаграмма условных напряжений $\sigma - \varepsilon$ стали Q235-A представлена на рис. 2 [10].

При экспериментальном исследовании измерялись радиальные перемещения в четырех точках по длине патрубка с использованием чувствительных индикаторов, а линейные деформации – по методу электротензометрирования. Для измерения деформаций использовались двухэлементные розетки тензодатчиков больших деформаций (до 15%), установленные в поперечной плоскости модели в продольном (на наружной поверхности патрубка) и окружном (на наружной и внутренней поверхностях сосуда) направлениях.

В работе [10] приведены нелинейные зависимости вида $M(\delta_i)$ и $M(\varepsilon)$, где $M = Pl_p$ – изгибающий момент в поперечной плоскости Oyz , δ_i – радиальное перемещение (в направлении оси y), определяемое i -м индикатором, ε – наибольшая деформация (определяется для тензодатчиков, ближайших к области пересечения оболочек, см. рис. 1).

Рассматриваемая экспериментальная модель представляет собой радиальное соединение пересекающихся оболочек [6]. Для соединения можно выделить главную плоскость (продольную плоскость Oxu , см. рис. 1), проходящую через оси обеих оболочек, и поперечную плоскость (Oyz), проходящую через ось патрубка и перпендикулярно главной плоскости. С учетом симметрии соединения относительно главной плоскости упругопластический расчет по про-

грамме SAIS выполнялся для половины соединения. Реальная модель имела сварной шов в месте присоединения патрубка к сосуду (размеры шва указаны в работе [10]). Сварной шов моделировался в расчете элементами оболочки переменной толщины. В расчетном анализе применялась диаграмма истинных напряжений $\sigma_{ii} - \varepsilon_{ii}$, которая получалась из диаграммы условных напряжений $\sigma - \varepsilon$, используя формулы $\sigma_{ii} = \sigma(1 + \varepsilon)$, $\varepsilon_{ii} = \ln(1 + \varepsilon)$ [7]. При этом реальная диаграмма истинных напряжений представлялась в виде полигональной аппроксимации по 15 точкам [10].

Сравнение расчетных и экспериментальных кривых $M(\delta_i)$ для индикатора № 1, установленного на расстоянии $l_1 = 865$ мм (см. рис. 1), и $M(\varepsilon)$ для тензодатчиков на наружной поверхности патрубка и сосуда (на расстоянии 5 мм от сварного шва) показано на рис. 3 и рис. 4, соответственно. Кроме того, для сравнения на рис. 3 приведена и расчетная кривая, полученная авторами статьи [10] по МКЭ с применением из-

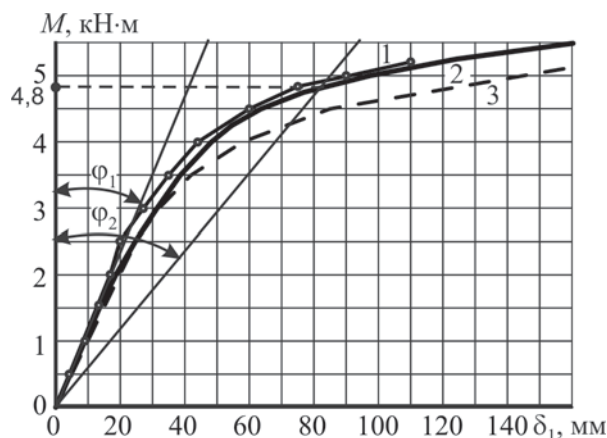


Рис. 3. Кривые «момент–линейное перемещение» для экспериментальной модели:
1 – экспериментальная кривая;
2 – расчетная кривая (SAIS);
3 – расчетная кривая (ANSYS)

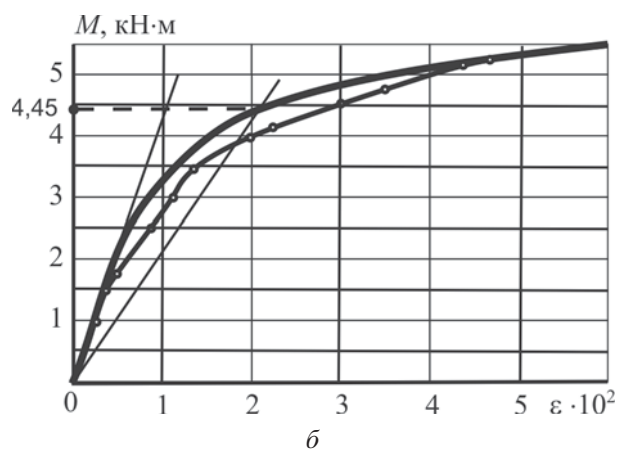
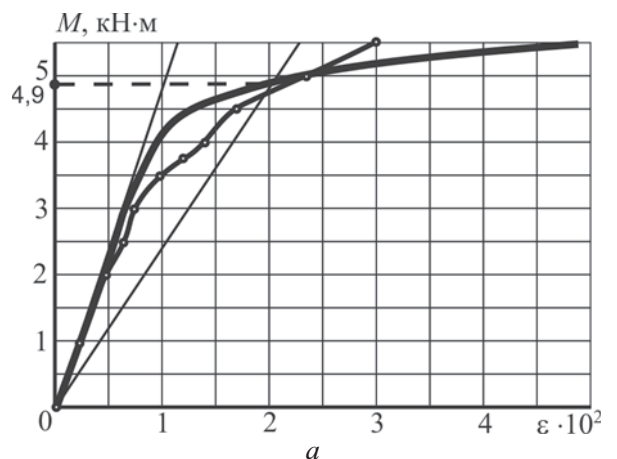


Рис. 4. Кривые «момент–деформация» для экспериментальной модели:
а – патрубок; б – сосуд;
○ — эксперимент; — расчет

вестной программы ANSYS: расчет проводился с использованием трехмерных восьмиузловых элементов с учетом как физической нелинейности, так и больших перемещений.

В целом, расчетные и экспериментальные результаты достаточно хорошо согласуются, что подтверждает адекватность двухмерного упругопластического моделирования соединения пересекающихся цилиндрических оболочек. В то же время следует отметить, что вычислительные затраты на решение задачи по программе SAIS существенно ниже, чем при трехмерном моделировании.

Конечной целью нелинейного анализа сосуда с патрубком было определение предельного пластического момента $M_{пр}$. Критический анализ различных способов и критериев для определения предельной нагрузки приведен в работе [11], а также в обзорной статье [9]. Для рассматриваемых моделей предельный момент находился по способу двойного упругого наклона, используя кривые $M - \delta_1$ и $M - \varepsilon$. Значение $M_{пр}$ определяется как ордината точки пересечения кривой и прямой, проведенной под углом φ_2 при условии $\operatorname{tg} \varphi_2 = 2 \operatorname{tg} \varphi_1$, где φ_1 – угол между осью нагрузки и прямой начального линейного участка кривой (см. рис. 3, 4). Полученные значения $M_{пр}$ при расчете по SAIS – 4,8 кН·м (см. рис. 3), 4,9 и 4,45 кН·м (см. рис. 4) – находятся в хорошем соответствии со значениями на основе экспериментальных кривых [10]: для кривой $M - \delta_1$ – $M_{пр}^{\text{эксп}} = 4,83$ кН·м, для кривой $M - \varepsilon$ приведены четыре значения $M_{пр}^{\text{эксп}}$ с учетом дублирующих розеток тензодатчиков) – 4,75 и 4,91 кН·м для патрубка и 5,02 и 4,12 кН·м – для сосуда.

Следует сделать некоторые замечания относительно выбора деформационного параметра для определения предельной нагрузки, так как это важный вопрос [9, 11]. Для рассматриваемого нагружения больше подходит использование кривой $M - \delta$, чем $M - \varepsilon$, так как деформационный параметр в виде перемещения, определяемого вне зоны пластического деформирования, в определенной степени интегрально характеризует механизм развития пластических дефор-

маций в соединении в целом; поэтому кривая $M - \delta$ – монотонно и плавно изменяющаяся. В то же время линейная деформация ε , определяемая в зоне пластического деформирования оболочки и представляющая собой локальный деформационный параметр для кривой $M - \varepsilon$, интенсивно изменяется при возрастании нагрузки. Поэтому для отдельных точек оболочек кривая $M - \varepsilon$ не является монотонной, что затрудняет определение предельной нагрузки. Как следствие, это видно из приведенных результатов и работы [10], имеется заметный разброс значений предельной нагрузки при использовании кривой $M - \varepsilon$.

Параметрический анализ

Напряженно-деформированное состояние в радиальных соединениях пересекающихся цилиндрических оболочках зависит от комплекса относительных геометрических параметров:

$$d/D, h/H, D/H, \quad (7)$$

где d , D – диаметры срединных поверхностей патрубка и основной оболочки.

При упругопластическом анализе кроме параметров (7) на величину предельной нагрузки оказывают влияние свойства материала, в том числе и такая интегральная характеристика, как диаграмма деформирования «напряжение–деформация». Поскольку не всегда имеется такая диаграмма для материала, в расчетной практике обычно используют схематизированные диаграммы [7], что вносит дополнительные погрешности в расчетные результаты.

С использованием программы SAIS проведен параметрический анализ радиальных соединений пересекающихся цилиндрических оболочек для исследования влияния параметра d/D на величину предельного пластического момента. Рассматривается радиальное соединение с двумя плоскостями симметрии и при действии изгибающего момента на патрубок в поперечной плоскости (рис. 5). Принято, что материал оболочки – сталь 20, механические свойства и диаграмма условных напряжений которой получены при испытании стандартных образцов в лаборатории сопротивления материалов ГОУ МГИУ:

Таблица 2

Значения точек реальной диаграммы условных напряжений стали 20

σ , МПа	0	309,0	309,1	309,4	371,8	405,3	427,0	441,4	450,6	456,5	459,6	465,0
$\varepsilon \cdot 10^2$	0	0,147	1,13	2,11	3,89	5,76	7,66	9,59	11,53	13,48	15,44	17,38

$\sigma_b = 465$ МПа, $\sigma_t = 309$ МПа, $\delta_{10} = 28,7\%$, $E = 210$ ГПа. В расчете применена полигональная аппроксимация реальной диаграммы условных напряжений, значения выбранных точек (для части диаграммы до точки пластической неустойчивости) даны в табл. 2; истинные напряжения и деформации определялись по вышеприведенным формулам.

В расчете варьировалось значение параметра отношения диаметров в пределах $0,1 \leq d/D \leq 0,7$, что характерно для применяющихся в промышленности сосудов давления с патрубками. Для расчетных моделей использовались такие параметры: $D/H=100$; $h/H=0,5, 1$; $l/d=5$; $L/D=2$.

Как отмечается в работе [11], выбор пары «нагрузка–деформационный параметр» для построения кривой, характеризующей упругопластическое поведение конструкции, определяется следующим условием: произведение параметра нагрузки и деформационного параметра должно представлять работу. В связи с этим в данном случае целесообразно использовать зависимость $M(\theta)$, где θ – угол поворота торцевого сечения патрубка. При проведении параметрического анализа для каждой расчетной модели с конкретным значением параметра d/D строилась кривая $M-\theta$, на которой по способу двойного упругого наклона определялось значение $M_{пр}$ (рис. 6).

Влияние параметра d/D оценивалось для величины относительного предельного пластического момента $\bar{M}_{пр} = M_{пр}/M_t$, где $M_t = \sigma_t \cdot W$, $W = \frac{\pi d_n^3}{32} (1 - c^4)$, $c = (d - h)/(d + h)$. На характер

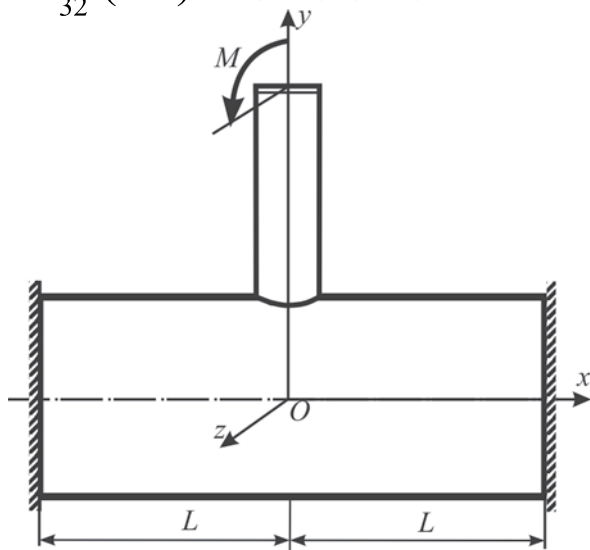


Рис. 5. Схема нагружения радиального соединения

полученной зависимости $\bar{M}_{пр}(d/D)$ (рис. 7), связанной с увеличением диаметра патрубка, влияют различные факторы: возрастание предельного момента $M_{пр}$; снижение интенсивности возрастания $M_{пр}$ с увеличением выреза основной оболочки, т. е. ее ослабления; увеличение момента текучести M_t (примерно пропорционально d^2), соответствующего достижению максимальных напряжений предела текучести в консольной балке-прототипе.

Заключение

Упругопластический анализ пересекающихся оболочек – актуальная прикладная задача механики, имеющая важное практическое значение для многих технических областей. Рассмотренная прикладная методика и вычислительная программа SAIS являются эффективными инструментами для проведения параметрического анализа соединений пересекающихся оболочек при их упругопластическом деформировании и определения предельной нагрузки различно-

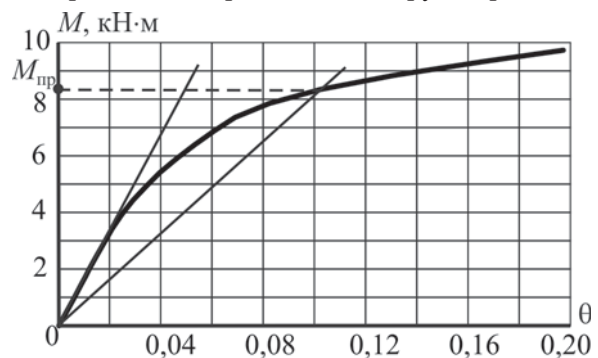


Рис. 6. Определение предельного момента $M_{пр}$ для соединения $d/D=0,1$

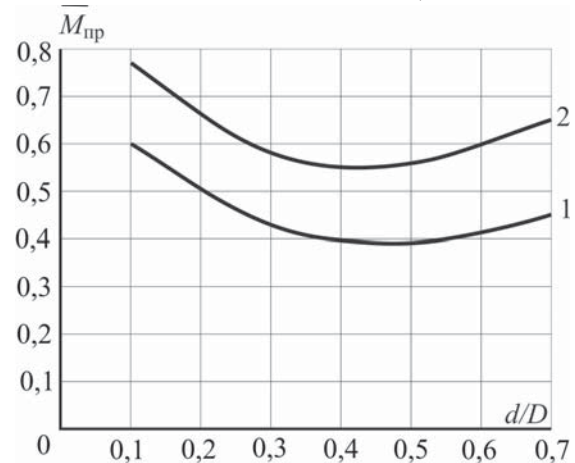


Рис. 7. Зависимость относительного предельного момента от параметра отношения диаметров пересекающихся оболочек:
1 – $h/H=1$; 2 – $h/H=0,5$

го типа (внутреннее давление, внешние силы и моменты). Несомненно, требуется развитие этих исследований в различных направлениях, в частности важной является задача оценки предельной нагрузки для пересекающихся оболочек при действии нескольких нагрузок (комбинированном нагружении).

Список литературы

1. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code. Sections II and VIII. – New York, 2004.
2. BSI. PD 5500:2006 Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels. – London: British standards Institution, 2006.
3. EN 13445. Unfired Pressure Vessels. Part 3: Design. European Committee for Standardisation (CEN), 2002.
4. ГОСТ Р 52857.3–2007 «Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Укрепление отверстий в обечайках и днищах при внутреннем и внешнем давлениях».
5. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86) / Госатомэнергонадзор. – М.: Энергоиздат, 1989. – 525 с.
6. Скопинский В. Н. Напряжения в пересекающихся оболочках. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
8. Берков Н. А., Скопинский В. Н. Упругопластическое деформирование пересекающихся цилиндрических оболочек // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 4. С. 44–51.
9. Скопинский В. Н. К проблеме определения предельной пластической нагрузки для пересекающихся оболочек // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 6. С. 18–21.
10. Sang Z. F., Wang Z. L., Xue L. P., Widera G. E. O. Plastic limit loads of nozzles in cylindrical vessels under out-of-plane moment loading // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2005. Vol. 82. No. 8. P. 638–648.
11. Gerdeen J.C. A critical evaluation of plastic behavior data and a unified definition of plastic loads for pressure components // WRC Bulletin. 1979. No. 254. P. 1–64.

Материал поступил в редакцию 04.10.2010

СКОПИНСКИЙ Вадим Николаевич

E-mail: skopin-j@mail.msiu.ru
Тел. +7 495-620-39-89,

Профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой сопротивления материалов ГОУ МГИУ. Специалист в области механики тонкостенных оболочек, численных методов анализа. Автор монографии и более 120 научных трудов.

БЕРКОВ Николай Андреевич

E-mail: berkov@mail.ru
Тел. +7 495-620-39-28

Кандидат технических наук, доцент кафедры общей и прикладной математики ГОУ МГИУ. Область научных интересов – теория упругости и теория оболочек, численные методы анализа. Автор 25 научных трудов.

ЕМЕЛЬЯНОВА Анастасия Дмитриевна

E-mail: emelyanova@yandex.ru
Тел. +7-495-620-39-89

Аспирантка ГОУ МГИУ. Область научных интересов – нелинейный анализ оболочек. Автор двух публикаций.