

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМОЙ

М.В. Котельников



**КОТЕЛЬНИКОВ
Михаил
Вадимович**

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной физики Московского авиационного института. Специалист в области вычислительной физики, механики и электродинамики пристеночной плазмы. Автор более 40 научных публикаций, в том числе 3 монографий и 1 патента, а также 3 учебных пособий.

Введение

Бесстолкновительная плазма является внешней средой для космических летательных аппаратов (КЛА). В случае бесстолкновительной плазмы число Кнудсена, равное отношению средней длины свободного пробега компонента плазмы к размеру КЛА, много больше единицы. Тело, помещенное в разреженную плазму, приобретает «плавающий потенциал», который оказывается отрицательным относительно потенциала пространства. Около КЛА формируется слой объемного заряда и, как следствие, возникает квазинейтральная возмущенная зона.

Скорость, с которой движется КЛА, приводит к зависимости параметров возмущенной зоны не только от значения радиальной, но и от угловой координаты. Говорят о лобовой, боковой и теневой частях возмущенной зоны, причем, последняя имеет форму удлиненного «следа».

Исследование возмущенной зоны вблизи КЛА возможно в физических экспериментах, например, с помощью выносных и пристеночных зондов [1, 2], однако это требует выполнения специальных достаточно дорогостоящих программ. Поэтому целесообразно предварительно получить необходимую информацию методами математического моделирования.

Физическая, математическая и численная модели задачи

В общем случае задача обтекания КЛА бесстолкновительной плазмой является шестимерной в фазовом пространстве. Для численного анализа рассматриваемой задачи была принята модель тела цилиндрической формы в предположении, что длина цилиндра много больше его радиуса. При этом задача сводится к четырехмерной, оставаясь достаточно общей, поскольку такое тело можно рассматривать как самостоятельный КЛА цилиндрической формы или элемент его конструкции.

Исходными данными задачи являются радиус цилиндра r_p и его потенциал φ_p . Цилиндр

расположен в движущемся со скоростью V_∞ поперечном потоке бесстолкновительной плазмы. Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси цилиндра (рис. 1).

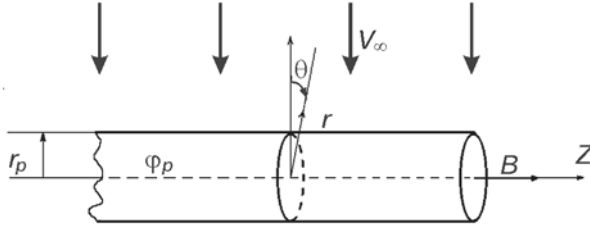


Рис. 1. Расположение тела в потоке бесстолкновительной плазмы

Математическая модель задачи включает в себя уравнение Власова для функций распределения заряженных компонент и уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля. В качестве фазовых переменных удобно выбрать радиальную координату r , угловую координату θ (рис. 1) и составляющие скорости V_r и V_θ . В указанных координатах система уравнений, отражающая математическую модель задачи, имеет вид [3]:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + V_r \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \theta} + \left(\frac{V_\theta^2}{r} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} E_r + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} B V_\theta \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial V_r} + \left(\frac{q_\alpha}{m_\alpha} E_\theta - \frac{V_r V_\theta}{r} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} B V_r \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial V_\theta} = 0; \quad \alpha = i, e; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_\alpha n_\alpha; \quad E = -\nabla \phi. \quad (2)$$

Здесь t – время, E и ϕ – напряженность и потенциал электрического поля, E_r и E_θ – радиальная и азимутальная составляющие напряженности B – величина индукции магнитного поля, f_α , q_α , m_α , n_α – функция распределения, заряд, масса и концентрация заряженных частиц. Индекс « i » относится к ионам, « e » – к электронам.

Концентрация n_α , плотность тока частиц у поверхности цилиндра j_α и интегральный ток на цилиндр единичной длины I_α запишутся следующим образом:

$$n_\alpha(r, \theta, t) = \left(\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \iint_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(r, \theta, V_r, V_\theta, t) dV_r dV_\theta; \quad (3)$$

$$j_\alpha(t, \theta) = \left(\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} q_\alpha \iint_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(r_p, \theta, V_r, V_\theta, t) V_r dV_r dV_\theta; \quad (4)$$

$$I_\alpha(t) = r_p \int_0^{2\pi} j_\alpha(t, \theta) d\theta. \quad (5)$$

Здесь T_α – температура заряженных частиц, k – постоянная Больцмана.

В качестве начального условия для уравнения Власова будем рассматривать максвелловскую функцию распределения:

$$f_\alpha(0, r, \theta, V_r, V_\theta) = (n_\infty/\pi)(m_\alpha/(2kT_\alpha))^{3/2} \exp[-m_\alpha\{(V_r + V_\infty \cos\theta)^2 + (V_\theta - V_\infty \sin\theta)^2\}/(2kT_\alpha)], \quad (6)$$

где n_∞ – концентрация заряженных частиц в невозмущенной плазме.

Граничные условия для потенциала записываются в виде:

$$\phi|_{r=r_p} = \phi_p(t); \quad \phi|_{r=\infty} = 0.$$

Функции распределения на внешней границе совпадают с функциями (6), а для тела ставится условие идеальной каталитичности, т.е. отсутствия потока заряженных частиц со стороны тела в плазму.

Уравнения (1–7) приводились к безразмерному виду с помощью следующей системы масштабов:

$$M_L = r_D = (\varepsilon_0 k T_{i\infty} / n_\infty e^2)^{1/2} \text{ – масштаб длины;}$$

$$M_\phi = k T_i / |q_e| \text{ – масштаб потенциала;}$$

$$M_{V_\alpha} = (2kT_\alpha/m_\alpha)^{1/2}, \quad \alpha = i, e \text{ – масштаб скорости;}$$

$$M_E = M_\phi / M_L \text{ – масштаб напряженности электрического поля;}$$

$$M_B = 2M_E / M_{V_i} \text{ – масштаб индукции магнитного поля;}$$

$$M_n = n_\infty \text{ – концентрации.}$$

Здесь r_D – радиус Дебая, ε_0 – электрическая постоянная. Остальные масштабы получаются по формулам размерностей. В соответствии с этим введены безразмерные параметры:

$$r_0 = r_p / M_L; \quad \phi_0 = \phi_p / M_\phi; \quad V_0 = V_\infty / M_{V_i}; \quad B_0 = B / M_B.$$

Вычислительная модель задачи основана на методе установления, когда на тело подается импульс потенциала с достаточно крутым фронтом нарастания и моделируется переходный процесс от начального к конечному стационарному состоянию [3, 4]. Для решения уравнения Власова используется алгоритм метода крупных частиц или метод характеристик, а

уравнение Пуассона решается с использованием спектральных методов. С целью сокращения необходимых ресурсов ЭВМ проводилась оптимизация вычислительного алгоритма. По результатам методических расчетов размер расчетной области не превышал размера возмущенной зоны. Безразмерный шаг по времени не превышал $\Delta \bar{t} = 0,2$ (как правило, установление наступает на интервале безразмерного времени $\bar{t} = 5$). Число узлов расчетной сетки в задаче с цилиндром в большинстве расчетов составляло $N_r \cdot N_\theta \cdot N_V \cdot N_{V_0} = 20 \times 50 \times 30 \times 30$.

В процессе отладки вычислительного алгоритма величины V_∞ и B вначале полагались равными нулю, что позволяло сравнить результаты расчетов с имеющимися данными для покоящейся плазмы, полученными Лафрамбуазом и представленные в монографии [1], и В.А. Котельниковым [2]. Затем отдельно вводилось либо магнитное поле, либо направленная скорость и только на третьем этапе задача решалась в общем виде. Такой подход позволил выявить влияние каждого фактора в отдельности и дать физическую интерпретацию полученным результатам. Разработанный и введенный в программу графический блок дает возможность на каждом временном этапе следить за ходом решения, выявлять колебательные процессы, немоноктонности в ходе кривых, отличия от прогнозируемого хода решения, что позволило существенно упростить физический анализ результатов математического моделирования. На экран монитора выводились трехмерные функции распределения, поля скоростей, концентраций и потенциалов, плотности токов, интегральные токи и другая информация.

Результаты математического моделирования

На рис. 2–6 представлены некоторые результаты математического моделирования с учетом условий полета реального КЛА по орбите на расстоянии 500 км от поверхности Земли.

Первая космическая скорость для спутника на высоте 500 км $V_\infty = 7,5 \cdot 10^3$ м/с; масштаб скорости для условий на этой высоте – $M_{V_i} = (2kT_i/m_i)^{1/2} = 1285$ м/с. Следовательно, соответствующая безразмерная скорость

$V_0 = V_\infty/M_{V_i} = 5,8$. Остальные безразмерные параметры расчета имели следующие значения: $T_e/T_i = 1,6$ ($T_i = 1600$ К, $T_e = 2600$ К); $m_i/m_e = 30000$ (для атомарного кислорода). Значение потенциала плавающего тела подбиралось из методических расчетов и составило $\phi_p = -6(kT_i/e) = -0,7$ В. При этом учет магнитного поля Земли ($B \approx 10^{-5}$ Тл) ввиду его относительной малости не вносил каких-либо ощутимых изменений в получаемые результаты.

На рис. 2, а приведен фрагмент поля скоростей для цилиндрического тела радиусом $r_p = 30r_D$. Для условий на орбите высотой 500 км $r_D = 0,276$ см, следовательно, радиус цилиндра $r_p = 8,3$ см, что соответствует размерам либо самостоятельного микроспутника, либо части конструкции большого спутника. На рис. 2, б приведено поле скоростей цилиндрического тела радиусом $r_p = 3r_D = 0,83$ см, что соответствует размеру антенны на борту реально существующего КЛА.

В теневой области цилиндра сходятся два потока, обтекающие его с боков. В результате позади цилиндра образуется хорошо заметный в поле скоростей «след» (см. рис 2, б). Заметно, что ионы входят в «след» благодаря притягивающему потенциалу тела, но практически не попадают на тело вследствие влияния направленной скорости.

На рис. 3 а,б приведены поля напряженностей самосогласованного электрического поля. Видно появление азимутальной составляющей напряженности в задних боковых областях пристеночной зоны, что является следствием направленной скорости плазмы.

На рис. 4 приведены профили концентраций в «следе» цилиндрической модели КЛА при тех же условиях. Расчет продолжался до момента достижения следом границы расчетной области, что составило примерно две единицы безразмерного времени. При этом видимый на графиках «след» на момент снятия результата еще находился в процессе формирования, что для ионов является следствием направленной скорости плазмы. На электроны фактор направленной скорости оказывает незначительное влияние, однако на рис. 4, 5 наблюдается ярко

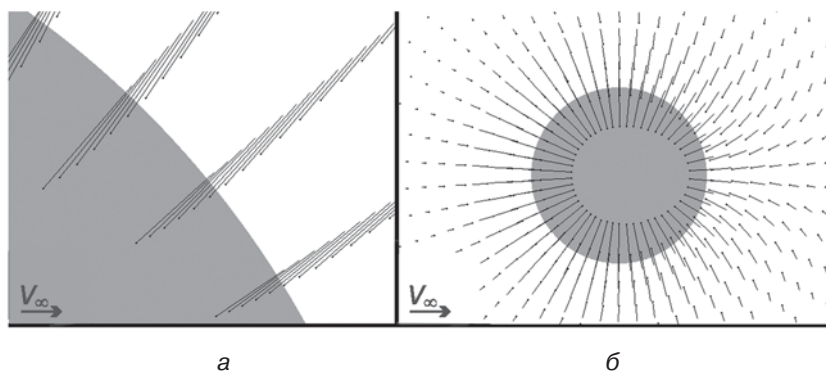


Рис. 2. Поле скоростей ионов при $\varphi_0 = -6$; $V_0 = 5,8$; $T_e/T_i = 1,6$:
а – $r_0 = 30$; б – $r_0 = 3$

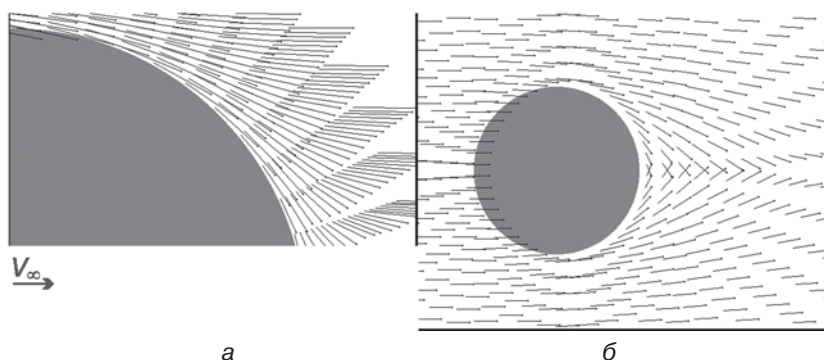


Рис. 3. Линии напряженности самосогласованного электрического поля
при $\varphi_0 = -6$; $V_0 = 5,8$; $T_e/T_i = 1,6$: а – $r_0 = 30$; б – $r_0 = 3$

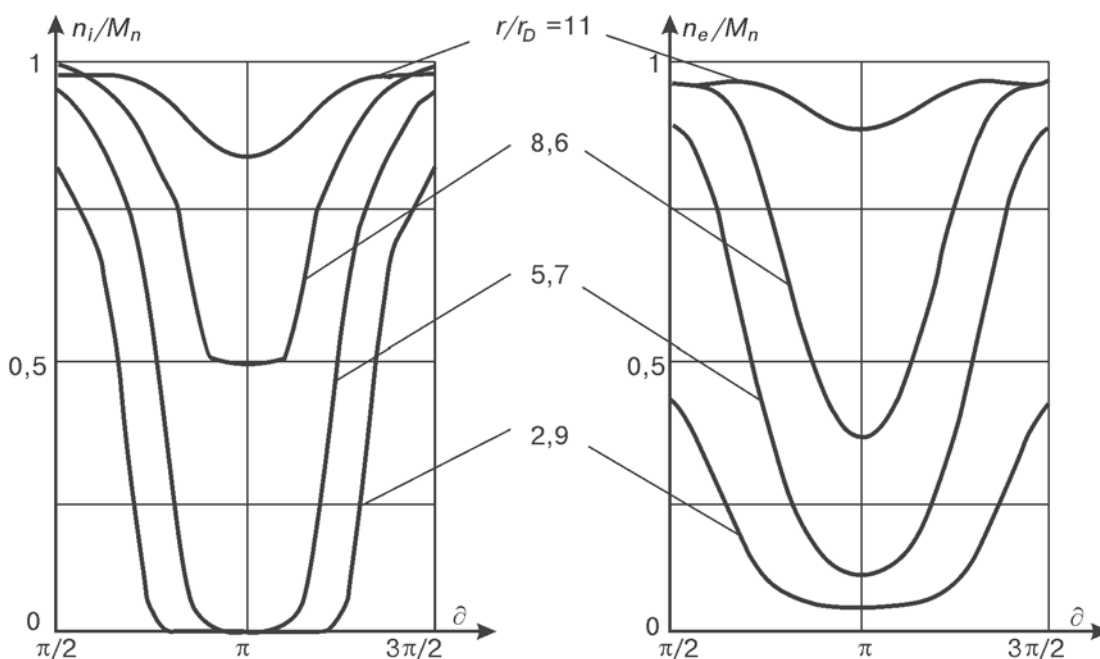


Рис. 4. Профили концентраций в следе цилиндрического КЛА
при $r_0 = 30$; $\varphi_0 = -6$; $V_0 = 5,8$; $T_e/T_i = 1,6$; $t/M_t = 2$

выраженный электронный след, причиной возникновения которого является самосогласованное электрическое поле. Электроны заполняют ионный след, где возникает объемный отрицательный заряд, в результате чего поле КЛА

меньше экранируется и глубже проникает в плазму в области следа. Это приводит к падению концентрации электронов в следе, хотя она все равно остается несколько выше, чем у ионов. С ростом радиуса цилиндра конфигу-

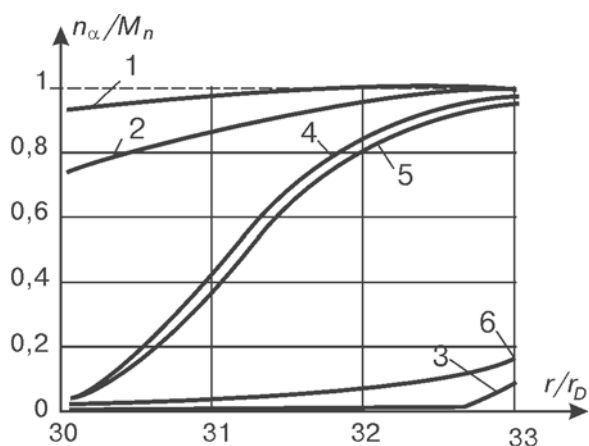


Рис. 5. Распределение концентраций ионов и электронов по радиусу
при $r_0 = 30$, $\varphi_0 = -6$; $V_0 = 5,8$; $T_e/T_i = 1,6$:
1 – $\theta = 0$; 2 – $\pi/2$; 3 – π , ионы;
4 – $\theta = 0$; 5 – $\pi/2$; 6 – π , электроны

рация следа становится менее вытянутой. Это связано с тем, что, двигаясь мимо боковой поверхности тела с большим радиусом кривизны, ионы больше времени находятся под воздействием притягивающего поля цилиндра и их траектории движения в большей степени отклоняются от своего первоначального направления.

На рис. 5 показаны зависимости концентраций ионов и электронов по радиусу в лобовой, боковой и теневой областях модели КЛА цилиндрической формы радиусом $r_0 = 30$. Если в лобовой и боковой областях эти функции близки, то в теневой области отчетливо наблюдается удлинённый «след» за телом. Структура «следа» оказывается достаточно сложной, в частности в распределении объёмного заряда может меняться его знак.

На рис. 6 приведены распределения плотностей тока ионов и электронов по обводу цилиндра. Если в покоящейся плазме плотность ее компонент постоянна по обводу цилиндра, то в движущейся плазме в лобовой области плотность тока ионов максимальна, а в теневой она на несколько порядков меньше (в масштабах рис. 5 она выглядит равной нулю). Плотность тока электронов значительно меньше зависит от угловой координаты. Это объясняется тем, что скорость теплового движения электронов много больше скорости КЛА относительно

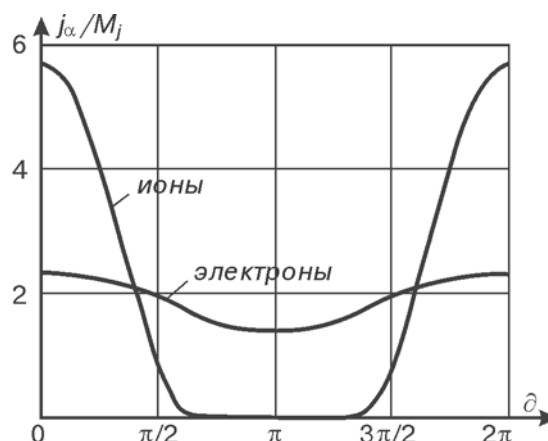


Рис. 6. Распределение плотности тока ионов и электронов по обводу тела
при $r_0 = 30$; $\varphi_0 = -6$; $V_0 = 5,8$; $T_e/T_i = 1,6$

но плазмы. При этом, в соответствии с определением потенциала плавающего тела, площади под графиками плотности тока ионов и электронов равны.

Заключение

Полученные распределения параметров в возмущенной зоне вблизи КЛА актуальны при проведении физических экспериментов, при учете его взаимодействия с другими телами, при расчете процессов переноса заряда, массы, импульса и энергии из окружающего пространства на поверхности КЛА и в других задачах.

Список литературы

1. Чан П., Телбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. (Теория и применение). – М.: Мир, 1978. – 202 с.
2. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 240 с.
3. Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. – М.: Наука, 2004. – 422 с.
4. Котельников В.А., Гурина Т.А., Демков В.П., Попов Г.А. Математическое моделирование электродинамики летательного аппарата в разреженной плазме. – М.: Изд-во Нац. акад. прикл. наук РФ, 1999. – 255 с.