

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО ПРИЗНАКАМ ДИНАМИЧЕСКОЙ АСИММЕТРИИ

К.Б. Алексеев, А.В. Шадян



АЛЕКСЕЕВ
Кир
Борисович

Доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика, информатика и системы управления» МГИУ. Специалист в области автоматического управления и автоматизации. Автор более 100 научных трудов и изобретений.

нительно к системам управления вращательными движениями, данное требование предполагает приложение к аппарату моментных воздействий относительно осей его главных моментов инерции (ГМИ). Однако несовпадение этих осей с осями связанной системы координат (ССК), являющихся осями приложения моментов, создает определенные трудности, рассмотрению которых посвящена данная работа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Использование космического летательного аппарата (КЛА) предполагает вполне опре-

ВВЕДЕНИЕ

Успехи в освоении космоса с помощью управляемых летательных аппаратов общеизвестны и свидетельствуют, в частности, о практическом решении проблемы построения систем управления движениями центра масс и вокруг центра масс космических аппаратов и околоземных спутников. С увеличением продолжительности космических полетов основным требованием к этим системам является минимизация энергетических затрат. Приме-



ШАДЯН
Армен
Владимирович

Аспирант кафедры «Автоматика, информатика и системы управления» МГИУ. Специализируется в области управления ориентацией околоземных спутников. Автор 2 научных статей.

деленную ориентацию его углового положения в пространстве. Требование, предъявляемое к точности ориентации, зависит от функционального назначения аппарата и реализуется с помощью системы управления его вращательными движениями путем приложения моментных воздействий к аппарату относительно жестко связанных с ним осей. При исследовании вращательных движений аппарата, рассматриваемого как абсолютно твердое тело, его динамические параметры определяются в виде тензора моментов инерции. В начале полета оси ССК являются также осями главных моментов инерции. При длительном полете, вследствие перераспределения массы аппарата, оси ГМИ расходятся с осями ССК, что и приводит к нарушению энергосберегающего управления ориентацией. Поскольку указанные отклонения двух систем координат невелики, для определения их взаимного положения в полете учитываются физические признаки динамической асимметрии в предположении, что влиянием внешних возмущений на вращение аппарата в интервале времени приложения моментных воздействий на аппарат с целью его идентификации [1–5] можно пренебречь.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕНЗОРА ИНЕРЦИИ ГИРОСТАТА

Введем в рассмотрение две системы координат: главных моментов инерции – $O\xi\eta\zeta$ и связанной системы координат $Oxuy$. Оси вращения маховиков совпадают с осями связанной системы координат (рис. 1).

Отметим, что приложение кинетического момента со стороны маховика $\vec{H}_M$ по одной оси вызывает равный кинетический момент корпуса аппарата $\vec{K}_a$ противоположного направления. Тогда в соответствии с законом сохранения кинетического момента [6, 7] запишем:

$$\begin{aligned} \vec{K}_a + \vec{H}_M &= \vec{0}, \\ \vec{K}_a &= \mathbf{I} \vec{\omega}, \quad \vec{H}_M = \mathbf{I}_M \vec{\Omega}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_M = [J_{M1}, J_{M2}, J_{M3}],$$

где $\mathbf{I}$ – симметрическая матрица моментов

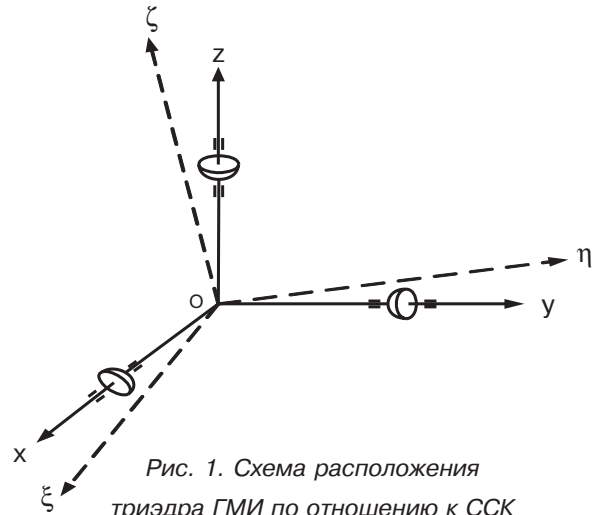


Рис. 1. Схема расположения триэдра ГМИ по отношению к ССК

инерции аппарата; J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} – осевые моменты инерции; $J_{xy}, J_{yx}, J_{xz}, J_{zx}, J_{yz}, J_{zy}$ – центробежные моменты инерции ($J_{xy} = J_{yx}, J_{xz} = J_{zx}, J_{yz} = J_{zy}$); $\vec{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости; $\mathbf{I}_M$ – диагональная матрица моментов инерции маховиков; $\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости маховиков относительно корпуса.

При совпадении соответствующих пар осей систем $O\xi\eta\zeta$ и $Oxuy$ матрица моментов инерции становится диагональной:

$$\mathbf{I} = \mathbf{J}_d = [J_{min}, J_{med}, J_{max}],$$

где $J_{min}, J_{med}, J_{max}$ – значения главных моментов инерции (минимального, среднего и максимального).

Таким образом, при последовательном приложении моментных воздействий по связанным осям получаем три равенства:

$$|K_{ax}| = |H_{Mx}|; \quad |K_{ay}| = |H_{My}|; \quad |K_{az}| = |H_{Mz}|.$$

В процессе полета происходит изменение распределения масс аппарата, и если оси связанной системы координат объекта не совпадают с главными центральными осями инерции, то имеем:

$$\begin{cases} J_{xx}\omega_x + J_{xy}\omega_y + J_{xz}\omega_z + H_{Mx} = 0, \\ J_{yx}\omega_x + J_{yy}\omega_y + J_{yz}\omega_z + H_{My} = 0, \\ J_{zx}\omega_x + J_{zy}\omega_y + J_{zz}\omega_z + H_{Mz} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (2) при использовании значений скоростей аппарата, полученных при проведении вычислений, позволяет установить физические признаки [8], определяющие взаимное расположение векторов $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$ в окрестностях осей минимального и максимального моментов инерций ξ и ζ соответственно (рис. 2).

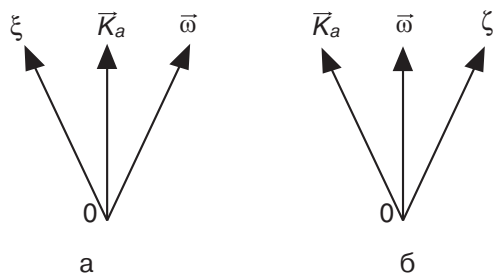


Рис. 2. Расположение векторов $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$:

а – возле оси ξ ; б – возле оси ζ

Знание этих признаков позволяет облегчить дальнейшие исследования по определению осей главных моментов инерции.

Описываемая ниже методика является итерационной процедурой и основана на совпадении векторов $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$ при приложении вектора $\vec{H}_M$ по одной из главных осей инерции.

Рассмотрим ее применение на примере оп-

ределения оси максимального момента инерции (рис. 3). Первое приложение вектора $\vec{H}_M^{(1)}$ направим по оси $+Oz$. Из уравнения (1) получим направления векторов $\vec{K}_a^{(1)}$ и $\vec{\omega}^{(1)}$, которые располагаются в нижней октанте O -ху- z , а также определим угол между данными векторами (рис. 3, а). Получаем, что ось z проходит через те же октанты, что и вектор $\vec{\omega}^{(1)}$. Следующее приложение вектора $\vec{H}_M^{(2)}$ направляется на угол α_1 по отношению к $\vec{H}_M^{(1)}$ в верхней октанте O х-у- z , причем так, чтобы проекция вектора $\vec{H}_M^{(2)}$ и последующие приложения $\vec{H}_M^{(1)}$ на данном этапе делили октанту O х-у- z , в которой проходит ось z , ровно пополам. При этом ось наблюдения выбирается таким образом, чтобы угол γ , образованный проекцией вектора $\vec{H}_M^{(1)}$ на плоскость O ху, составлял с данной осью угол равный $3\pi/4$, который изменяется в

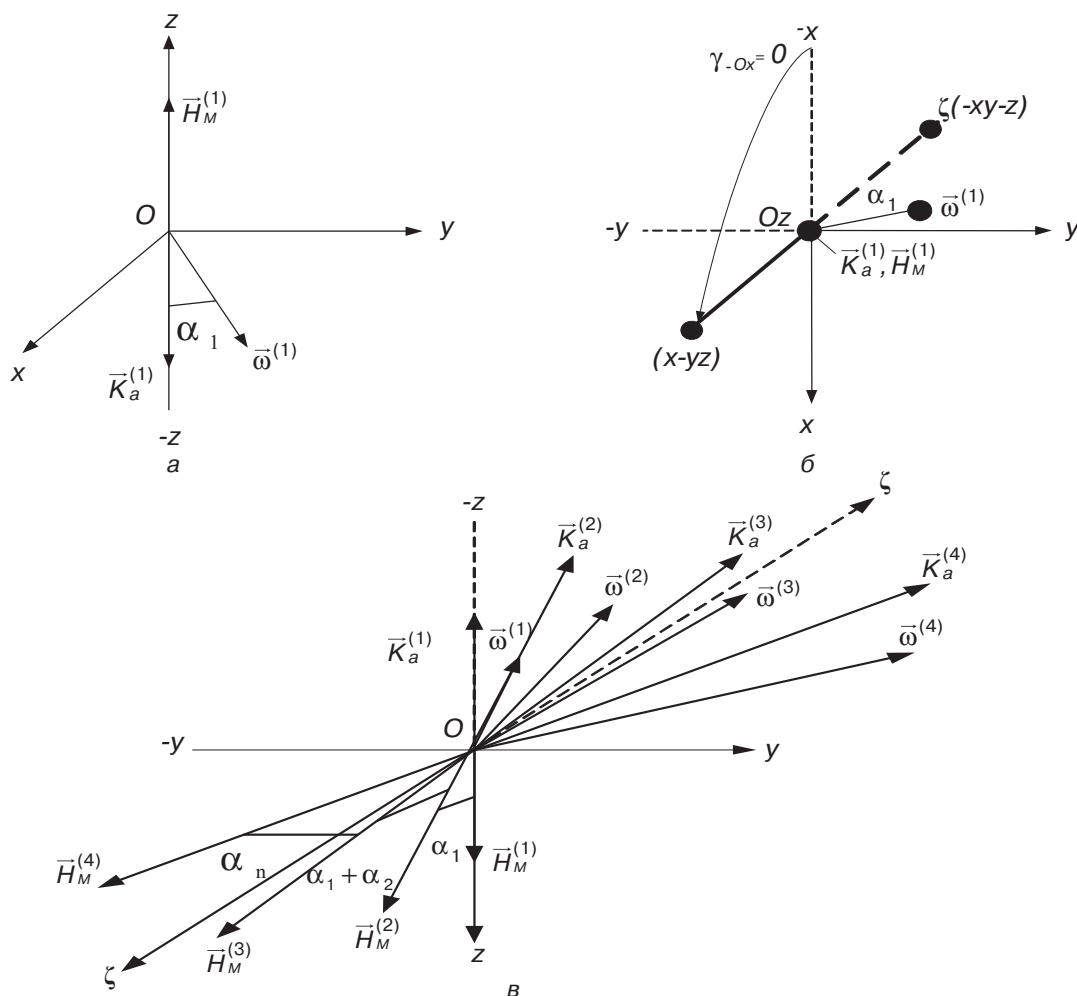


Рис. 3. Процесс определения оси максимального момента инерции:

а – расположение векторов $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$ после первого приложения вектора $\vec{H}_M$;

б – определение октант, в которых проходит ось максимального момента инерции на основе физических признаков, вид сверху; в – последовательность приложения пробных воздействий

положительном направлении против хода часовой стрелки. Очевидно, что при первом приложении $\vec{H}_M^{(1)}$ по оси +Oz углы γ и α равны нулю (рис. 3, б). Третье приложение $\vec{H}_M^{(3)}$ направляется на угол $\alpha = \alpha_{тек, n-1} + \alpha_{тек, n}$, причем $\alpha_{тек, n} < \alpha_{тек, n-1}$, где $\alpha_{тек, n}$ – текущий угол между векторами $\vec{K}_a^{(1)}$ и $\vec{\omega}^{(1)}$, n – номер проводимой итерации. Такого рода приложения $\vec{H}_M$ уменьшают угол между векторами $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$, сближая их друг с другом. Итерации проводятся до тех пор, пока не наступит момент, удовлетворяющий условию $\alpha_{тек, n} > \alpha_{тек, n-1}$, когда после каждого последующего приложения $\vec{H}_M$, угол между векторами $\vec{K}_a$ и $\vec{\omega}$ начнет увеличиваться (рис. 3, в).

Таким образом, определяем оптимальный угол $\alpha_{опт, 1}$ на первом этапе при заданном угле γ_1 который, начиная со второго приложения вектора $\vec{H}_M$, равен $3\pi/4$.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_3 \cos \varepsilon_2 & \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_3 & -\sin \varepsilon_2 \\ \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \cos \varepsilon_3 - \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_3 & \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \sin \varepsilon_3 + \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_3 & \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \\ \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \cos \varepsilon_3 + \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_3 & \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \sin \varepsilon_3 - \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_3 & \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \end{bmatrix}.$$

На следующем этапе определим угол γ_2 при известном $\alpha_{опт, 1}$, изменяя проекцию вектора $\vec{H}_M$ его последовательным приложением в плоскости Oxy. Далее переходим в “начало” итерационной процедуры и проводим ее уже при γ_2 для определения “нового” угла $\alpha_{опт, 2}$ и т.д. до нахождения оси ζ .

Значение максимального момента инерции определяем по формуле:

$$J_{max} = \frac{|\vec{H}_M^{(k)}|}{|\vec{\omega}^{(k)}|}, \quad (3)$$

где $|\vec{H}_M^{(k)}|$ и $|\vec{\omega}^{(k)}|$ – модули векторов $\vec{H}_M$ и $\vec{\omega}$ в тот момент, когда угол δ между ними станет равным π после очередного приложения вектора $\vec{H}_M$ (k – номер последней итерации). Процесс определения оси ζ является итерационным с конечным числом пробных воздействий.

ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСИ МАКСИМАЛЬНОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ

Рассмотрим пример определения максимального момента инерции. Воспользуемся ранее введенными системами координат и зада-

дим значения главных моментов инерции аппарата $J_{min} = 100 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{med} = 120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{max} = 150 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и осевых моментов инерции маховиков $J_{M1} = J_{M2} = J_{M3} = J_M = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Угловые скорости маховиков относительно связанных осей ССК удовлетворяют условию $0 \leq \Omega_i \leq \Omega_0$, где $\Omega_0 = 157 \text{ рад/с}$. Оси ГМИ отклонены от сей ССК на углы φ , ψ и θ , равные 5° каждый (рис. 4).

Определяем углы Эйлера-Крылова:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \arccos \sqrt{\frac{\cos \vartheta \cdot \cos \psi}{\cos \varphi}}, \\ \varepsilon_2 &= \arccos \sqrt{\frac{\cos \vartheta \cdot \cos \varphi}{\cos \psi}}, \\ \varepsilon_3 &= \arccos \sqrt{\frac{\cos \varphi \cdot \cos \psi}{\cos \vartheta}} \end{aligned}$$

и подставляем их в матрицу направляющих косинусов, связывающую триэдры главных и связанных осей:

Определим тензор моментов инерции в

связанной системе координат (ССК)

$$I = \mathbf{A} \mathbf{J}_d \mathbf{A}^{-1} \quad (4)$$

и запишем проекции вектора $\vec{H}_M$ на оси ССК:

$$\begin{aligned} H_{mx} &= |\vec{H}_M| \sin \alpha \cos \gamma, \quad H_{my} = |\vec{H}_M| \sin \alpha \sin \gamma, \\ H_{mz} &= |\vec{H}_M| \cos \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в (2), определяем значения угловых скоростей и измеряем угол δ между векторами $\vec{H}_M$ и $\vec{\omega}$. Последовательность приложений проводим согласно вышеописанной методике и заносим их результаты в табл. 1.

В результате проведенных исследований была найдена общая оптимальная ось для векторов $\vec{H}_M$ и $\vec{\omega}$, что свидетельствует о правильном приложении вектора $\vec{H}_M$. Значение максимального момента инерции определяем по формуле (3). Аналогичные исследования проводятся и для оси ξ , а ось η достраивается до правой системы координат. Численное значение J_{med} определяется из энергетических соотношений (при известных J_{max} и J_{min}) по формуле:

$$J_{med} = \frac{2J_{min}J_{max}}{J_{min} + J_{max}}. \quad (6)$$

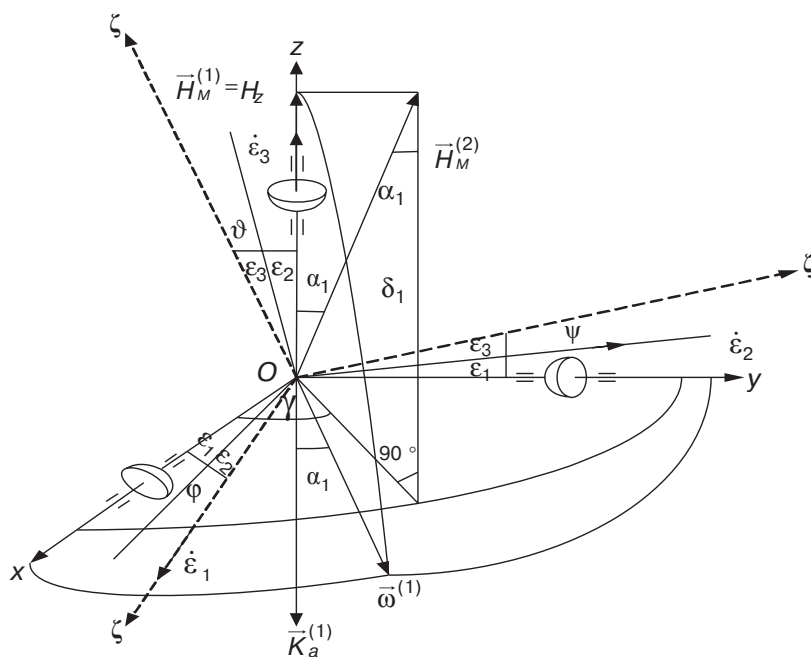


Рис. 4. К определению углов ориентации

Таблица 1

Результаты пробных воздействий со стороны маховиков

n	Составляющие $\vec{H}_{M_i}$, Н·м	Составляющие $\vec{\omega}$, 10^{-3} рад/с	Направляющие косинусы $\vec{\omega}$	$\gamma, ^\circ$	$\delta, ^\circ$	$\alpha_{тек}, ^\circ$	$\alpha_{сум}, ^\circ$
1	$H_{Mx}=0$	$\omega_x=-0,331$	$v_x=91,805$	0	177,969	2,031	
	$H_{My}=0$	$\omega_y=0,169$	$v_y=89,071$				
	$H_{Mz}=1,570$	$\omega_z=-10,497$	$v_z=177,969$				
2	$H_{Mx}=-0,039$	$\omega_x=0,065$	$v_x=89,642$	135	178,787	1,213	2,031
	$H_{My}=0,039$	$\omega_y=-0,161$	$v_y=90,881$				
	$H_{Mz}=1,569$	$\omega_z=-10,478$	$v_z=179,049$				
3	$H_{Mx}=-0,063$	$\omega_x=0,302$	$v_x=88,347$	135	179,281	0,792	3,243
	$H_{My}=0,063$	$\omega_y=-0,359$	$v_y=91,964$				
	$H_{Mz}=1,567$	$\omega_z=-10,461$	$v_z=177,432$				
.	.	.	.	.	.	.	.
k	$H_{Mx}=-0,096$	$\omega_x=0,645$	$v_x=86,463$	135,055	180	0	4,999
	$H_{My}=0,096$	$\omega_y=-0,644$	$v_y=93,925$				
	$H_{Mz}=1,564$	$\omega_z=-10,429$	$v_z=175$				

Таблица 2
Относительные погрешности (Δ)
моментов инерции

Моменты инерции		$\Delta \cdot 10^6, \%$
Осевые	J_{xx}	0,1
	J_{yy}	1,3
	J_{zz}	3,2
Центробежные	J_{xy}	20
	J_{xz}	25
	J_{yz}	30

В итоге был определен тензор моментов инерции, относительные погрешности компонент которого занесены в табл. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика определения триэдра осей главных моментов инерции летательного аппарата в связанной системе координат, в основу которой положены физические признаки динамической асимметрии объекта, позволяет повысить точность вычисления моментов инерции при меньшем числе пробных воздействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алексеев К.Б., Злодырева О.В., Синильников О.В. К вопросу определения тензора инерции аппарата в полете // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1986. №2. С. 90–93.
- Алексеев К.Б., Николаев Н.В. Об одном способе определения тензора инерции аппарата в полете // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1989. №2. С. 60–61.
- Андреев Г.М., Алексеев К.Б., Киселев М.И. Об определении тензора инерции космического аппарата в полете // Космические исследования. 1978. Т. 16. № 3. С. 456–459.
- Банит Ю.Р., Беляев М.Ю., Добринская Т.А., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Определение тензора инерции МКС по телеметрической информации // Космические исследования. 2005. Т. 43. № 2. С. 135–146.
- Сарычев В.А., Сазонов В.В., Беляев М.Ю. и др. Оценивание тензора инерции орбитальной станции “Мир” по данным измерений кинетического момента гироскопов // Космические исследования 1994. Т. 32. № 45. С. 22–42.
- Курс теоретической механики: Учебник для вузов / В.И. Дронг, В.В. Дубинин, М.М. Ильин и др. / Под общ. ред. К.С. Колесникова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 736 с.
- Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 825 с.
- Шадян А.В., Алексеев К.Б. К вопросу определения моментов инерции КЛА // Сборник научных трудов аспирантов и молодых ученых МГИУ. Актуальные проблемы технических, экономических, гуманитарных и социальных наук. 2006 (в печати). С. 15–19.