УДК 539.3

# НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ В СОСУДАХ ДАВЛЕНИЯ С ПАТРУБКАМИ\*

В.Н. Скопинский, Н.А. Берков, Н.В. Вожова

В статье рассмотрены вопросы упругопластического анализа конструктивных соединений типа пересекающихся оболочек и определения предельной нагрузки на основе выбранного критерия. Расчетный анализ проводится с применением метода конечных элементов и теории пластичности. Предложен новый критерий для определения предельного давления, который может найти применение при оценке прочности сосудов давления с патрубками.

Ключевые слова: сосуд давления, патрубок, пересекающиеся оболочки, упругопластический анализ, критерий определения предельной пластической нагрузки.

### Введение

Сосуды давления и аппараты с патрубками и штуцерами широко применяются в различных технических областях (химическое и нефтегазовое машиностроение, энергетическое машиностроение, атомная техника и т.д.). Узлы присоединения патрубка к корпусу или днищу сосуда давления с расчетных позиций относятся к конструктивным объектам типа пересекающихся оболочек. Определение предельной нагрузки для таких конструктивных объектов является актуальной задачей механики, имеющей важное практическое значение. В связи с широким применением численных методов в прочностном анализе сосудов и аппаратов, работающих под избыточным внутренним давлением, совершенствуются многие нормативные материалы, содержащие проектировочную документацию, методики расчета, нормы прочности [1-4].

В данной работе предложен новый способ определения предельного пластического давления в сосудах с патрубками на основе разработанного критерия и проведено сопоставление его с другими известными способами.

# Расчетный упругопластический анализ пересекающихся оболочек

Как показывает упругий анализ, в конструкциях типа пересекающихся оболочек возникает локальное напряженное состояние, характеризующееся существенной неоднородностью и относительно высокой степенью концентрации напряжений вблизи области пересечения оболочек [5]. В связи с этим при нагружении таких конструкций в оболочках возможно появление локальной области пластической деформации. Нелинейный анализ конструкции позволяет изучить механизм упругопластического деформирования оболочек в условиях существенно неоднородного напряженного состояния, оценить предельную нагрузку конструкции и назначить допускаемую нагрузку в соответствии с эксплуатационными требованиями.

В последние годы наиболее распространенным подходом к определению предельной нагрузки для конструкций из пластичных материалов является применение нелинейного анализа с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и теории пластичности. Применение МКЭ для нелинейного анализа пересекающихся оболочек возможно в различной постановке: трехмерный или двухмерный упругопластический анализ, с учетом больших перемещений и на основе теории малых перемещений. Известные коммерческие универсальные конечно-элементные комплексы (ANSYS, ADINA, ABAQUS и др.) обладают большими возможностями для нелинейного расчетного анализа, однако их применение требует значительных вычислительных ресурсов, а использование конечно-элементных моделей высокой размерности в значительной степени усложняет постпроцессорную

50

<sup>\*</sup> Статья подготовлена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, проект № 16.740.11.0134.

обработку расчетных результатов. Применение двухмерных расчетных моделей позволяет значительно снизить вычислительные затраты по сравнению с трехмерными моделями, но требует обоснования для решения конкретных задач.

В данной работе для упругопластического анализа соединений пересекающихся оболочек применяется МКЭ в двухмерной постановке и теория пластического течения с изотропным упрочнением и использованием критерия Хубера – Мизеса. Особенностями конечно-элементного анализа пересекающихся оболочек являются [5]: 1) использование систем криволинейных координат для каждой оболочки; 2) применение модифицированной смешанной вариационной формулировки и моделей двухмерных четырехугольных оболочечных элементов; 3) использование рационального вычислительного алгоритма. Для решения задачи в физически нелинейной постановке применяется итерационная процедура метода начальных напряжений, позволяющего проводить расчеты при любой зависимости между напряжениями и деформациями, в том числе для идеально-пластической модели материала или при использовании диаграммы напряжений с площадкой текучести. При численном анализе с учетом нелинейного распределения напряжений в области упругопластического деформирования оболочек элементы разбиваются по толщине на 10 слоев, для которых учитывается изменение свойств материала. Таким образом, для определения характеристик элемента производится численное интегрирование по объему элемента.

В такой постановке для упругопластического расчета соединений пересекающихся оболочек разработана специализированная вычислительная программа SAIS; некоторые результаты апробации программы представлены в работах [6, 7].

## Определение предельной нагрузки

В статье [8] приведен обзор работ последнего десятилетия в области нелинейного анализа пересекающихся оболочек. Наибольшее практическое значение при анализе конструкций и конструктивных соединений типа пересекающихся оболочек с учетом пластической деформации имеет определение «предельной пластической нагрузки» – такой термин впервые предложен в работе [9] и получил широкое распространение в мировой практике нелинейного анализа сосудов давления. В этой же работе подробно рассмотрена проблема определения предельной нагрузки, сделан критический анализ различных способов и критериев, применяющихся для этого. В данной статье будем использовать термин «предельная нагрузка», под которой понимается нагрузка, вызывающая недопустимое пластическое деконструкции, формирование оцениваемое с использованием какого-либо критерия, т.е. по сути это то же, что предельная пластическая нагрузка.

Процедура определения предельной нагрузки базируется на построении характеристической кривой «параметр нагрузки *q* – деформационный параметр б», являющейся показательной с точки зрения упругопластического деформирования конструкции. В известных нормах прочности [1-3] принято использование двух способов определения предельной нагрузки по кривой  $q - \delta$ : двойного упругого наклона и пересечения касательных (рис. 1), которые являются эмпирическими процедурами. Процедура применения первого способа показана на рис. 1, а: из начала координат проводится прямая под углом ф, к оси нагрузки исходя из условия tg  $\phi_2=2$ tg  $\phi_1$ , где  $\phi_1$ угол между осью нагрузки и прямой линейного участка кривой; значение предельной нагрузки определяется как ордината точки пересечения кривой и прямой двойного наклона. При использовании второго способа значение предельной нагрузки определяется как ордината точки пересечения прямой начального линейного участка и касательной, проведенной к участку кривой, характеризующей пластическое деформирование конструкции (см. рис. 1,  $\delta$ ).

В работе [10] предложен еще один способ, основанный на критерии «пластической работы»: в качестве деформационного параметра используется пластическая работа  $W_p$  в конструкции, а определение предельной нагрузки проводится с применением эмпирической процедуры – способа пересечения касательной с осью ординат (рис. 1, *в*). В развитие критерия пластической работы в работе [11] рассмотрен критерий «кривизны пластической работы», однако его применение не имеет четкого физического обоснования.

Отметим некоторые характерные особенности этих трех способов. Способ двойного



Рис. 1. Определение предельной пластической нагрузки: a – по способу двойного наклона; б – по способу пересечения касательных; в – с использованием критерия пластической работы

упругого наклона накладывает наиболее жесткое ограничение для предельной нагрузки: она выбирается из условия, что деформационный параметр достигает величины, равной удвоенному значению этого параметра при упругом деформировании конструкции. Например, для кривой «нагрузка – деформация» критерий определения предельной нагрузки по этому способу соответствует условию равенства упругой и пластической составляющих деформаций в точке.

Способ пересечения касательных и способ, соответствующей предельной нагрузке на основе критерия пластической работы имеют очевидный недостаток – зависимость результата от выбора точки на кривой для проведения касательной, что может привести к заметной погрешности в определении предельной нагрузки. Например, в нормах EN 13445 [3] рекомендуется при отсутствии точки максимума на участке кривой касательную проводить через точку, где максимальная главная деформация не превышает 5 %. Таким образом, в настоящее время все процедуры определения предельной нагрузки являются эмпирическими.

# Выбор деформационного параметра

Деформационные параметры, используемые в характеристических кривых, условно можно разделить на два вида: локальные и интегральные. Эти параметры должны адекватно отражать развитие текучести в элементарном объеме материала или процесс упругопластического деформирования конструкции в целом. Локальный параметр выбирается для точки (элементарного объема тела), например в виде компоненты деформации, наибольшей главной деформации или компоненты перемещения в точке. Достоинство локального деформационного параметра заключается в том, что отслеживается его изменение, как правило в зоне наиболее интенсивного развития пластических деформаций, а недостаток – в том, что это изменение может быть знакопеременным, и это приводит к немонотонной зависимости  $q - \delta$  (использование отмеченных способов определения предельной нагрузки  $q_{\rm пр}$  становится невозможным) или сильно нелинейной зависимости  $q - \delta$ , что затрудняет корректное определение  $q_{\rm пр}$ .

В связи с этим при расчетном анализе, на наш взгляд, в качестве локальных параметров лучше использовать такие величины, как интенсивность деформаций, интенсивность пластических деформаций или удельная пластическая работа, которые всегда являются положительными и возрастающими. При экспериментальном исследовании лучше использовать наибольшую компоненту деформации, так как это приводит к наименьшей погрешности ее определения (например, в методе электротензометрии; при этом желательно использовать дублирующие тензодатчики). В то же время следует отметить, что в точках максимальных деформаций возможно отличие расчетных результатов и экспериментальных данных (особенно, при использовании тензометрии), что может сказаться на конечной величине определяемой предельной нагрузки.

52

Из предложенных к настоящему времени деформационных параметров к интегральным можно отнести пластическую работу для конструкции в целом и характерное перемещение в такой зоне конструкции, которая выбирается вне области пластического деформирования конструкции. Достоинством интегрального деформационного параметра является то, что он всегда возрастающий, и как следствие, характеристическая кривая  $q - \delta$  является монотонно возрастающей. Если таким параметром является перемещение, то кривая имеет четкий начальный линейный участок, что облегчает применение существующих способов определения предельной нагрузки.

### Критерий максимума скорости изменения относительной пластической работы

Дальнейший анализ выполнен для пересекающихся оболочек, нагруженных внутренним давлением, так как для многих конструкций такая нагрузка является основной при их эксплуатации. На основе расчетных исследований различных соединений пересекающихся оболочек, на наш взгляд, для определения предельного пластического давления предпочтительным является использование интегрального деформационного параметра – пластической работы. Этот параметр выгодно отличается от других по следующим соображениям: а) является объективным и показательным индикатором механизма развития пластической деформации в конструкции и постепенного изменения ее поведения в процессе нагружения; б) следствием вышеотмеченного является получение гладкой кривой  $q - W_{r}$ ; в) применим при действии одной нагрузки и при комбинированном нагружении.

В данной работе этот критерий развивается, чтобы обосновать процедуру определения предельного давления. Для этого рассмотрим некоторые обобщенные величины, характеризующие упругопластическое деформирование конструкции (соединения пересекающихся оболочек).

Удельная работа пластических деформаций  $\overline{W}_{p}$  и удельная полная работа деформаций  $\overline{W}$  (в элементарном объеме) [12], полная пластическая работа  $W_{p}$  и полная работа деформаций W в конструкции при расчете по МКЭ определяются следующим образом:

$$\overline{W}_{p} = \int \sigma_{i} d\varepsilon_{i}^{p}; \qquad (1)$$

$$W_p = \sum_{N_{pe}} W_p^e = \sum_{N_{pe}} \int_{V^e} \overline{W_p} \ dV; \qquad (2)$$

$$W = \int \sigma_i d\varepsilon_i + 0,5K\theta;$$
$$W = \sum_{N_e} W^e = \sum_{N_e} \int_{V^e} \overline{W} dV,$$
(3)

где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $\varepsilon_i^p$  – интенсивность пластических деформаций;  $\varepsilon_i$  – интенсивность деформаций; K – объемный модуль упругости;  $\theta$  – объемная деформация;  $N_{pe}$  – число элементов, в которых наступило состояние текучести;  $N_e$  – общее число элементов;  $V^e$  – объем элемента.

Здесь *К* является общей величиной, а  $\theta$  – локально интегрированной величиной.

Для анализа процесса упругопластического деформирования соединения пересекающихся оболочек введем такие параметры, как:

- относительная пластическая работа

$$C_p = W_p / W; (4)$$

– скорость возрастания относительной пластической работы при увеличении нагрузки (давления *p*)

$$C_p = dC_p / dp.$$
 (5)

Параметр  $C_p$  ( $0 \le C_p \le 1$ ) является интегральным показателем, причем функция  $C_p(p)$  является всегда монотонно возрастающей.

Как показали расчетные исследования для различных соединений пересекающихся оболочек, зависимость  $C_{p}(p)$  изменяется немонотонно и имеет локальный максимум при некотором давлении. Наличие такого максимума можно объяснить следующим образом. Вследствие особенностей напряженного состояния, отмеченных выше, первые пластические деформации появляются в относительно малой области наибольших напряжений, затем происходит их развитие – по толщине оболочек, вдоль области пересечения и от нее. Вначале величина пластической работы интенсивно возрастает в связи с активным перераспределением напряжений в области пластических деформаций. Максимум величины  $C'_{p}$  характеризует установление механизма пластического деформирования. Как показывает расчетный анализ, при дальнейшем увеличении нагрузки скорость возрастания полной работы W определяется скоростью возрастания пластической работы  $W_p$ . Затем происходит уменьшение скорости изменения относительной пластической работы.

В связи с этим для определения предельной пластической нагрузки (*p*<sub>пр</sub>) предлагается ис-

пользовать условие максимума функции  $C_p(p)$ , т.е. критерий максимума скорости изменения относительной пластической работы.

Практически определение предельной пластической нагрузки осуществляется следующим образом. По результатам расчета для «программы нагружения» (заданных значений нагрузки  $p_j, j = 1, ..., n$ ) вычисляются значения параметра  $C_{p,j}$  согласно выражениям (1)–(4). Затем по полученным табличным значениям ( $C_{p,j}, p_j$ ) строится кубическая сплайн-аппроксимация функции  $C_p(p)$  и находится ее производная  $C'_p(p)$ . Используя итерационную процедуру, определяется значение нагрузки ( $p_{np}$ ), при котором производная достигает максимума.

## Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных результатов

Рассмотрим использование предлагаемого критерия для определения предельного давления в пересекающихся цилиндрических оболочках для экспериментальных моделей, результаты испытания и исследования которых опубликованы в работе [13]. Результаты экспериментальных исследований представлены для двух стальных моделей сосудов с патрубком, нагруженных внутренним давлением. Первая модель состоит из цилиндрического сосуда с приваренным патрубком, сосуд и патрубок имеют эллиптические днища. Вторая модель имеет такие же структурные части, но сосуд дополнительно укреплен приварным накладным кольцом (рис. 2, днища для упрощения не показаны).

Экспериментальные модели имели следующие геометрические размеры (см. рис. 2): D=606 мм, d=319 мм, H=h=6 мм, l=600 мм, L=1200 мм,  $H_{\rm H}=6$  мм,  $L_{\rm H}=112,5$  мм,

где D, H - диаметр срединной поверхности и толщина стенки сосуда; d, h – диаметр срединной поверхности и толщина стенки патрубка; l – длина патрубка; L – длина половины сосуда;  $L_{\rm H}, H_{\rm H}$  – ширина и толщина накладного кольца.

Сосуд изготовлен из стали Q235-A со следующими механическими свойствами: модуль Юнга E = 200 ГПа; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ ; предел текучести  $\sigma_{\rm r} = 339,4$  МПа; предел прочности  $\sigma_{\rm s} = 490$  МПа; диаграмма условных напряжений  $\sigma - \varepsilon$  материала приведена в работе [13]. Экспериментальные исследования проводились с применением метода электротензометрирования, для нескольких тензоточек на сосуде и патрубке в работе [13] приведены кривые  $p - \varepsilon_{\varphi}$  (давление – окружная деформация). Наибольшие напряжения для этих моделей имеют место в главной плоскости соединения (плоскости, проходящей через оси обеих оболочек) в области пересечения оболочек (зона *A* на рис. 2).

Таким образом, экспериментальный сосуд давления с патрубком представляет собой радиальное соединение цилиндрических оболочек [5] и характеризуется такими относительными геометрическими параметрами:

 $d/D=0,526, D/H=101, h/H=1, H_{H}/H=1.$ 

При расчетном анализе с использованием вычислительной программы *SAIS* применяли диаграмму истинных напряжений  $\sigma_{\mu} - \varepsilon_{\mu}$ , параметры которой определяли по формулам [14]:

$$\sigma_{\mu} = \sigma(1+\varepsilon), \ \varepsilon_{\mu} = \ln(1+\varepsilon),$$
 (6)

а диаграмма была представлена в виде полигональной аппроксимации по 14 точкам. С учетом симметрии соединения относительно продольной и поперечной плоскостей расчет выполнялся для <sup>1</sup>/4 части соединения. Реальная модель имела сварной шов в зоне присоединения патрубка к сосуду (размеры шва указаны в работе [13]), который учитывался в расчете применением элементов оболочки переменной толщины.

Расчетное определение предельного давления  $p_{\rm пp}$  осуществлялось с использованием различных характеристических кривых, деформационных параметров, способов и критериев (способов двойного упругого наклона и пересечения касательных, критерия пластической работы; критерия удельной пластической работы с использованием кривой  $p - \overline{W}_p$ , критерия максимума скорости относительной пластической работы). Расчетные кривые  $p - \varepsilon_{\varphi}$ 



Рис. 2. Экспериментальная модель 2: 1 – сосуд; 2 – патрубок; 3 – накладное кольцо

строились для точек конечно-элементных моделей соединения, соответствующих тензоточкам на экспериментальной модели (на наружной поверхности сосуда или накладного кольца на расстоянии 14 мм от поверхности патрубка в главной плоскости). В качестве примера, определение предельного давления для модели 1 (без накладного кольца) с использованием критерия максимума скорости относительной пластической работы показано на рис. 3.

Значения предельного давления  $p_{\rm np}$ , полученные по экспериментальным и расчетным данным, приведены в табл. 1. (Для определенности, в расчетном анализе принято, что при использовании графических способов нахождения  $p_{\rm np}$  касательная к характеристической кривой проводится в точке, соответствующей значению максимальной интенсивности деформаций 5 %.)

Сравнение этих результатов показывает, что предлагаемый критерий для определения предельного давления хорошо согласуется как с экспериментальными, так и с расчетными результатами, полученными другими способами. Как уже отмечалось, возможно бо́льшее отличие расчетных и экспериментальных результатов, если бы использовались данные для максимальной деформации (в точке *A* на рис. 2).

# Сравнение способов определения предельного давления

Напряженно-деформированное состояние в радиальных соединениях пересекающихся цилиндрических оболочек зависит от комплекса относительных геометрических параметров

$$d/D, h/H, D/H.$$
(7)

При упругопластическом анализе кроме параметров (7) на величину предельной нагрузки оказывают влияние свойства материала, в том числе и такая его интегральная характеристика, как диаграмма деформирования.

С использованием программы *SAIS* проведен сравнительный анализ использования различных деформационных параметров при определении предельной нагрузки. Кроме того, для радиальных соединений пересекающихся цилиндрических оболочек выполнено исследование влияния параметра *d/D* на величину предельного давления.

Расчет проводился для неукрепленных радиальных соединений с параметрами D/H=60, h/H=1, l/d=2, L/D=2. В расчете варьировалось значение параметра отношения диаметров в пределах  $0,1 \le d/D \le 0,7$ , что соответствует применяющимся в промышленности конструкциям сосудов давления с патрубками. Принято, что материал оболочек – сталь 20, механические



#### Таблица 1

Предельное пластическое давление  $p_{_{III}}$  (МПа) для экспериментальных моделей

Номер модели	Эксперим	ент [13]	Pacyer, SAIS						
	<i>р</i> –е <sub>,</sub> , ДУН	$p-\varepsilon_{\varphi}, \Pi K$	<i>р</i> –ε <sub>,</sub> , ДУН	$p-\varepsilon_{\varphi}, \Pi K$	$p-W_{p}$ , ПКО	$C'_p - p$	$p - \overline{W}_{p, \max}$ , ПКО		
1	2,85	3,10	2,75	2,85	3,10	3,05	2,90		
2	4,00	4,40	3,75	3,96	4,12	4,50	3,85		
Примечание. ДУН – способ двойного упругого наклона; ПК – способ пересечения касательных; ПКО – способ пересечения оси ординат касательной.									

свойства и диаграмма условных напряжений которой получены при испытании стандартных образцов в лаборатории сопротивления материалов ФГБОУ ВПО «МГИУ»:  $\sigma_{\rm B} = 465$  МПа,  $\sigma_{\rm T} = 309$  МПа, E = 210 ГПа. В расчете использовалась реальная диаграмма условных напряжений, имеющая площадку текучести. Значения напряжений и деформаций в выбранных точках (для части диаграммы до точки пластической неустойчивости) приведены в табл. 2; истинные напряжения и деформации определялись по формулам (6).

Кроме предлагаемой зависимости  $C_p - p$  построение характеристической кривой соединения осуществлялось с применением следующих локальных и интегральных деформационных параметров: максимальной интенсивности деформации  $\varepsilon_{i,\max}$ , максимальной удельной пластической работы  $\overline{W}_{p,\max}$ , полной пластической работы  $\overline{W}_p$ , осевого перемещения  $u_n$  точки торцевого сечения патрубка.

Для рассматриваемых соединений в табл. 3 приведены значения предельного давления, представленного в относительной форме:

$$\overline{p}_{\rm np} = \frac{p_{\rm np}}{p_{\rm T}}, \quad p_{\rm T} = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{\rm T}}{D/H}, \quad (8)$$

где  $p_{\rm T}$  – давление, при котором интенсивность напряжений в основной оболочке (сосуде) без отверстия становится равной пределу текучести ( $\sigma_i = \sigma_r$ ).

Предельные давления, полученные с применением различных характеристических кривых и способов, имеют довольно близкие значения. Исключением является использование кривой  $p - \varepsilon_{i, \max}$  и способа двойного упругого наклона: в этом случае получены наименышие значения  $\overline{p}_{\rm m}$ , так как используется наиболее сильно изменяющийся локальный деформационный параметр. Применение предлагаемого критерия максимума скорости изменения относительной пластической работы приводит к стабильным результатам, хорошо согласующимся с результатами по другим критериям. При этом нет необходимости графических построений для характеристической кривой. Кроме того, можно отметить, что в качестве локального деформационного параметра предпочтительнее использовать максимальную удельную пластическую работу, дающую наиболее взвешенную оценку локального процесса развития пластических деформаций.

### Заключение

Применение упругопластического анализа при определении предельной нагрузки для конструктивных соединений пересекающихся оболочек является современным подходом, обеспечивающим обоснованные результаты. В работе предложен новый способ расчетного определения предельного давления – на основе критерия максимума скорости изменения относительной пластической работы, являющегося объективным интегральным показателем процесса упругопластического деформирования конструкции. Кроме того, в качестве локального деформационного параметра для применяющихся процедур рационально использовать максимальную удельную пластическую работу. Ре-

Таблица 2

Параметр	Номер точки											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
σ, МПа	0	309,0	309,1	309,4	371,8	405,3	427,0	441,4	450,6	456,5	459,6	465,0
ε·10 <sup>2</sup>	0	0,147	1,13	2,11	3,89	5,76	7,66	9,59	11,53	13,48	15,44	17,38

Диаграмма условных напряжений стали 20

Таблица 3

Относительное предельное пластическое давление  $\overline{p}_{_{\rm пp}}$  для расчетных моделей

	Характеристическая кривая, способ определения $p_{\rm np}$						
d/D	$C_p'-p$	$p-W_p$ , ПКО	<i>р–и<sub>n</sub></i> , ДУН	<i>р–и<sub>n</sub></i> , ПК	<i>р</i> –ε <sub>і,max</sub> , ДУН	$p-\varepsilon_{i,\max}$ , ПК	$p - \overline{W}_{p, \max}$ , ПКО
0,1	0,975	0,973	0,964	0,960	0,858	0,939	0,947
0,3	0,726	0,707	0,688	0,704	0,584	0,671	0,688
0,5	0,508	0,494	0,504	0,502	0,425	0,471	0,478
0,7	0,404	0,396	0,417	0,417	0,358	0,371	0,375

56

зультаты проведенных исследований могут быть использованы при проектировании и прочностных расчетах сосудов давления с патрубками.

Следует отметить, что используемые критерии применимы только для оценки нагрузки, характеризующей заметное пластическое деформирование оболочек конструктивного соединения, но не предельной разрушающей нагрузки для сосудов. Определение разрушающей нагрузки в сосудах давления является предметом проводимых дальнейших исследований.

### Список литературы

- 1. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code. Sections II and VIII. New York, 2004.
- BSI. PD 5500:2006 Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels. London: British standards Institution, 2006.
- 3. EN 13445. Unfired Pressure Vessels. Part 3: Design. European Committee for Standardisation (CEN), 2002.
- ГОСТ Р 52857.1–2007. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Укрепление отверстий в обечайках и днищах при внутреннем и внешнем давлениях. – М.: Стандартинформ, 2008. – 26 с.
- Скопинский В.Н. Напряжения в пересекающихся оболочках. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.
- Берков Н.А., Скопинский В.Н. Упругопластическое деформирование пересекающихся цилиндрических оболочек // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 4. С. 44–51.

- Скопинский В.Н., Берков Н.А., Вожова Н.В. Упругопластический анализ напряжений в пересекающихся цилиндрических оболочках, укрепленных накладным кольцом // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 4. С. 14–18.
- Скопинский В.Н. К проблеме определения предельной пластической нагрузки для пересекающихся оболочек // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 6. С. 18–21.
- Gerdeen J.C. A critical evaluation of plastic behavior data and a unified definition of plastic loads for pressure components // WRC Bulletin. 1979. No. 254. P. 1–64.
- Muscat M., Mackenzie D., Hamilton R. A work criterion for plastic collapse // Int. J. Press. Vessel and Piping. 2003. Vol. 80. No. 1. P. 49–58.
- Mackenzie D., Li H. A plastic load criterion for inelastic design by analysis // J. Press. Vessels Tecnol. 2006. Vol. 128. No. 1. P. 39–45.
- 12. Ильюшин А.А. Пластичность. М.: ГИТТЛ, 1948. 376 с.
- Xue L, Widera G.E.O., Sang Z.F. Influence of pad reinforcement on the limit and burst pressures of a cylinder-cylinder intersection // J. Press. Vessels Tecnol. 2003. Vol. 125. No. 2. P. 182–187.
- 14. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

Материал поступил в редакцию 20.04.2011

СКОПИНСКИЙ	Профессор, доктор технических наук. Заведующий кафедрой сопротивления
Вадим Николаевич	материалов ФГБОУ ВПО «МГИУ». Специалист в области механики тонкостенных
E-mail: skopin-j@mail.msiu.ru	оболочек, численных методов анализа. Автор монографии и более 120 научных
Тел.: +7 (495) 620-39-89	трудов.
БЕРКОВ Николай Андреевич E-mail: berkov@mail.ru Тел.: +7 (495) 620-39-28	Кандидат технических наук, доцент кафедры общей и прикладной математики ФГБОУ ВПО «МГИУ». Область научных интересов – теория упругости и теория оболочек, численные методы анализа. Автор 25 научных трудов.
ВОЖОВА	Научный сотрудник отдела прочности и математического моделирования ОАО
Наталья Вячеславовна	«ВНИИНЕФТЕМАШ», аспирантка ФГБОУ ВПО «МГИУ». Область научных инте-
E-mail: bagaeva_80@list.ru	ресов – прочностной анализ сосудов и аппаратов, применение метода конеч-
Тел.: +7 (495) 620-39-89	ных элементов. Автор пяти научных трудов.