

УДК 620. 178. 3

ВЛИЯНИЕ УРОВНЯ ВЫБРОСОВ В СЛУЧАЙНОМ ПРОЦЕССЕ НАГРУЖЕНИЯ НА НАКОПЛЕНИЕ УСТАЛОСТНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ В МАТЕРИАЛЕ КОНСТРУКЦИЙ

О.Ф. Трофимов

Приведены результаты испытаний при случайных режимах изменения напряжений для нескольких распространенных материалов как при наличии концентраторов напряжений, так и без них. Исследовано влияние редко встречающихся выбросов напряжений на накопление усталостных повреждений при воздействии случайного процесса. Установлено существенное влияние на процесс накопления повреждений выбросов напряжений, встречающихся в процессе с вероятностью до $p = 10^{-5}$. Рассмотрена возможность оценки этого влияния имеющимся расчетным методом. Даны рекомендации по применению полученных результатов.

Ключевые слова: усталостное повреждение, кривая усталости, долговечность конструкции, стационарный случайный процесс, уровень выбросов в стационарном процессе.

Введение

Случайный характер процесса нагружения элементов конструкции отмечается у большинства транспортных машин: автомобилей, самолетов, гусеничных машин и даже у кораблей [1, 2, 3]. Надежность этих объектов зависит, в частности, и от накопления усталостного повреждения, вызванного случайным характером переменных напряжений в условиях эксплуатации. Одним из способов описания таких эксплуатационных процессов нагружения является представление их в форме комбинации случайных процессов, в основе которых лежат характеристики закона Гаусса [4]. При любом способе описания случайного процесса для изменения напряжений и расчета долговечности вновь разрабатываемой конструкции или прогнозирования ее эксплуатационного ресурса по результатам стендовых испытаний в качестве параметра используется накопление усталостных повреждений [5].

Известно, что накопление усталостных повреждений зависит от сочетания амплитуд напряжений различного уровня в процессе нагружения. При случайном процессе, имеющим нормальное распределение (по Гауссу), эта проблема сводится к оценке влияния на накопление повреждений редко встречающихся амплитуд высокого уровня. Выяснение этого вопроса позволит объективно выбирать длину реализации случайного процесса, достаточную для уверенности, что в ней присутствуют все выбросы, которые еще оказывают влияние на накопление усталостного повреждения конструкции. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

Постановка задачи

В случайном процессе, который имеет нормальное распределение по закону Гаусса, количество превышений уровня напряжений x подчиняется закону

$$n_x = n_0 \cdot e^{-\frac{x^2}{2S_x^2}}, \quad (1)$$

где n_x, n_0 – количество превышений уровня x и количество прохождений процессом нулевого уровня в единицу времени; S_x – среднее квадратичное отклонение процесса (СКО).

Относительное количество в процессе циклов с амплитудами напряжений, превышающими уровень x , может быть получено из выражения (1) в виде:

$$\frac{n_x}{n_0} = e^{-\frac{x^2}{2S_x^2}}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что наличие в процессе количества циклов амплитуд требуемого уровня $x_{\max}$ зависит от заданного отношения максимального уровня напряжений в случайном процессе к его СКО (пиковый фактор) [6]:

$$P_f = \frac{x_{\max}}{S_x}.$$

Так, например, если принять часто используемую в статистике норму нахождения случайной величины в пределах отклонения равного трем СКО, то это будет соответствовать $P_f = 3$, следовательно, $x/S_x = 3$, а

$$\frac{n_x}{n_0} = e^{-4.5} = 0,0111 = 1,11 \cdot 10^{-2}.$$

В таком процессе амплитуда данного уровня может появляться примерно один раз на каждые 100 циклов процесса нагружения. Для появления более высоких значений амплитуд в процессе длину его реализации придется увеличить. Например, если реализация случайного процесса будет увеличена до 10^6 циклов, то следует ожидать появления амплитуды, в 5,2 раза превышающую СКО.

Таким образом, управляя длиной реализации случайного процесса, можно вводить в него всё более высокие уровни выбросов напряжений малой вероятности появления. На этом принципе был построен эксперимент по оценке влияния на накопление повреждений, наличия редко встречающихся выбросов в случайном процессе нагружения.

Методика проведения эксперимента

Для сравнительных испытаний был выбран стационарный случайный процесс с нормальным распределением. Испытания проводились в лаборатории прочности АМО ЗИЛ на испытательной машине РСQ фирмы Шенк (ФРГ),

представляющей собой следящую сервогидравлическую систему, воспроизводящую без искажения электрический сигнал в виде силового воздействия в широком диапазоне частот. Для испытаний был выбран случайный узкополосный процесс с частотой $f = 20$ Гц, формируемый генератором случайных процессов машины при помощи узкополосных фильтров, потому что влияние широкополосности случайного процесса на усталостное повреждение исследовалось ранее и легко корректируется при помощи показателя широкополосности процесса ε [7]. Частота 20 Гц была выбрана в связи с тем, что она находится в линейной области частотной характеристики машины, что гарантирует отсутствие искажений при воспроизведении нагрузки.

С целью исключения влияния факторов, присущих конкретным деталям, испытания проводились на стандартных цилиндрических образцах диаметром 10 мм по ГОСТ 2860-45 из материалов, часто используемых в автомобильной промышленности: сталь 20, сталь 40Х и сталь 60С2А. Испытаниям подвергались партии образцов в количестве до 15 штук, как без концентратора, так и при его наличии. В качестве концентратора использовалось сквозное поперечное отверстие диаметром 1,5 мм (теоретический коэффициент концентрации напряжений $K_T = 2,76$). Проверялись механические характеристики материалов на выборке от каждой партии образцов. Средние значения составили:

- для стали 20
HB = 170 – 207, $\sigma_B = 600$ МПа, $\sigma_T = 360$ МПа;
- для стали 40Х
HB = 241 – 285, $\sigma_B = 950$ МПа, $\sigma_T = 600$ МПа;
- для стали 60С2А
HB = 350, $\sigma_B = 1200$ МПа, $\sigma_T = 690$ МПа.

Для каждой партии образцов были проведены усталостные испытания на изгиб при постоянных амплитудах симметричного цикла с целью получения исходных кривых усталости. Испытания проводились на нескольких уровнях амплитуды напряжений для получения предела выносливости и уравнения кривой усталости.

Для тех же типов образцов проведены испытания при изменении напряжений в случайном процессе. Для каждого типа случайного процесса и для каждого типа образцов испытания проводились на нескольких уровнях S_x с тем, чтобы получить зависимость долговечности от СКО, т.е. $N_D = f(S_x)$. Это уравнение дает воз-

возможность оценить различие в накоплении усталостного повреждения в зависимости не только от типа процесса нагружения, но и от уровня его энергии.

Испытания проводились для трех вариантов случайного процесса: $P_f > 4,8$; $P_f = 3,0$; $P_f = 2,2$. Для исключения из процесса нагружения случайных выбросов с амплитудами, превышающими назначенное значение пикового фактора, было предусмотрено ограничение на максимальное значение управляющего сигнала.

Результаты эксперимента

Исходные характеристики усталости подверженных испытаниям партий образцов представлены в форме кривых усталости в традиционной форме $\sigma_a^m N = C$. Это удобно для регрессионного анализа, так как в логарифмах это степенное уравнение становится линейным:

$$m \cdot \lg \sigma_a + \lg N = \lg C.$$

Статистический регрессионный анализ результатов испытаний при постоянных амплитудах вывел на уравнения кривых усталости, приведенных в табл. 1.

Аналогично были статистически обработаны результаты испытаний при случайных процессах изменения напряжений. Зависимость долговечности N_D , выраженная в количестве циклов n_0 и уровня СКО процесса нагружения, соответствует уравнению:

$$S_x^q \cdot N_D = C'. \quad (3)$$

Статистический регрессионный анализ результатов испытаний при нормальном случайном процессе изменения напряжений для различных значений пикового фактора P_f для испытанных образцов вывел на уравнения, приведенные в таблицах 2–4.

На рисунке 1 показаны соответствующие этим уравнениям зависимости долговечности от уровня S_x для процессов с $P_f > 4,8$. Пунктиром показаны их 95% доверительные границы, учитывающие рассеивание результатов испытаний.

Там же на рисунках нанесены линии долговечности для процессов с $P_f = 3$ и $P_f = 2,2$, соответствующие регрессионным уравнениям, полученным по результатам испытаний.

Анализ результатов испытаний

Как видно из рис. 1, во всех случаях при отсутствии в случайном процессе выбросов, превышающих уровни, соответствующие пиковому фактору 2,2, накопление повреждений замедляется, и долговечность при его воздействии существенно возрастает. Аналогичная картина наблюдается и при нагружении случайным процессом, в котором отсутствуют выбросы, превышающие уровни, соответствующие пиковому фактору, равному 3. Однако в этом случае повышение долговечности при наличии концентраторов напряжений приближается к верхней 95% доверительной границе долговечности, полученной воспроизведением более высоких уровней выбросов напряжений в случайном процессе при той же интенсивности S_x .

Таблица 1

Результаты испытаний при постоянных амплитудах

Материал		Уравнения кривых усталости	Значение σ_{-1} , МПа
Без концентратора	Сталь 20	$\lg N = 38,825 - 13,81 \cdot \lg \sigma_a$	200
	Сталь 40X	$\lg N = 34,13 - 11,32 \cdot \lg \sigma_a$	250
	Сталь 60C2A	$\lg N = 56,04 - 18,983 \cdot \lg \sigma_a$	350
С концентратором	Сталь 20	$\lg N = 22,02 - 7,9875 \cdot \lg \sigma_a$	75
	Сталь 40X	$\lg N = 25,18 - 8,927 \cdot \lg \sigma_a$	115
	Сталь 60C2A	$\lg N = 18,85 - 6,4 \cdot \lg \sigma_a$	70

Таблица 2

Результаты испытаний при случайном процессе с $P_f > 4,8$

Материал		Уравнения долговечности
Без концен- трагора	Сталь 20	$\lg N_D = 16,97 - 5,172 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 17,44 - 5,17 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 23,99 - 7,92 \cdot \lg S_x$
С концен- трагором	Сталь 20	$\lg N_D = 15,57 - 5,368 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 16,35 - 5,611 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 15,75 - 5,431 \cdot \lg S_x$

Таблица 3

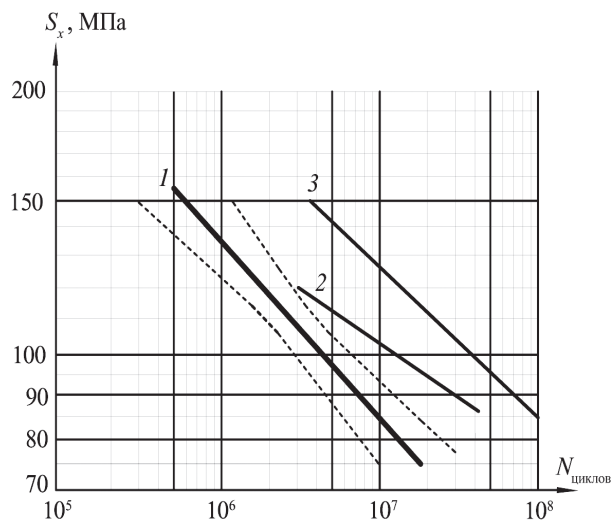
Результаты испытаний при случайном процессе с $P_f = 3,0$

Материал		Уравнения долговечности
Без концен- трагора	Сталь 20	$\lg N_D = 22,87 - 7,875 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 26,14 - 8,678 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 10,08 - 1,371 \cdot \lg S_x$
С концен- трагором	Сталь 20	$\lg N_D = 12,66 - 3,683 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 16,68 - 5,581 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 16,98 - 5,908 \cdot \lg S_x$

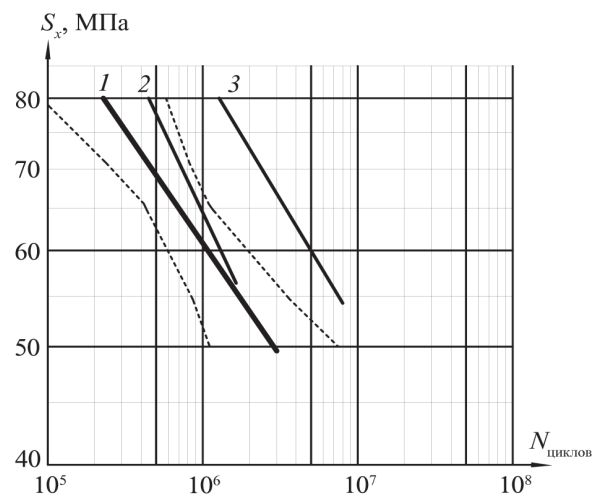
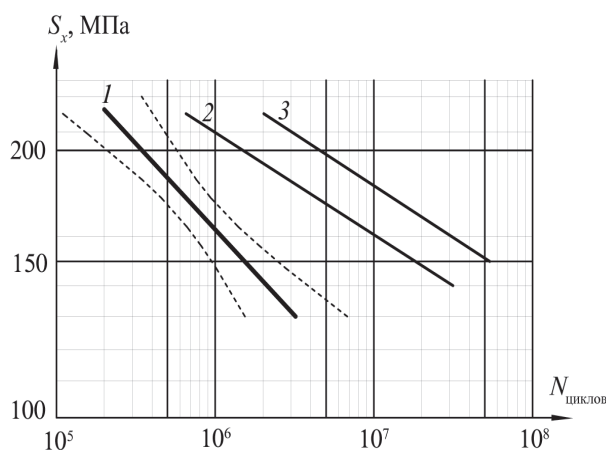
Таблица 4

Результаты испытаний при случайном процессе с $P_f = 2,2$

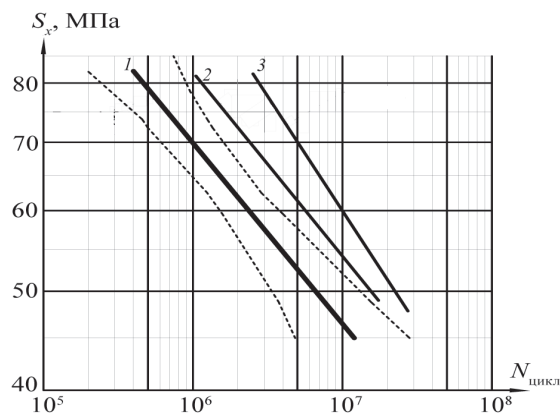
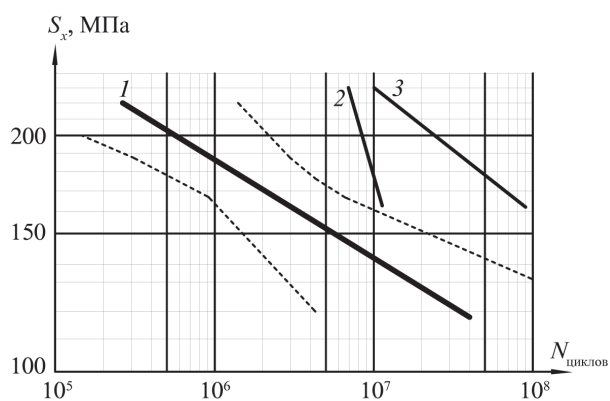
Материал		Уравнения долговечности
Без концен- трагора	Сталь 20	$\lg N_D = 22,86 - 7,488 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 26,38 - 8,570 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 21,86 - 6,293 \cdot \lg S_x$
С концен- трагором	Сталь 20	$\lg N_D = 15,20 - 4,784 \cdot \lg S_x$
	Сталь 40X	$\lg N_D = 15,02 - 4,510 \cdot \lg S_x$
	Сталь 60C2A	$\lg N_D = 15,2 - 4,74 \cdot \lg S_x$



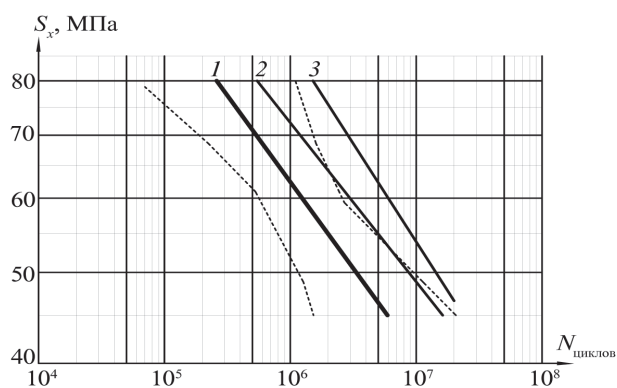
Испытания Ст. 20 без концентратора

Испытания Ст. 20. Концентратор $K_t = 2,76$ 

Испытания Ст. 40X без концентратора

Испытания Ст. 40X. Концентратор $K_t = 2,76$ 

Испытания Ст. 60C2A без концентратора

Испытания Ст. 60C2A. Концентратор $K_t = 2,76$ Рис. 1. Результаты испытаний образцов: 1 – $P_f > 4,8$; 2 – $P_f = 3$; 3 – $P_f = 2,2$

Для количественной оценки влияния уровня выбросов в случайном процессе на интенсивность накопления усталостных повреждений была применена «сумма накопленных повреждений», обычно используемая при оценке долговечности при переменных напряжениях [5]

$$a = \sum_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{n_i}{N_i}, \quad (4)$$

где a – сумма накопленных повреждений; n_i – число циклов, которое объект проработал при напряжениях с амплитудой x_i ; N_i – число циклов до разрушения по кривой усталости при амплитуде x_i .

Для распределения амплитуд в случайном процессе это выражение принимает вид:

$$a = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{N_{\Sigma} \cdot f(x)}{N(x)} dx,$$

где N_{Σ} – суммарное число циклов до разрушения объекта; $f(x)$ – плотность вероятности распределения амплитуд в процессе; $N(x)$ – значение числа циклов по уравнению кривой усталости объекта; $x_{\min}$, $x_{\max}$ – нижняя и верхняя границы напряжений, участвующих в накоплении усталостных повреждений.

Влияние соотношения амплитуд в структуре процесса нагружения на накопление усталостных повреждений в соответствии с методикой расчета [5] учитывается корректировкой коэффициента a в следующем виде:

$$a_p = \frac{\frac{x_{\max}}{x_w} \xi - c}{\frac{x_{\max}}{x_w} - c}; \quad (5)$$

$$\xi = \frac{1}{x_{\max} N'_{\Sigma}} \sum_{c \cdot x_w}^{x_{\max}} x_i n_i, \quad (6)$$

где x_w – предел выносливости по кривой усталости; $x_{\max}$ – максимальный уровень амплитуд в процессе нагружения; c – относительный уровень повреждающих напряжений (рекомендуется значение 0,5–0,7); ξ – нормирующий показатель, учитывающий диапазон и количество действующих амплитуд напряжений; N'_{Σ} – суммарное число циклов с амплитудами напряжений $x_i > c \cdot x_w$.

Для распределения амплитуд в случайном процессе выражение для показателя ξ принимает вид

$$\xi = \frac{1}{x_{\max} c \cdot x_w} \int_{c \cdot x_w}^{x_{\max}} \frac{1}{A} x \cdot f(x) dx;$$

$$A = \int_{c \cdot x_w}^{\infty} f(x) dx,$$

где A – нормирующий член, учитывающий, что распределение амплитуд усечено уровнем $c \cdot x_w$.

Подставляя в это выражение приведенную плотность распределения амплитуд и решая интеграл, получаем выражение для определения a_p :

$$a_p = \frac{\sqrt{2} \frac{\gamma(P_f^2 / 2; 1,5) - \gamma(c^2 x_0^2 / 2; 1,5)}{\gamma(P_f^2 / 2; 1) - \gamma(c^2 x_0^2 / 2; 1)} - c x_0}{P_f - c \cdot x_0}, \quad (7)$$

где $\gamma(x; M) = \int_0^x t^{M-1} e^{-t} dt$ – неполная Гамма-функция [8] (имеются таблицы значений); $x_0 = \frac{x_w}{S_x}$ – отношение значения предела выносливости к СКО случайного процесса изменения напряжений.

Анализируя результаты испытаний, приведенные на рис. 1, можно сделать предположение, что вариация наклонов характеристик долговечности, связанная с изменением пикового фактора, вызвана в основном разбросом результатов при ограниченном количестве испытанных образцов. Об этом свидетельствует то, что вариация их наклонов практически укладывается в ожидаемую вариацию наклонов характеристики долговечности, которую выявил процесс без ограничения уровня выбросов ($P_f > 4,8$) с вероятностью 95%. Поэтому для анализа различия в накоплении повреждений использовались результаты испытаний на уровнях СКО, где вариация наклонов влияет в минимальной степени на оценку долговечности (см. характер доверительных границ на рис. 1). Расчет накопленного повреждения проводился для математического ожидания долговечности на указанном уровне СКО.

В качестве показателя степени накопления усталостного повреждения использовался показатель a_p , рассчитанный по формуле (7). Результаты расчетов приведены в таблицах 5 и 6.

В таблицах приведены фактические значения суммы накопленных повреждений, полученные по результатам испытаний. За базу для

сравнения принято значение накопленного повреждения, подсчитанное по формуле (7) для процесса с $P_f > 4,8$. Значения a_p для процессов с $P_f = 3$ и $P_f = 2,2$ получены по результатам испытаний с тем же уровнем интенсивности случайного процесса S_x . При этом учитывалось условие, что изменение a_p пропорционально фактическому изменению долговечности объекта. Ожидаемые расчетные значения нако-

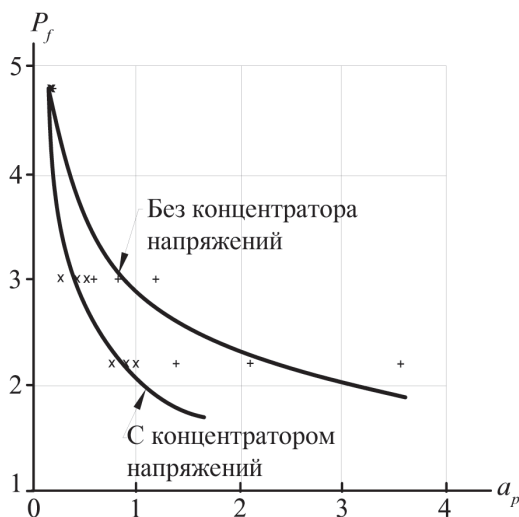


Рис. 2. Влияние P_f случайного процесса на предельное накопление усталостного повреждения в материале конструкций

пленного повреждения в соответствии с уравнением (7) приведены в таблицах в скобках.

Приведенные результаты показывают, что снижение уровня учитываемых выбросов напряжений в случайном процессе нагружения приводит к резкому замедлению накопления усталостных повреждений и росту долговечности исследуемого объекта. Из таблиц видно расхождение полученной оценки этого явления расчетным методом [5] с результатами эксперимента. Используя данные таблиц 5 и 6, на рис. 2 приводятся осредненные экспериментальные значения предельного уровня накопленного повреждения, необходимого для разрушения (a_p) при случайных процессах с различным уровнем максимальных выбросов.

Заключение

Даже редко встречающиеся выбросы напряжений (с вероятностью появления до $p = 10^{-5}$) в случайном процессе нагружения существенно влияют на интенсивность накопления усталостного повреждения в материале конструкций. Наличие концентрации напряжений несколько снижает этот эффект, однако влияние остается значительным.

Расчетная методика оценки влияния выбросов на накопление усталостных повреждений [5] дает заниженные значения по сравнению с экспериментом.

Таблица 5

Параметры накопления повреждений в образцах без концентратора

Материал	Параметры выносливости	Значения a_p		
		$P_f > 4,8$	$P_f = 3$	$P_f = 2,2$
Сталь 20	$\sigma_{-1} = 200$ МПа, $S_w = 45$ МПа, $S_x = 105$ МПа	0,168	0,588 (0,310)	2,1 (0,414)
Сталь 40X	$\sigma_{-1} = 250$ МПа, $S_w = 56,4$ МПа, $S_x = 165$ МПа	0,178	1,19 (0,316)	3,56 (0,415)
Сталь 60C2A	$\sigma_{-1} = 350$ МПа, $S_w = 79$ МПа, $S_x = 169$ МПа	0,163	0,82 (0,309)	1,38 (0,417)

Таблица 6

Параметры накопления повреждений в образцах с концентратором

Материал	Параметры выносливости	Значения a_p		
		$P_f > 4,8$	$P_f = 3$	$P_f = 2,2$
Сталь 20	$\sigma_{-1} = 75$ МПа, $S_w = 16,9$ МПа, $S_x = 66$ МПа	0,189	0,262 (0,326)	0,901 (0,423)
Сталь 40X	$\sigma_{-1} = 115$ МПа, $S_w = 25,95$ МПа, $S_x = 62$ МПа	0,168	0,42 (0,310)	0,747 (0,414)
Сталь 60C2A	$\sigma_{-1} = 70$ МПа, $S_w = 15,8$ МПа, $S_x = 60$ МПа	0,189	0,504 (0,325)	0,99 (0,422)

Пренебрежение этим эффектом может приводить к существенным ошибкам при прогнозировании долговечности как расчетными методами, так и путем анализа результатов стендовых испытаний натурных конструкций. Данное явление должно учитываться при выборе необходимой длины реализации в случае регистрации эксплуатационного процесса нагружения исследуемого объекта, обеспечивающей выявление выбросов с малой вероятностью появления (до $p = 10^{-5}$). Это же относится к выбору длины реализации процесса при стендовых испытаниях деталей и узлов машин при случайных режимах нагружения.

Очень важно учитывать влияние редко встречающихся выбросов напряжений при формировании квазистационарного процесса [4]. В этом случае даже в самой короткой реализации, используемой для формирования общего процесса, должны быть отражены уровни выбросов, встречающиеся с вероятностью $p = 10^{-5}$.

Список литературы

1. Трофимов О.Ф., Красиков В.С. Оценка формирования процессов эксплуатационного нагружения применительно к вопросам усталостного повреждения элементов автомобильных конструкций // Конструирование, исследование, технология и экономика производства автомобиля. 1980. Вып. 9, С. 141–154.
2. Гладкий В.Ф. Прочность, вибрация и надежность конструкции летательного аппарата. – М.: Наука, 1975. – 454 с.
3. Екимов В.В. Вероятностные методы в строительной механике корабля. – Л.: Судостроение, 1966. – 325 с.
4. Трофимов О.Ф. Влияние нестационарности случайных процессов нагружения на усталостное повреждение в материалах конструкций // Машиностроение и инженерное образование. 2013. № 1. С. 46–53.
5. Методические указания. Методы расчета деталей машин на выносливость в вероятностном аспекте. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 32 с.
6. Трофимов О.Ф. Прогнозирование усталостных повреждений материалов конструкций при стохастических режимах нагружения // Машиностроение и инженерное образование. 2012. № 3. С. 17–23.
7. Трофимов О.Ф. Влияние широкополосности процессов нагружения на усталостную долговечность автомобильных конструкций // Конструирование, исследование, технология и экономика производства автомобилей. 1978. Вып. 8. С. 126–145.
8. Оценка усталостной прочности и долговечности автомобильных деталей. РТМ. 37.105.02.1044-76, Гос. регистр. № 73032356-76. 240 с.

Материал поступил в редакцию 04.12.13

**ТРОФИМОВ
Олег Федорович**

Е-mail: oleg31934@hotmail.ru
Тел.: (495) 675-77-36

Кандидат технических наук, профессор кафедры естественных и технических наук ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов: усталость металлов, прогнозирование усталостной долговечности деталей транспортных машин. Автор 55 научных работ.