

ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА С НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫМ ТЛЕЮЩИМ РАЗРЯДОМ

А. Н. Шемякин, М. Ю. Рачков, М. Ю. Якимов



ШЕМЯКИН
Андрей
Николаевич

Научный сотрудник лаборатории лазерных разрядов Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. Специалист в области автоматизации научных экспериментов, приборов и лазерного технологического оборудования. Член Коллегии национальных экспертов стран СНГ по лазерам и лазерным технологиям. Автор 15 научных работ.



РАЧКОВ
Михаил
Юрьевич

Доктор технических наук, профессор, академик Российской академии космонавтики. Заведующий кафедрой «Автоматика, информатика и системы управления» Московского государственного индустриального университета. Член Учебно-методического совета по автоматизации машиностроения Минобрнауки РФ. Специалист в области автоматизации, робототехники и измерительных систем. Автор более 260 работ, в том числе 12 книг и более 60 изобретений.



ЯКИМОВ
Михаил
Юрьевич

Кандидат физико-математических наук. Старший научный сотрудник лаборатории лазерных разрядов Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. Специалист в области газоразрядной плазмы, лазеров, лазерных технологий, оптических измерений. Автор 35 научных трудов.

Введение

Основным параметром, который необходимо контролировать в процессе лазерной обработки на технологическом комплексе, является мощность лазерного излучения и ее стабильность во время технологической операции. Для измерения мощности лазерного излучения необходим приемник излучения, который преобразует излучение в электрический сигнал, подлежащий измерению. Существующие приемники

излучения работают на различных физических принципах, но наибольшее распространение получили фотоэлектрические и тепловые приемники, которые достаточно полно описаны в работах [1, 2].

Среди фотоэлектрических приемников, работающих в ИК-области спектра, можно выделить фоторезисторы и фотодиоды на основе германия и фоторезисторы на основе соединений кадмий-ртуть-теллур. Действие фоторезисторов основано на изменении проводимости в полупроводниках при поглощении света. В работе [3] модуляция лазерного излучения за счет импульсов ионизации исследовалась приемником излучения с использованием фоторезистора ФСГ-22-3А1 на основе германия, легированного золотом и ртутью. Данный фоторезистор представляет собой фотоэлектрическое вакуумное устройство, выполненное в виде сосуда Дьюара с выходным окном из просветленного германия. Фоторезистор работает при температуре 50 К и требует охлаждения жидким азотом. К достоинствам фотоэлектрических приемников следует отнести высокие быстродействие и чувствительность. Основным недостатком является необходимость охлаждения фоточувствительного элемента жидким азотом, что существенно затрудняет практическое использование этого приемника, ограничивая его область экспериментальных исследований.

Действие теплового приемника основывается на его нагреве под действием лазерного излучения. При этом происходит изменение термо-чувствительного параметра приемника, например электрического сопротивления, изменение спонтанной поляризации или появление термоЭДС.

Традиционными тепловыми приемниками излучения являются металлические и полупроводниковые болометры. В металлических болометрах используется температурная зависимость сопротивления металлической пленки. Наилучшие характеристики имеют никелевые и висмутовые болометры с коэффициентом преобразования 3–11 В/Вт [4]. Температурный коэффициент сопротивления, а, следовательно, и коэффициент преобразования полупроводниковых болометров значительно выше, чем у металлических болометров. Например, у полупроводникового болометра БН-10С коэффициент преобразования составляет 40 В/Вт [5].

К достоинствам болометров следует отнести широкий спектральный диапазон, высокую чувствительность и относительную простоту применения. Основным недостатком болометров является высокая инерционность. К примеру, постоянная времени болометра БН-10С составляет 0,2 с.

Работа пироэлектрических приемников основывается на возникновении зарядов на особых гранях нецентросимметричных кристаллов при изменении их температуры. Выходной сигнал пироэлектрических приемников пропорционален скорости изменения температуры чувствительного элемента, что обуславливает их высокое быстродействие (10^{-11} – 10^{-12} с), сравнимое с быстродействием лучших фотоэлектрических приемников [6]. Достоинствами пироэлектрических приемников являются высокое быстродействие и чувствительность. К основным недостаткам следует отнести необходимость модуляции при измерении непрерывного излучения. Вращающиеся модуляторы могут неравномерно ответвлять мощность на пироэлектрический приемник и вносить недопустимые пульсации в проходящее лазерное излучение.

Все перечисленные выше приемники излучения не позволяют непосредственно измерять мощность лазерного излучения. На них подается только небольшая часть (0,01–1%) мощности с помощью ответвителей, которые вносят дополнительные погрешности и снижают точность измерений.

Примером непосредственного измерения могут служить преобразователи мощности лазерного излучения ТИ-5 [7]. В качестве приемника излучения в них используется батарея косослойных медно-константановых термоэлементов, изолированных друг от друга. Последовательно соединенные термоэлементы в батарее образуют приемную площадку. При поглощении излучения в термоэлементах возникает тепловой поток, который вызывает появление термоЭДС и возникновение разности потенциалов между концевыми выводами термобатареи. Преобразователь ТИ-5А может измерять мощность лазерного излучения до 800 Вт. К недостаткам преобразователя можно отнести невысокое быстродействие. Предельное время установления показаний по уровню 0,99 составляет 5 с.

Перспективными быстродействующими приемниками для непосредственного измерения

мощности лазерного излучения являются термоэлектрические приемники с анизотропией термоЭДС в пленках на основе висмута, теллура или других материалов, сформированных при наклонном угле конденсации [8]. Принцип действия приемника заключается в возникновении термоЭДС в плоскости анизотропной пленки вследствие температурного градиента, создаваемого нагревом внешней поверхности пленки поглощенным излучением. Основными преимуществами таких приемников являются непосредственное измерение мощности широкоапертурного интенсивного излучения и высокое быстродействие. Поэтому для измерения мощности лазерного излучения был выбран термоэлектрический приемник с анизотропией термоЭДС.

Экспериментальные исследования

Прежде чем перейти к экспериментальному исследованию мощности лазерного излучения технологического комплекса с несамостоятельным тлеющим разрядом, необходимо исследовать характеристики выбранного приемника излучения и убедиться в достижении требуемой точности измерений.

В работе исследовалось термоэлектрическое зеркало-приемник (рис. 1) с анизотропией термоЭДС [9, 10].

На теплопроводящую подложку из кремния нанесены контактные площадки для съема термоЭДС и термочувствительная анизотропная пленка, сформированная при наклонном угле конденсации. Зеркало-приемник совмещает в себе функции оптического зеркала и быстродействующего приемника излучения. Его характеристики указаны в табл. 1.

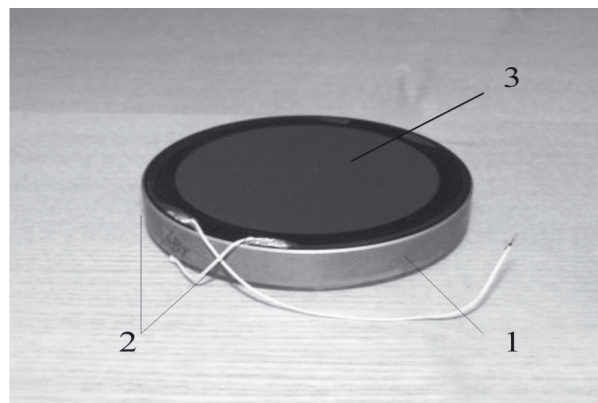


Рис. 1. Зеркало-приемник лазерного излучения:
1 – подложка; 2 – контактные площадки;
3 – термочувствительная анизотропная пленка

Эталонным методом измерения мощности лазерного излучения является калориметрический метод. Излучение полностью поглощается водоохлаждаемым калориметром и переходит в тепло.

Мощность лазерного излучения равна

$$W = \Delta T \cdot r \cdot C,$$

где ΔT – разность температур на выходе и входе калориметра, °C; r – массовый расход воды, кг/с; C – теплоемкость воды, Дж/кг/°C.

Отсюда, например, при $W=3000$ Вт, $r=0,0166$ кг/с и $C=4182$ Дж/кг/°C, разность температур на выходе и входе калориметра будет равна $\Delta T = \frac{W}{rC} = 43$ °C.

В соответствии со схемой эксперимента (рис. 2) лазерное излучение подается на зеркало-приемник, отражается им и поступает в калориметр.

Таблица 1

Характеристики зеркала-приемника лазерного излучения

Параметр	Значение
Диаметр подложки, мм	63
Диаметр оптический, мм	50
Толщина подложки, мм	10
Материал подложки	Кремний
Форма отражающей поверхности	Плоская
Коэффициент отражения на длине волны 10,6 мкм, %	не менее 99
Чувствительность, мВ/кВт	не менее 0,5
Внутреннее сопротивление, Ом	не более 100
Постоянная времени, с	$10^{-5} - 10^{-6}$

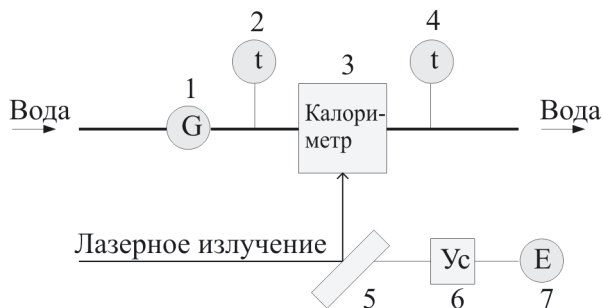


Рис. 2. Схема эксперимента:

- 1 – регулятор расхода воды; 2, 4 – термопары;
3 – калориметр; 4 – термопара;
5 – зеркало-приемник; 6 – усилитель;
7 – вольтметр

Регулятор расхода воды обеспечивает постоянный расход воды через калориметр, равный 1 л/мин. Термопары измеряют температуру воды на входе и выходе калориметра. Сигнал с зеркала-приемника поступает на усилитель и измеряется вольтметром.

Измерения проводились на экспериментальной лазерной установке (рис. 3) с быстрой осевой прокачкой мощностью 4 кВт [11].

Лазерное излучение подается на водоохлаждаемый поворотный блок с зеркалом-приемником, отражается им и поступает в калориметр. Сигнал с зеркала-приемника поступает на усилитель и измеряется вольтметром.

Основной деталью калориметра является поглощающий конус, который охлаждается водой.

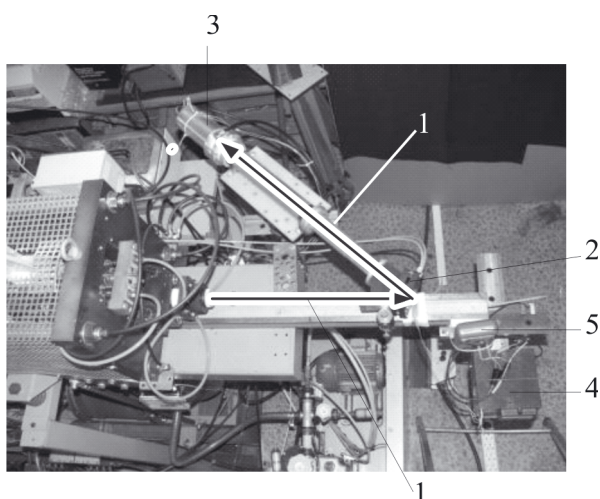


Рис. 3. Общий вид экспериментальной установки: 1 – лазерное излучение; 2 – зеркало-приемник; 3 – калориметр; 4 – усилитель; 5 – вольтметр

Вода подается на вершину конуса, проходит по специальным канавкам на его поверхности и отводится от конуса. Расход воды контролируется регулятором по показанию ротаметра.

Температуру воды на входе и выходе калориметра измеряют восемь термопар, которые равномерно расположены по потоку. Разностный сигнал с термопар калориметра усиливается, нормируется и выводится на индикатор, который показывает мощность излучения в кВт.

Результаты эксперимента и их обработка

Для исследуемого зеркала-приемника было проведено три измерительных эксперимента. В первом эксперименте исследовался диапазон мощности от 0 до 2 кВт. Во втором и третьем экспериментах зеркало-приемник исследовалось в диапазоне мощности от 0 до 3 кВт.

Снимались показания мощности лазерного излучения, измеренной калориметрическим методом, и сигнал с зеркала-приемника, измеренный вольтметром. Для изучения зависимости сигнала с зеркала-приемника (x_i) от мощности лазерного излучения (y_i) применим методы корреляционного анализа [12]. Экспериментальные данные и результаты их предварительной обработки приведены в табл. 2. Для краткости изложения в таблице представлено только каждое четвертое измерение. Значения мощности лазерного излучения, измеренной калориметрическим методом, уменьшены на величину систематической ошибки измерения в 10 Вт, которая была выявлена в процессе экспериментов.

Произведено $n=86$ измерений. После обработки экспериментальных данных получены следующие результаты:

эмпирические средние значения

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 1,1401, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = 1,1472;$$

эмпирические дисперсии

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2 n \right] = 0,7391,$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - (\bar{y})^2 n \right] = 0,7157;$$

эмпирический корреляционный момент

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) =$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y} n \right] = 0,7270.$$

Таблица 2

Экспериментальные данные

№	Мощность W , измеренная калориметрическим методом, кВт, x_i	x_i^2	Сигнал с зеркала- приемника U , В, y_i	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	3,05	9,3025	2,96	8,7616	9,0280
5	2,95	8,7025	2,88	8,2944	8,4960
9	2,40	5,7600	2,35	5,5225	5,6400
13	2,11	4,4521	2,08	4,3264	4,3888
17	1,91	3,6481	1,89	3,5721	3,6099
21	1,81	3,2761	1,83	3,3489	3,3123
25	1,59	2,5281	1,63	2,6569	2,5917
29	1,46	2,1316	1,47	2,1609	2,1462
33	1,35	1,8225	1,36	1,8496	1,8360
37	1,21	1,4641	1,23	1,5129	1,4883
41	1,09	1,1881	1,13	1,2769	1,2317
45	0,94	0,8836	0,96	0,9216	0,9024
49	0,83	0,6889	0,84	0,7056	0,6972
53	0,72	0,5184	0,74	0,5476	0,5328
57	0,62	0,3844	0,63	0,3969	0,3906
61	0,50	0,2500	0,50	0,2500	0,2500
65	0,40	0,1600	0,40	0,1600	0,1600
69	0,31	0,0961	0,32	0,1024	0,0992
73	0,21	0,0441	0,22	0,0484	0,0462
77	0,15	0,0225	0,16	0,0256	0,0240
81	0,06	0,0036	0,06	0,0036	0,0036
86	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,0000
Суммы	98,05	174,6161	98,66	174,0208	174,2819

По этим оценкам определяется эмпирический коэффициент корреляции

$$r = \frac{1}{s_x s_y} s_{xy} = 0,9996.$$

Даже для независимых величин эмпирический коэффициент корреляции может оказаться отличным от нуля вследствие случайного рассеивания результатов измерения. Поэтому, прежде всего, следует проверить значимость коэффициента корреляции, т.е. отвергнуть гипотезу о некоррелированности рассматриваемых величин.

Значимость коэффициента корреляции проверяется путем сравнения произведения $|r|\sqrt{n-1}$ с его критическим значением $H(n, P)$ при заданном числе измерений n и надежности вывода P . Критические значения $H(n, P)$ приведены в [13]. Для нашего случая даны значения $H(n, P)$ при $n_0=80$ и $n_1=90$. Значение $H(n, P)$ при

$n=86$ вычисляется методом линейной интерполяции с точностью до 10^{-3} по формуле

$$H(n) = H(n_0) + [H(n_1) - H(n_0)] \frac{n - n_0}{n_1 - n_0} \cdot \frac{n_1}{n}$$

$$(n_0 < n < n_1).$$

При $n=86$ и $r=0,9996$ имеем $|r|\sqrt{n-1} = 9,216$, что значительно превосходит критическое значение $H(86, 0,999) = 3,215$ при надежности вывода 0,999. Следовательно, коэффициент корреляции является значимым, т.е. с надежностью вывода, большей 0,999, можно считать, что теоретический коэффициент корреляции отличен от нуля, зависимость между сигналом с зеркала-приемника и мощностью лазерного излучения существует и можно переходить к определению параметров функции регрессии.

Экспериментальные результаты, приведенные в табл. 2, представлены на рис. 4.

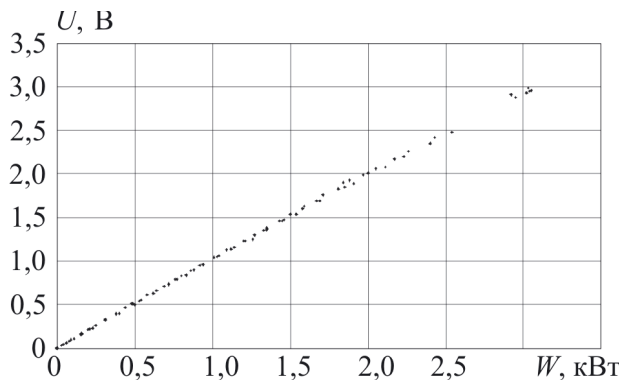


Рис. 4. Экспериментальная зависимость сигнала с зеркала-приемника от мощности лазерного излучения

Очевидно, что зависимость между сигналом с зеркала-приемника и мощностью лазерного излучения, поступающего на него, носит линейный характер, и задача сводится к определению параметров эмпирической прямой регрессии.

Эмпирическая прямая регрессии y на x записывается в виде уравнения

$$y - \bar{y} = r \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}),$$

причем

$$b_{y|x} = r \frac{s_y}{s_x}$$

есть эмпирический коэффициент регрессии y на x .

В нашем случае

$$b_{y|x} = r \frac{s_y}{s_x} = 0,9836,$$

и уравнение эмпирической прямой регрессии y

на x примет вид

$$y - 1,1472 = 0,9836(x - 1,1401)$$

или

$$y = 0,9836x + 0,0258.$$

Параметры этой линейной функции (рис. 5) удовлетворяют принципу наименьших квадратов по y : сумма квадратов отклонений измеренных значений y_i от рассчитанных по уравнению прямой регрессии меньше, чем сумма квадратов их отклонений от любой другой прямой.

Сумма квадратов отклонений измеренных значений y_i от рассчитанных по уравнению прямой регрессии y на x будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{y|x} &= \sum_{i=1}^n [y_i - \bar{y} - b_{y|x} (x_i - \bar{x})]^2 = \\ &= (n-1)s_y^2 (1-r^2) = 0,0518. \end{aligned}$$

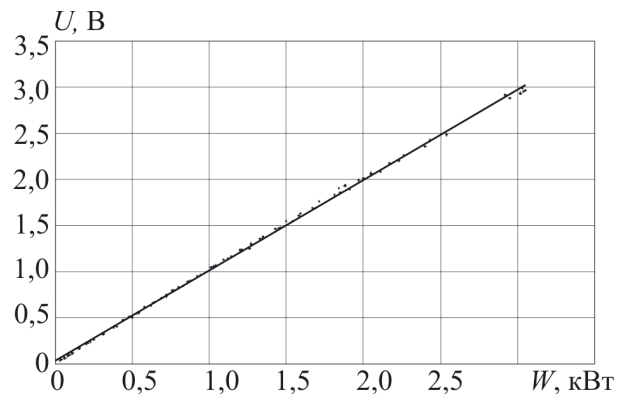


Рис. 5. Эмпирическая прямая регрессии y на x

Эмпирическая прямая регрессии x на y имеет уравнение вида

$$x - \bar{x} = r \frac{s_x}{s_y} (y - \bar{y}),$$

причем

$$b_{x|y} = r \frac{s_x}{s_y}$$

есть эмпирический коэффициент регрессии x на y .

В нашем случае $b_{x|y} = r \frac{s_x}{s_y} = 1,0158$,

и уравнение эмпирической прямой регрессии x на y имеет вид

$$x - 1,1401 = 1,0158(y - 1,1472)$$

или

$$x = 1,0158y - 0,0252.$$

Параметры этой линейной функции (рис. 6) удовлетворяют принципу наименьших квадратов по x : сумма квадратов отклонений измеренных значений x_i от рассчитанных по уравнению прямой регрессии меньше, чем сумма квадратов их отклонений от любой другой прямой.

Сумма квадратов отклонений измеренных значений x_i от рассчитанных по уравнению прямой регрессии x на y :

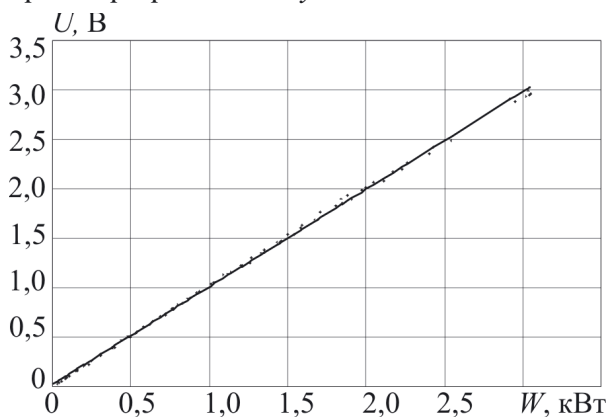


Рис. 6. Эмпирическая прямая регрессии x на y

$$S_{x|y} = \sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x} - b_{x|y} (y_i - \bar{y})]^2 =$$

$$= (n-1)s_x^2 (1-r^2) = 0,0535.$$

Обе эмпирические прямые регрессий (y на x и x на y) проходят через центр эмпирического распределения – точку $(\bar{x}=1,1401, \bar{y}=1,1472)$.

Эмпирические коэффициенты регрессий y на x и x на y связаны соотношением $b_{y|x} b_{x|y} = r^2 = 0,9991$.

Сумма квадратов отклонений измеренных значений от рассчитанных по уравнению прямой регрессии y на x $S_{y|x} = 0,0518$ меньше, чем по уравнению прямой регрессии x на y $S_{x|y} = 0,0535$, поэтому для описания зависимости сигнала с зеркала-приемника от мощности лазерного излучения выберем уравнение прямой регрессии y на x :

$$y - 1,1472 = 0,9836(x - 1,1401).$$

Рассчитаем доверительные оценки параметров прямой регрессии y на x при доверительной вероятности $P=95\%$. Если записать теоретическую прямую регрессию в виде

$$y = b + b_{y|x} (x - a),$$

то доверительными границами для b служат

$$\bar{y} \pm t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{(n-2)n}} = 1,1472 \pm 0,0053,$$

а доверительными границами для $b_{y|x}$ служат

$$b_{y|x} \pm t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{n-2}} \frac{1}{s_x \sqrt{n-1}} = 0,9836 \pm 0,0062,$$

где $t=t(P,k)$ – значение распределения Стьюдента при доверительной вероятности $P=95\%$ и числе степеней свободы $k=n-2=84$, $t=t(95\%, 84)=1,9886$.

Перейдем к вычислению доверительной оценки отклонения теоретической прямой регрессии от эмпирической при доверительной вероятности $P=95\%$. При фиксированном значении $x=x_0$ доверительные границы для теоретической прямой регрессии определяются формулой

$$\bar{y} + b_{y|x} (x_0 - \bar{x}) \pm t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{n-2}} \sqrt{1 + \frac{n(x_0 - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}}.$$

Для нашего случая

$$t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{n-2}} = 0,0494, \quad \frac{n}{(n-1)s_x^2} = 1,3688.$$

Тогда доверительные границы можно записать в виде

$$\pm t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{n-2}} \sqrt{1 + \frac{n(x_0 - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}} = \pm 0,0494 \sqrt{1 + 1,3688(x_0 - \bar{x})^2}.$$

Подставляя значения $x_0=x_i$ из табл. 2 в уравнение эмпирической прямой регрессии y на x и в формулу для доверительных границ, можно вычислить значения эмпирической прямой регрессии для сигнала с зеркала-приемника с 95% доверительными границами для теоретической прямой регрессии (рис. 7).

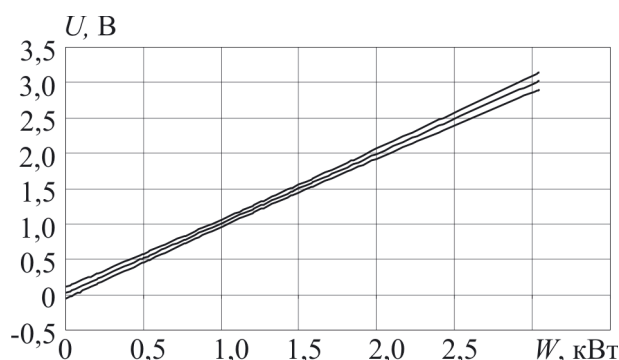


Рис. 7. Эмпирическая прямая регрессии для сигнала с зеркала-приемника вместе с 95% доверительными границами для теоретической прямой регрессии

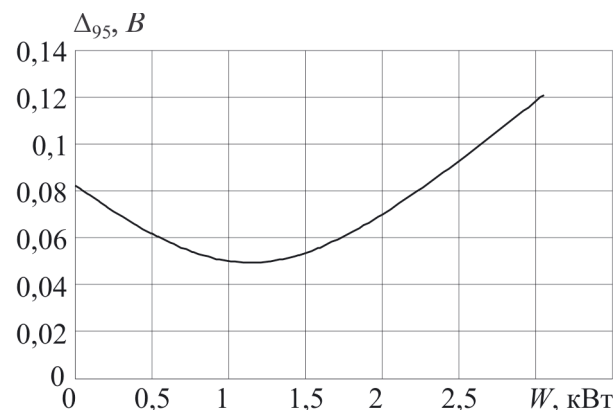


Рис. 8. Зависимость 95% доверительной границы (Δ_{95}) теоретической регрессии сигнала с зеркала-приемника от мощности лазерного излучения, поступающего на зеркало

Из графика на рис. 8 видно, что отклонение теоретической прямой регрессии от экспериментальной минимально при $x_i = \bar{x} = 1,1401$ и равно

$$t \sqrt{\frac{S_{y|x}}{n-2}} = 0,0494.$$

По мере удаления от среднего значения $\bar{x}$ отклонение теоретической прямой регрессии от экспериментальной увеличивается.

Заключение

Проведено экспериментальное исследование мощности лазерного излучения технологического комплекса с несамостоятельным тлеющим разрядом. Для получения теоретической зависимости сигнала с зеркала-приемника от мощности лазерного излучения применен метод корреляционного анализа. По результатам математической обработки полученных экспериментальных данных была выявлена сильная линейная корреляция между сигналом с зеркала-приемника и мощностью лазерного излучения, определены параметры эмпирической прямой регрессии, рассчитаны 95% доверительные оценки этих параметров и 95% доверительные границы для теоретической прямой регрессии.

Термоэлектрическое зеркало-приемник с анизотропией термоЭДС обладает линейной характеристикой в диапазоне мощности от 0 до 3 кВт и может быть использовано в качестве датчика при исследовании способа управления мощностью излучения лазерного комплекса путем изменения частоты импульсов ионизации.

Высокое быстродействие зеркала-приемника позволит использовать его при снятии отклика объекта управления на единичный скачок входного сигнала для оптимизации работы регулятора мощности излучения лазерного комплекса.

Список литературы

1. Справочник по лазерам. Т. 2. / Под ред. акад. А.М. Прохорова. – М.: Советское радио, 1978. – 400 с.
2. Технологические лазеры. Справочник. Т. 2. / Под ред. Г.А. Абильситова. – М.: Машиностроение, 1991. – 544 с.
3. Соловьев Н.Г. Экспериментальное исследование несамостоятельного тлеющего разряда в скоростном потоке газа и создание технологического CO_2 -лазера на замкнутом цикле // Дисс. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н. – М., 1986.
4. Кременчукский Л.С. Современные тепловые приемники излучения // ПТЭ. 1970. № 3. С. 12–33.
5. Берман А.Ш., Буйко Л.П., Весельницкий И.М., Фромберг А.Б., Черносвитова В.А. Новые термоэлементы и болометры // В кн.: Фотометрические измерения и их метрологическое обеспечение: Ротапринт ВНИИОФИ, 1974. С. 19–20.
6. Кременчукский Л.С., Шульга А.Я. Лазерные пироэлектрические приемные устройства: Препринт Института физика АН УССР, Киев, 1979. – 29 с.
7. Преобразователь мощности лазерного излучения ТИ-5А: Техническое описание и инструкция по эксплуатации КРПГ.433648.001 ТО. ГНПП «ИСТОК», Фрязино Моск. обл., 1993. – 12 с.
8. Андреев В.И., Грановский А.Б., Яковлев В.А. Малоинерционный неохлаждаемый приемник импульсного лазерного излучения // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. № 6. С. 1295–1296.
9. Глебов В.Н., Мананков В.М., Малютин А.М. и др. Термоэлектрическое зеркало-приемник лазерного излучения // Изв. РАН. Сер. физическая. 1993. Т. 57. № 12. С. 167–169.
10. Пат. РФ № 2031377. Термоэлектрический приемник излучения / Глебов В.Н., Малютин А.М., 1991.
11. В.П. Зимаков, А.Ю. Кедров, В.А. Кузнецов, Н.Г. Соловьев, А.Н. Шемякин, М.Ю. Якимов. Изучение условий стабильности комбинированного разряда в дозвуковом потоке газа с целью разработки нового поколения высокоэффективных лазеров с быстрой осевой прокачкой // Актуальные проблемы механики: механика жидкости, газа и плазмы: Сб. тр. Ин-т проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. – М.: Наука, 2008. С. 85–94.
12. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. – М.: ИЛ, 1956. – 664 с.
13. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

Уважаемые читатели!

**Журнал «Машиностроение и инженерное образование»
входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов
и изданий, в которых должны быть опубликованы основные
научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней
доктора или кандидата наук.**