

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ НАГРУЖЕНИЯ НА УСТАЛОСТНОЕ ПОВРЕЖДЕНИЕ В МАТЕРИАЛАХ КОНСТРУКЦИЙ

О.Ф. Трофимов

Приведены результаты сравнительных испытаний образцов при случайных режимах нагружения различного типа, распространенных материалов как при наличии концентраторов напряжений, так и без них. Выявлено существенное влияние нестационарности характеристик случайного процесса на накопление усталостных повреждений в материалах конструкций. Предложены зависимости, позволяющие прогнозировать долговечность конструкций для наиболее распространенного случая нестационарности эксплуатационного процесса нагружения.

Ключевые слова: усталостное повреждение, кривая усталости, долговечность конструкций, стационарный случайный процесс, нестационарность случайного процесса.

Введение

Случайный характер процесса нагружения свойственен многим типам машин. В частности, в транспортных машинах он формируется под действием случайного характера неровностей дорожного покрытия [1]. Аналогичные процессы зафиксированы в конструкциях самолетов, кораблей [2, 3] и др. При этом условия эксплуатации большей части таких машин характеризуются изменением режимов их работы, что влияет на параметры случайного процесса нагружения конструктивных элементов. В связи с этим при прогнозировании ресурса конструкций в переменных условиях нагружения возникает необходимость в оценке влияния изменения параметров случайного процесса на выносливость конструкций.

Постановка задачи

Экспериментально установлено, что если при случайном нагружении конструкции режим эксплуатации не изменяется, то в ней формируется процесс с характеристиками, близкими к характеристикам, соответствующим закону Гаусса [4]. В качестве примера на рис. 1 показано распределение мгновенных значений силы F , действующей на деталь в процессе нагружения детали рулевого управления грузового автомобиля при движении по дороге

с хорошим качеством асфальтового покрытия с постоянной скоростью около 70 км/ч на протяжении 3 км. Распределение представлено на вероятностной сетке нормального распределения, там же указаны экспериментально полученные значения и построенная по ним линия регрессии. Линейный закон линии регрессии свидетельствует о нормальном законе распределения вероятностей возникновения значений силы F в процессе нагружения детали.

Рассмотрим подробнее, какие параметры случайного процесса изменяются при изменении режима работы машины. В первую очередь отмечается изменение дисперсии процесса, которая характеризует его энергетическое воздействие на объект. Если мгновенные значения напряжений в конструкции машины, изменяющихся по случайному процессу, обозначить как $x(t)$, то в интервале времени $(0, T)$ дисперсия определяется по формуле

$$D_x = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - m_x]^2 dt = S_x^2, \quad (1)$$

где $m_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$ – среднее значение процесса; $S_x = \sqrt{D_x}$ – среднее квадратичное отклонение (СКО).

На рис. 2 представлена гистограмма измерений и плотность распределения дисперсии процесса нагружения детали рулевого привода грузового автомобиля при движении по дороге с однородным покрытием на протяжении 37 км с переменной скоростью (средняя скорость около 40 км/ч). Из рис. 2 видно, что дисперсии случайного процесса нагружения детали рулевого привода в условиях режима эксплуатации имеют значительную вариацию.

На уровень энергетического воздействия случайного процесса оказывают влияние и условия эксплуатации. Так, на рис. 3 показано влияние не только скорости движения автомобиля v , но и типа дорожного покрытия на СКО случайного процесса перемещения рессоры автомобиля [1]. При этом изменение условий движения не влияет существенно на форму спектральной плотности случайного процесса нагружения детали $G(f)$, так как она в основном определяется амплитудно-частотной характеристикой исследуемого объекта. Для подтверждения этого на рис. 4 приведены нормированные по дисперсии характеристики спектральной плотности случайного процес-

са нагружения $G^*(f)$ детали при различных скоростях движения. Несмотря на различные уровни дисперсии при каждой скорости движения, после нормирования по значению дисперсии спектральных плотностей характеристики практически не изменяют своей формы. Незначительное изменение формы характеристики свидетельствует о стабильности показателей широкополосности ϵ и частоты нагружения n_0 процесса, и, следовательно, не вызовет изменения долговечности конструкции [5]. Таким образом, основным фактором, влияющим на изменение долговечности конструкции, является вариация дисперсии случайного процесса на-

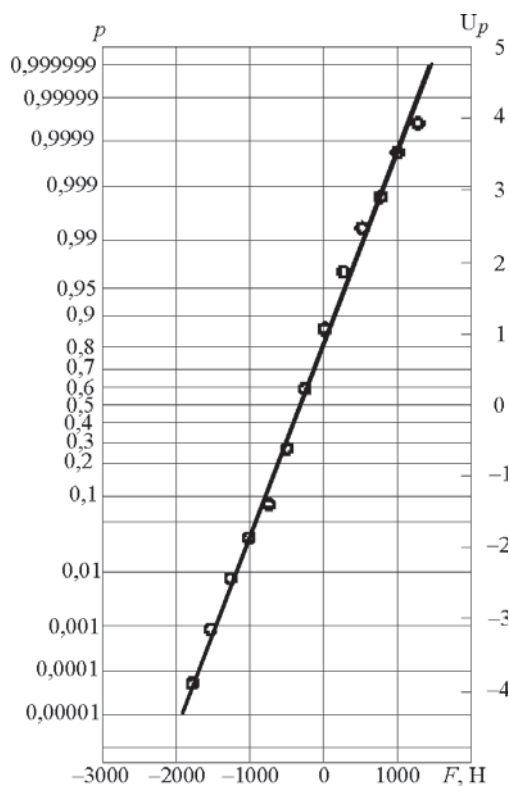


Рис. 1. Распределение мгновенных значений силы F в процессе нагружения детали рулевого привода грузового автомобиля при установившемся режиме его работы (p – вероятность; U_p – квантиль)

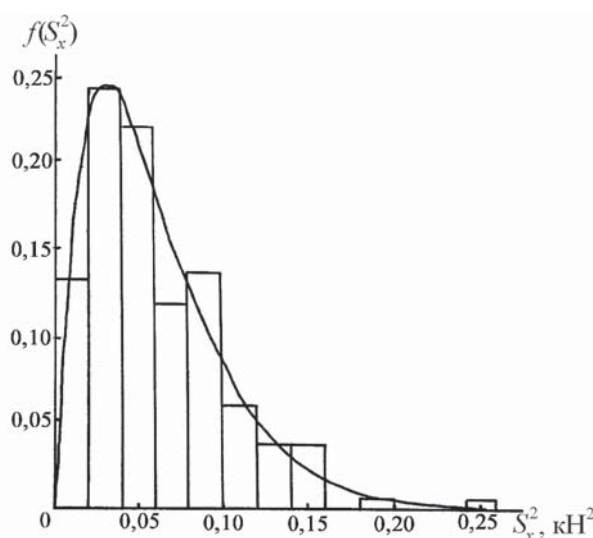


Рис. 2. Плотность распределения дисперсии $f(S_x^2)$ случайного процесса нагружения детали рулевого привода грузового автомобиля при переменной скорости движения

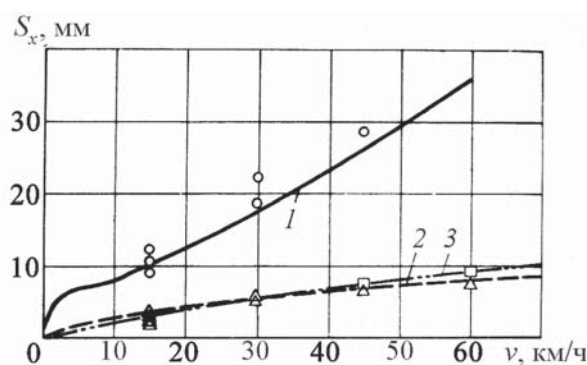


Рис. 3. Влияние условий движения автомобиля на СКО случайного процесса перемещения рессоры: 1 – по дороге с булыжным покрытием; 2 – по скоростной дороге; 3 – по загородному шоссе

гружения, обусловленная изменением условий эксплуатации.

Рассмотрим, к каким изменениям в случайном процессе приводит вариация его дисперсии. Прежде всего, процесс перестает соответствовать закону Гаусса. Так, при нормальном распределении количество превышений уровня напряжений x подчиняется закону

$$n_x = n_0 e^{-\frac{x^2}{2S_x^2}}, \quad (2)$$

где n_x , n_0 – количество превышений уровня x и количество прохождений (циклов) процессом нулевого уровня в единицу времени.

В случае вариации дисперсии по закону, имеющему распределение $f(S_x^2)$, количество превышений можно определить по уравнению

$$n_x = n_0 \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{2S_x^2}} f(S_x^2) d(S_x^2). \quad (3)$$

Учитывая, что дисперсия имеет всегда положительное значение, а также является квадратом величины, то ее распределение принято описывать χ^2 -распределением Пирсона, имеющим вид [6]:

$$f(S_x^2) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{r}{2}\right) \cdot 2^{\frac{r}{2}} \rho^r} (S_x^2)^{\frac{r}{2}-1} e^{-\frac{S_x^2}{2\rho^2}}, \quad (4)$$

где $\Gamma\left(\frac{r}{2}\right)$ – гамма-функция; ρ – масштабный

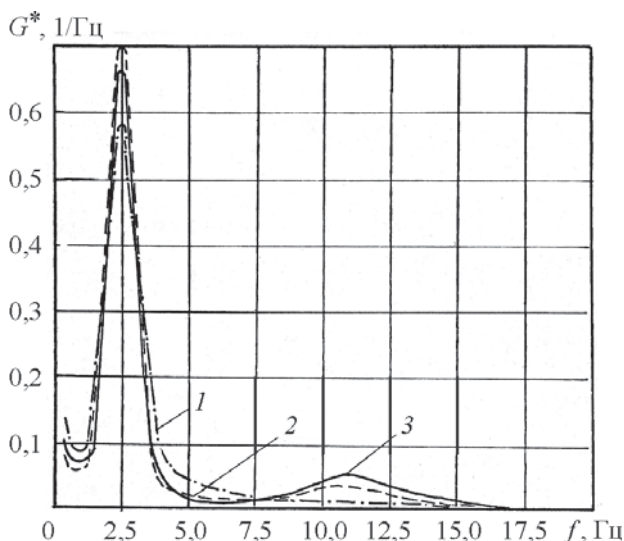


Рис. 4. Нормированные спектральные плотности G^* случайного процесса нагружения детали ходовой части грузового автомобиля при различных скоростях движения v :

1 – при $v = 30$ км/ч; 2 – при $v = 43$ км/ч;
3 – при $v = 58$ км/ч; f – частота процесса

параметр распределения; r – параметр формы распределения (целое положительное число).

Путем выбора параметра r этот вид распределения позволяет описывать возможные вариации дисперсий, встречающихся в условиях эксплуатации в очень широком диапазоне (рис. 5).

Подставив уравнение (4) в уравнение (3), получим уравнение для нестационарного процесса. Продифференцировав это уравнение, получим плотность распределения амплитуд в рассматриваемом случайном процессе [7]:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{r}{2}\right) \cdot 2^{\frac{r}{2}-1} \rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\frac{r}{2}} K_{\frac{r}{2}-1}\left(\frac{x}{\rho}\right), \quad (5)$$

где $K_{\frac{r}{2}-1}\left(\frac{x}{\rho}\right)$ – модифицированная функция Бесселя [8].

Напомним, что для нормального стационарного процесса распределение амплитуд определялось законом Рэлея по выражению

$$f(x) = \frac{x}{S_x^2} e^{-\frac{x^2}{2S_x^2}}. \quad (6)$$

Сравним распределение амплитуд при нормальном стационарном процессе нагружения с распределением амплитуд при нестационарном процессе, имеющем вариацию дисперсии, соответствующую параметру $r = 1$. Подставив

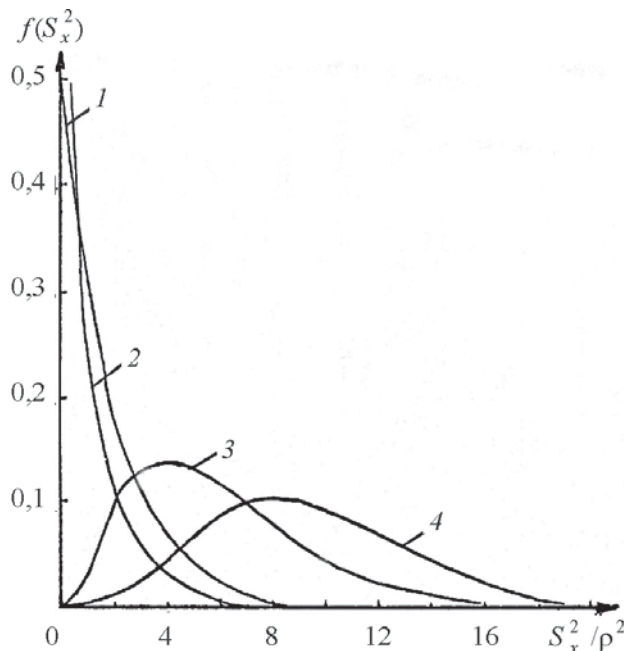


Рис. 5. Форма χ^2 -распределения при различных параметрах r :

1 – при $r = 2$; 2 – при $r = 1$;
3 – при $r = 3$; 4 – при $r = 10$

параметр $r = 1$ в уравнение (5), получим

$$f(x) = \frac{1}{\rho} e^{-\frac{x}{\rho}}. \quad (7)$$

Как видно из уравнения (7), во втором случае совсем другой тип распределения амплитуд в случайном процессе – не по Рэлею, а по экспоненте.

На рис. 6 в относительных величинах сопоставлены распределения для нестационарного процесса при различных значениях параметра r и для нормального стационарного процесса с распределением амплитуд по закону Рэлея.

Из рис. 6 следует, что структуры нестационарных и стационарного процессов существенно отличаются друг от друга. Так, при одной и той же дисперсии, т.е. подводимой энергии, в нестационарных процессах возникают гораздо более высокие уровни нагрузки и, следовательно, напряжения в деталях. При нормальном стационарном процессе с вероятностью $p=10^{-5}$ появляются нагрузки, превышающие СКО процесса в 4,43 раза (пиковый фактор $P_f = 4,43$). В то же время при такой же дисперсии и с той же вероятностью при нестационарном процессе с параметром $r = 1$ нагрузки превышают СКО процесса в 11,5 раза. В связи с этим возникает необходимость в экспериментальной проверке влияния нестационарности на накопление усталостных повреждений в материалах конструкций, работающих при случайном нагружении, для оценки их эксплуатационной долговечности.

Методика проведения эксперимента

Для сравнительных испытаний были выбраны два режима: стационарный случайный

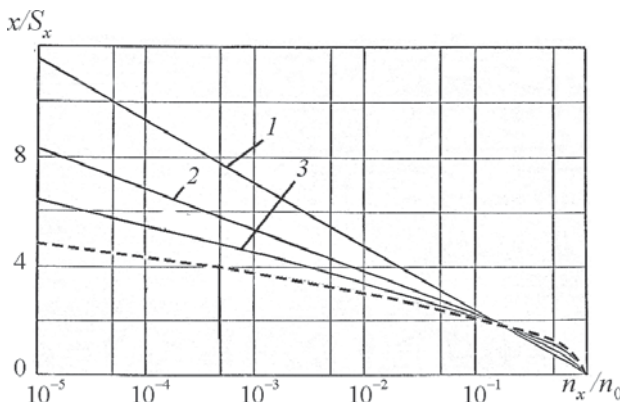


Рис. 6. Структуры нестационарных (—) и стационарного (----) случайных процессов:

1 – при $r = 1$; 2 – при $r = 3$; 3 – при $r = 9$

процесс с нормальным распределением и случайный процесс с вариацией дисперсии. Для вариации дисперсии был выбран предельный случай с параметром $r = 1$, когда распределение амплитуд становится экспоненциальным, а пиковый фактор – наивысшим.

Испытания проводили в лаборатории прочности АМО ЗИЛ на испытательной машине РСQ фирмы «Шенк» (ФРГ), представляющей собой следящую сервогидравлическую систему, воспроизводящую без искажения электрический сигнал в виде силового воздействия в широком диапазоне частот. Для испытаний был выбран случайный узкополосный процесс (при $f = 20$ Гц), формируемый генератором случайных процессов машины при помощи узкополосных фильтров. Узкополосный процесс был выбран в связи с тем, что, как было показано выше, изменение режима эксплуатации практически не влияет на показатель широкополосности процесса ε , и, следовательно, на изменение долговечности, т.е. этот показатель является лишним при данной постановке задачи. Частота процесса, была выбрана равной 20 Гц, благодаря тому, что находится в линейной области частотной характеристики машины, и, следовательно, гарантирует отсутствие искажений при воспроизведении нагрузки. Вариация дисперсии в процессе испытаний по выбранному закону осуществлялась при помощи программатора машины.

Испытания проводили на стандартных цилиндрических металлических образцах диаметром 10 мм по ГОСТ 25.502–79. Образцы изготавливали из широко используемых в промышленности сталей 20 и 40Х. Испытаниям подвергали партии образцов как без концентратора напряжений, так и при его наличии. В качестве концентратора напряжений использовали сквозное поперечное отверстие диаметром 1,5 мм.

Перед испытаниями проверяли механические характеристики материалов на выборке образцов из каждой партии. Средние значения характеристик составляли для стали 20: твердость 170–207 НВ, предел прочности $\sigma_B = 600$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 360$ МПа; для стали 40Х: 241–285 НВ, $\sigma_B = 950$ МПа, $\sigma_{0,2} = 600$ МПа (далее используем общее обозначение σ_T).

Для образцов каждой партии с целью получения исходных кривых усталости провели

усталостные испытания на изгиб при постоянных амплитудах симметричного цикла. Испытания проводили при нескольких уровнях амплитуды напряжений для получения предела выносливости и уравнения кривой усталости. Для тех же образцов провели испытания при изменении напряжений по случайному процессу как стационарного, так и нестационарного типа. Для каждого типа этого процесса и каждого типа образцов испытания проводили при нескольких уровнях СКО, чтобы получить зависимость долговечности от СКО, т.е. $N_D = f(S_x)$. Это уравнение дает возможность оценить различие в накоплении усталостного повреждения не только в зависимости от типа процесса нагружения, но и от уровня его энергии.

Результаты эксперимента

Исходные характеристики усталости подверженных испытаниям партий образцов представлены в традиционной форме кривых усталости $\sigma_a^m N = C$. Это удобно для регрессионного анализа, так как в логарифмической форме это степенное уравнение становится линейным:

$$m \lg \sigma_a + \lg N = \lg C.$$

Статистический регрессионный анализ результатов испытаний при постоянных амплитудах показал, что уравнения кривых усталости имеют вид:

для стали 20 (без концентратора)

$$\lg N = 38,825 - 13,81 \lg \sigma_a; \sigma_{-1} = 200 \text{ МПа},$$

где σ_{-1} – предел выносливости;

для стали 20 (с концентратором)

$$\lg N = 22,02 - 7,9875 \lg \sigma_a; \sigma_{-1} = 75 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (без концентратора)

$$\lg N = 34,13 - 11,32 \lg \sigma_a; \sigma_{-1} = 250 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (с концентратором)

$$\lg N = 25,18 - 8,927 \lg \sigma_a; \sigma_{-1} = 115 \text{ МПа}.$$

Аналогично были статистически обработаны результаты испытаний при случайных процессах изменения напряжений. Зависимость долговечности N_D , выраженная в количестве циклов до разрушения, от уровня СКО процесса нагружения, показала хорошее соответствие уравнению

$$S_x^q N_D = C'. \quad (9)$$

Статистический регрессионный анализ результатов испытаний при нормальном случайном процессе изменения напряжений показал, что уравнения долговечности имеют вид:

для стали 20 (без концентратора)

$$\lg N_D = 16,97 - 5,172 \lg S_x; S_w = 45 \text{ МПа},$$

где S_w – СКО процесса, все амплитуды которого не превышают предела выносливости объекта;

для стали 20 (с концентратором)

$$\lg N_D = 15,57 - 5,368 \lg S_x; S_w = 16,9 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (без концентратора)

$$\lg N_D = 17,44 - 5,17 \lg S_x; S_w = 56,4 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (с концентратором)

$$\lg N_D = 16,35 - 5,611 \lg S_x; S_w = 25,95 \text{ МПа}.$$

Для нестационарного случайного процесса уравнения долговечности имеют вид:

для стали 20 (без концентратора)

$$\lg N_D = 16,06 - 5,322 \lg S_x; S_w = 17,39 \text{ МПа};$$

для стали 20 (с концентратором)

$$\lg N_D = 14,87 - 5,465 \lg S_x; S_w = 6,52 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (без концентратора)

$$\lg N_D = 16,74 - 5,24 \lg S_x; S_w = 21,74 \text{ МПа};$$

для стали 40Х (с концентратором)

$$\lg N_D = 12,46 - 3,618 \lg S_x; S_w = 10 \text{ МПа}.$$

Соответствующие этим уравнениям зависимости долговечности от уровня СКО для нестационарного процесса и их 95 %-ные доверительные границы, учитывающие рассеивание результатов испытаний, приведены на рис. 7. Для уровней СКО, при которых проводили нагружения нестационарным процессом, нанесены значения долговечности для стационарного нормального процесса, соответствующие регрессионным уравнениям, полученным при испытаниях. Во всех случаях значения долговечности при стационарном процессе не попадают в зону доверительных границ долговечности нестационарного процесса, что свидетельствует о существенных различиях усталостного повреждения при этих процессах.

Анализ результатов испытаний

Из результатов испытаний, представленных на рис. 7, видно, что при одной и той же энергии повреждающее действие нестационарного случайного процесса существенно превышает

действие стационарного процесса, имеющего то же значение СКО. Для количественной оценки этого явления использовали методику определения долговечности конструкций, основанную на закономерностях трансформации параметров кривой усталости в параметры функции долговечности [9]. С этой целью провели анализ корреляции параметров исходной кривой усталости объекта со значениями параметров его уравнения долговечности в виде уравнения (9). Для нестационарного процесса, имеющего параметр распределения $r = 1$, получили следующие соотношения:

$$q = m \left(0,15 + 0,13 \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \right) \text{ при } \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} < 3,4; \quad (10)$$

$$\lg N_s = 10,978 - 0,11m; \quad (11)$$

$$q = m \left(4,032 - 0,697 \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \right) \text{ при } \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \geq 3,4; \quad (12)$$

$$\lg N_s = 23,84 - 1,68m, \quad (13)$$

где m – параметр наклона кривой усталости; q – параметр наклона в уравнении долговечности; N_s – долговечность при случайном процессе нагружения с уровнем предела повреждаемости S_w ; $S_w = \sigma_{-1}/P_f$.

Используя условие $S_x^q N_D = S_w^q N_s$, при помощи приведенных соотношений легко получить уравнение долговечности в виде приведенных выше уравнений регрессии:

$$\lg N_D = C' - q \lg N_s,$$

не выходящих за пределы 95 %-ных доверительных границ функций, полученных при испытаниях.

Кроме того, соотношения для определения долговечности при стационарном процессе нагружения с нормальным распределением [9] аналогичны соотношениям (10)–(13):

$$q = m \left(0,15 + 0,13 \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \right) \text{ при } \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} < 3,4;$$

$$\lg N_s = 7,4 + 0,0803m; \quad (14)$$

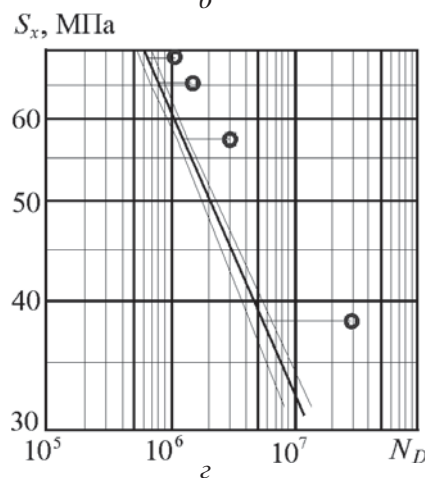
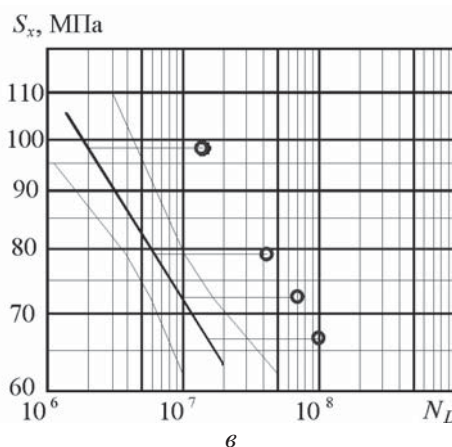
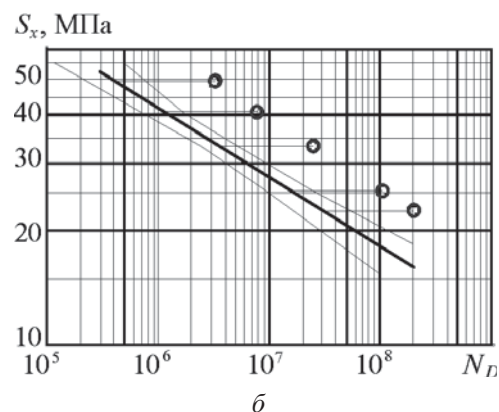
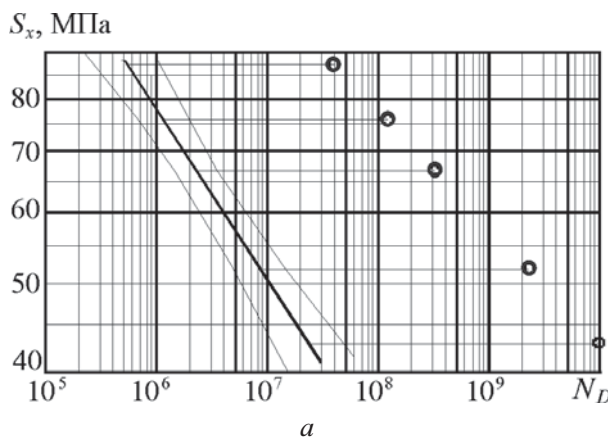


Рис. 7. Влияние СКО процесса на долговечность N_D :

а, б – сталь 20 без концентратора и с концентратором (коэффициент концентрации $K_T = 2,76$); в, з – сталь 40X

без концентратора и с концентратором ($K_T = 2,76$); — — долговечность при нестационарном нагружении;

○ – значения долговечности при стационарном случайном процессе нагружения

$$q = m \left(0,45 + 0,04 \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \right) \text{ при } \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1}} \geq 3,4; \quad (15)$$

$$\lg N_s = 11,3 - 0,312m. \quad (16)$$

Таким образом, имея параметры кривой усталости объекта m , σ_{-1} и используя соотношения (10)–(16), можно определить уравнения долговечности для двух предельных режимов нагружения исследуемого объекта: нестационарного процесса с параметром распределения дисперсий $r = 1$ и стационарного нормального процесса. Далее, для уровня энергии процесса нагружения СКО S_x в интересующих условиях эксплуатации, по полученным уравнениям функций долговечности можно определить максимальное и минимальное значения ожидаемой долговечности в зависимости от режимов эксплуатации объекта.

Следует отметить, что часто при значениях $r = 1$, характерном для большей части автомобильных конструкций [10], ожидаемая долговечность может быть определена непосредственно по уравнению долговечности, полученному для такого процесса изложенным выше способом.

В случаях, когда закон распределения дисперсий окажется соответствующим параметру $r > 1$, рекомендуется провести интерполяцию по параметру r значений долговечности в полученном диапазоне ожидаемой долговечности. При проведении интерполяции следует иметь в виду, что при $r > 10$ распределение характеристик в нестационарном процессе становится практически таким же, как в стационарном нормальном процессе (см. рис. 6). В этом случае можно проводить оценку ожидаемой долговечности по уравнению функции долговечности нормального процесса. В других случаях для интерполяции можно рекомендовать использование величины расчетного значения накопленного повреждения. Поскольку границы исследуемого диапазона известны, накопленное повреждение используется лишь в качестве относительных величин, поэтому для его определения можно использовать либо скорректированную линейную [11], либо просто линейную гипотезу накопления.

Заключение

Предложенный метод прогнозирования долговечности по усталостному разрушению, учитывающий вариацию условий эксплуатации, расширяет возможности оценки эксплуатаци-

онной надежности механизмов и машин. Использование данного метода может существенно сократить необходимый объем испытаний с воспроизведением эксплуатационных условий нагружения, которые проводят при разработке и доводке новых образцов техники.

Список литературы

1. Трофимов О.Ф., Красиков В.С. Возмущающее воздействие микропрофиля дорог как параметр усталостного повреждения автомобильных конструкций // Вопросы расчета, конструирования и исследования автомобиля. 1975. Вып. 6. С. 235–246.
2. Усталостная прочность и долговечность самолетных конструкций. – М.: Машиностроение, 1965. – 589 с.
3. Екимов В.В. Вероятностные методы в строительной механике корабля. – Л.: Судостроение, 1966. – 325 с.
4. РТМ.37.105.02.1044-76. Оценка усталостной прочности и долговечности автомобильных деталей. – М.: ЗиЛ, 1976. – 240 с.
5. Трофимов О.Ф. Влияние широкополосности процессов нагружения на усталостную долговечность автомобильных конструкций // Конструирование, исследование, технология и экономика производства автомобилей. 1978. Вып. 8. С. 126–145.
6. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с.
7. Трофимов О.Ф. и др. Корректировка оценки долговечности конструкций транспортных машин при использовании методов теории случайных функций // Вестник машиностроения. 1971. № 10. С. 15–19.
8. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1968 – 344 с.
9. Трофимов О.Ф. Прогнозирование усталостных повреждений материалов конструкций при стохастических режимах нагружения // Машиностроение и инженерное образование. 2012. № 3. С. 17–23.
10. Гольд Б.В., Оболенский Е.П., Стефанович Ю.Г., Трофимов О.Ф. Прочность и долговечность автомобиля. – М.: Машиностроение, 1974. – 326 с.
11. Методы расчета деталей машин на выносливость в вероятностном аспекте: метод. указания. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 32 с.

Материал поступил в редакцию 14.01.2013

**ТРОФИМОВ
Олег Федорович**

E-mail: oleg31934@hotmail.ru
Тел.: (495) 675-77-36

Кандидат технических наук, профессор кафедры естественных и технических наук ФГБОУ ВПО МГИУ. Сфера научных интересов – усталость металлов, прогнозирование усталостной долговечности деталей транспортных машин. Автор 55 научных работ.