

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ КОНТАКТНОМ НАГРУЖЕНИИ В УСЛОВИЯХ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

М.М. Семенова, Ю.Г. Матвиенко

Проведено теоретическое исследование критерия роста поверхностной трещины смешанного типа при контактном нагружении путем осреднения напряжений с учетом влияния T -напряжений и коэффициентов трения. Показано значительное влияние положения пятна контакта на траекторию трещины.

Ключевые слова: осреднение напряжений, контактное нагружение, T -напряжения, трещина смешанного типа.

Введение

Конструктивные элементы под действием циклической контактной нагрузки могут разрушаться в результате усталостного повреждения и износа при эксплуатационных напряжениях существенно ниже уровня статической прочности материала. Одной из основных причин разрушения является контактное нагружение, приводящее к поверхностным трещинам и точечной коррозии. При моделировании роста поверхностных трещин интересными являются подходы современной механики разрушения. В случае малой пластической зоны в окрестности вершины трещины по сравнению с ее характерными размерами используются модели и критерии механики хрупкого разрушения. Для описания хрупкого разрушения и траектории трещины в хрупких материалах используют различные критерии механики хрупкого разрушения. Например, для анализа роста трещины в контактной области применяют критерии максимальных тангенциальных напряжений [1] и минимальной плотности энергии деформации [2]. Эти подходы с применением названных критериев учитывают влияние только коэффициентов интенсивности напряжений трещины нормального

отрыва K_I и поперечного сдвига K_{II} . В рамках двухпараметрической механики разрушения предложен модифицированный критерий максимальных тангенциальных напряжений [3], учитывающий влияние несингулярных компонентов напряжения (T -напряжений) у вершины трещины. При определении угла распространения трещины в хрупких материалах в рассмотрение вводятся не только коэффициенты интенсивности напряжений K_I и K_{II} , но и T -напряжения. Положительные несингулярные компоненты T -напряжений повышают степень стеснения деформаций у вершины трещины, отрицательные T -напряжения приводят к ее понижению.

Напряженное состояние у вершины трещины

Описывать поле напряжений в окрестности вершины трещины с помощью только сингулярных компонент напряжения допустимо лишь на очень малых расстояниях перед вершиной трещины. Данного приближения обычно недостаточно для коротких или криволинейных трещин, имеющих место в поверхностном слое при контактных нагрузках в условиях трения скольжения. В этом случае

для описания поля напряжений в окрестности вершины наклонной трещины необходимо использовать как сингулярные компоненты, так и несингулярные компоненты поля напряжений у вершины трещины, связанные с T -напряжением и влиянием давления на поверхности трещины (рис. 1) [3].

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I \cos(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} 1 - \sin(\frac{\theta}{2}) \sin(\frac{3\theta}{2}) \\ 1 + \sin(\frac{\theta}{2}) \sin(\frac{3\theta}{2}) \\ \sin(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{3\theta}{2}) \end{bmatrix} + \frac{K_{II} \sin(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -(2 + \cos(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{3\theta}{2})) \\ \cos(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{3\theta}{2}) \\ \cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{\theta}{2}) \sin(\frac{3\theta}{2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T \\ \sigma_{yy}^c \\ \sigma_{xy}^c \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где r, θ – полярные координаты; K_I – коэффициент интенсивности напряжений нормального отрыва; K_{II} – коэффициент интенсивности напряжений поперечного сдвига; σ_{xx} , σ_{yy} и σ_{xy} – компоненты напряжения у вершины трещины в декартовой системе координат; σ_{xy}^c и σ_{yy}^c – касательные и нормальные напряжения в окрестности трещины, вызванные действующим в плоскости (x, y) контактным давлением p на

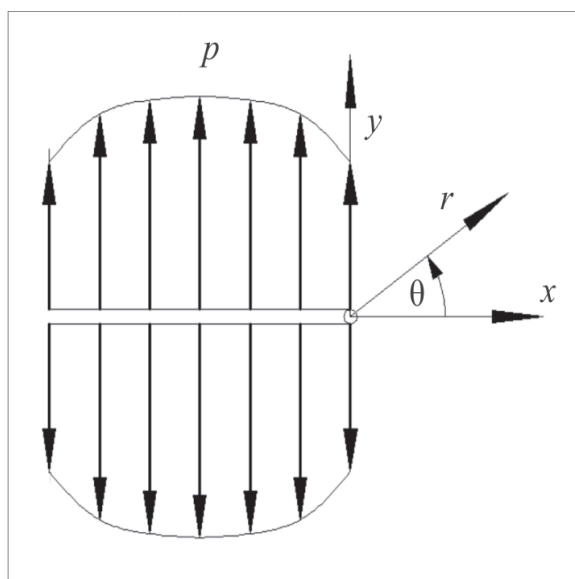


Рис. 1. Трещина под действием контактного давления на ее поверхностях

поверхность трещины, в частности, давлением смазывающего материала. Их распределение достаточно гладкое вдоль поверхности трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений K_I , K_{II} и T -напряжения при $\theta = 0^\circ$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} K_I &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{yy} - \sigma_{yy}^c) \cdot \sqrt{2r\pi}, \\ K_{II} &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{xy} - \sigma_{xy}^c) \cdot \sqrt{2r\pi}, \\ T &= \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^c). \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) действительны, если поверхности трещины нагружены постоянным давлением p , где $\sigma_{yy}^c = -p_y$, а $\sigma_{xy}^c = -p_x$, где p_x , p_y – составляющие давления по осям x и y соответственно.

Критерий осредненных максимальных тангенциальных напряжений

Критерий максимальных осредненных тангенциальных напряжений (MATS-критерий) для определения направления роста трещины был предложен для трещин смешанного типа [4]. При этом приняли условие, что рост трещины начинается вдоль радиуса ее скругленной вершины перпендикулярно действию максимальных тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$.

Тангенциальные напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ могут быть записаны в полярной системе координат в виде [5]

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(\theta) &= \sigma_{xx} \sin^2(\theta) + \\ &+ \sigma_{yy} \cos^2(\theta) - \sigma_{xy} \sin(2\theta). \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя напряжения из уравнения (1) в уравнение (3), получаем следующее соотношение для тангенциальных напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(\theta, r) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] + \\ &+ T \sin^2 \theta - \sigma_{xy}^c \sin 2\theta + \sigma_{yy}^c \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (4)$$

Далее, используя осреднение тангенциальных напряжений по зоне процесса разрушения d

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r) dr, \quad (5)$$

записываем критерий максимальных осредненных тангенциальных напряжений $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ для определения направления роста наклонной трещины в условиях контактных нагрузок и давления смазочного материала на поверхности трещины в виде:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\partial \theta} = K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) + \frac{4}{3} \sqrt{2\pi d} \sigma_{xy}^c \frac{\cos 2\theta_0}{\cos \frac{\theta_0}{2}} - \frac{8}{3} (T - \sigma_{yy}^c) \sqrt{2\pi d} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0, \quad (6)$$

где θ_0 – угол, характеризующий направление роста трещины относительно исходной ее ориентации; d – размер зоны процесса разрушения в окрестности вершины трещины, который для каждого прироста трещины рассчитывается из предельного случая, полагая $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_0$ при $\theta = 0^\circ$ и $r = d$ в (4), т.е.

$$d = \frac{2K_{IC}^2}{\pi(\sigma_0 - \sigma_{yy}^c)^2}. \quad (7)$$

Здесь σ_0 – предельные локальные напряжения, действующие в зоне процесса разрушения; σ_{yy}^c – напряжение, вызванное давлением смазывающей жидкости на поверхности трещины, K_{IC} – критический коэффициент интенсивности напряжений нормального отрыва.

В случае плоской деформации локальная прочность у вершины трещины рассчитывается следующим образом [4–6]:

$$\sigma_0 = -\frac{T}{2} + \sigma_T \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{T}{\sigma_T} \right)^2}, \quad (8)$$

где σ_T – предел текучести материала.

Для сопоставления результатов расчета направления роста наклонной трещины в условиях контактных нагрузок и давления смазочного материала на поверхности трещины по вышеприведенному MATS-критерию с результатами расчетов по критерию максимальных тангенциальных напряжений (MTS-критерий) приведем также критериальное уравнение согласно [7]

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] - \gamma \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta_0 + \delta \frac{1}{\cos \frac{\theta_0}{2}} \cos 2\theta_0 = 0, \quad (9)$$

где $\gamma = 16 \cdot \left((T - \sigma_{yy}^c) \cdot \sqrt{2\pi d} \right) / 3$ и $\delta = 16 \cdot \left(\sigma_{yy}^c \cdot \sqrt{2\pi d} \right) / 6$. Размер зоны процесса разрушения перед вершиной трещины определяется из условия плоской деформации

$$d = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_T} \right)^2.$$

Эквивалентная модель контакта

Циклическая контактная нагрузка в условиях трения скольжения вызывает нормальные и касательные напряжения в зоне контакта, что, в свою очередь, влияет на деформирование материала в этой области. Это приводит к зарождению поверхностных трещин, которые всегда поворачиваются в направлении поверхности контакта. Начальный угол зарождающейся трещины зависит от суммарного приложенного напряжения в зоне контакта. В экспериментальных исследованиях ориентация и длина трещины определяются посредством металлографических исследований.

Рассмотрим модель распространения наклонной поверхностной трещины в условиях воздействия контактных нагрузок на примере шестерни. Реальная геометрия зубьев шестерни (рис. 2, а) может быть представлена в виде модели, состоящей из пары подобных контактирующих цилиндров (рис. 2, б) с радиусами, соответствующими радиусам кривизны исследуемых элементов. В дальнейшем эти цилиндры заменяют подобным цилиндром (рис. 2, в), для которого нормальное распределение контактного давления $p(x)$ выражается с помощью простых аналитических уравнений. Для небольших коэффициентов трения распределение тангенциального $q(x)$ контактного давления в сцеплении шестеренок определяется по формуле [7]:

$$q(x) = \mu \cdot p(x), \quad (10)$$

где μ – коэффициент трения между контактирующими элементами.

Контактные нагрузки

Для изучения влияния контактной нагрузки на направление роста поверхностной трещины рассматривается пять возможных вариантов (I–V) положения зоны контакта, создающих различное напряженное состояние в окрестности вершины трещины (рис. 3). Во всех вариантах распределения нормальных $p(x)$ и тангенциальных $q(x)$ контактных нагрузок одинаковы для различных положений зоны контакта по отношению к краям трещины (см. рис. 3).

Давление на берега трещины считается подобным тому, которое раскрывает трещину и зависит от различного положения зоны контакта относительно вершины поверхностной трещины:

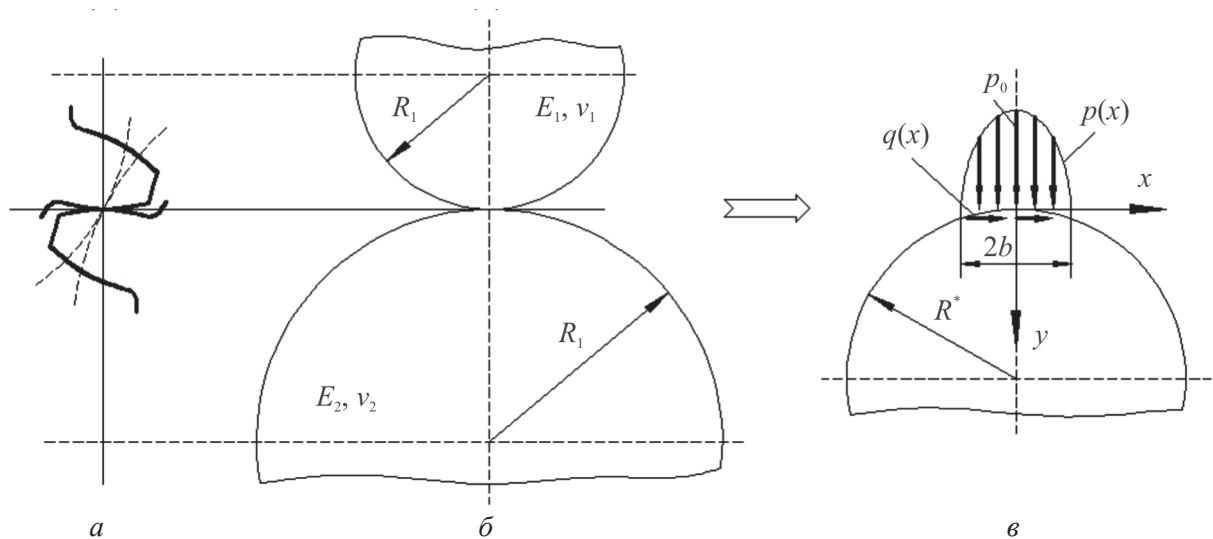


Рис. 2. Представление геометрии шестерней в виде эквивалентной модели:

а – геометрия зацепления зубьев шестерни, б – эквивалентная модель, в – контактное давление

$$p(x) = p_y = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{b}\right)^2}, \quad (11)$$

где p_0 – максимальная величина давления; $\frac{x_0}{b}$ – положение пятна контакта (см. рис. 3).

Данные для расчета направления роста наклонной трещины начальной длины $a = 20$ мкм с углом наклона $\beta = 20^\circ$ позаимствованы из статьи [7]: максимальная величина давления $p_0 = 1779$ МПа, пятно контакта $b = 0,228$ мм, предел текучести $\sigma_T = 2200$ МПа, вязкость разрушения $K_{IC} = 521$ МПа мм^{0,5}.

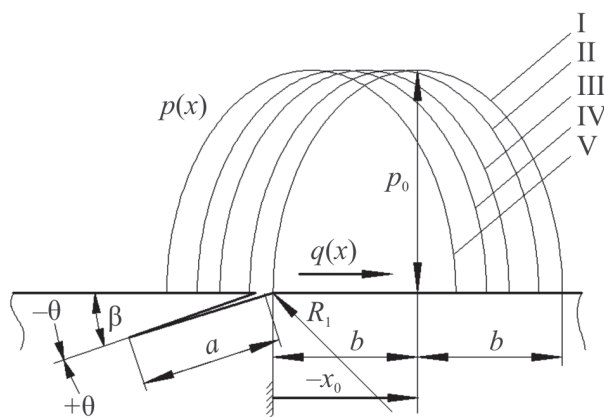


Рис. 3. Моделирование движущей зоны контакта в окрестности наклонной трещины:

I – $x_0/b = -1$; II – $x_0/b = -0,98$; III – $x_0/b = -0,95$; IV – $x_0/b = -0,93$; V – $x_0/b = -0,9$.

Исходные параметры, необходимые для расчета направления роста поверхностной трещины в условиях контактного нагружения, взяты также из [7] и приведены в табл. 1 в виде безразмерных величин, а именно, коэффициенты интенсивности напряжения нормального отрыва $\bar{K}_I = K_I / (p_0 \cdot \sqrt{b})$, поперечного сдвига $\bar{K}_{II} = K_{II} / (p_0 \cdot \sqrt{b})$ и T -напряжения $\bar{T} = T / p_0$.

Таблица 1

Данные для расчета

	μ	x_0/b			
		-0,9	-0,93	-0,95	-0,97
$\bar{K}_I$	0,1	0,22	0,26	0,33	0,32
$\bar{K}_{II}$		0,038	0,073	0,11	0,131
$\bar{T}$		0	0,275	0,625	0,825
$\bar{K}_I$	0,065	0,22	0,27	0,31	0,29
$\bar{K}_{II}$		0,046	0,077	0,12	0,138
$\bar{T}$		0	0,25	0,6	0,775
$\bar{K}_I$	0,04	0,22	0,27	0,31	0,30
$\bar{K}_{II}$		0,054	0,085	0,125	0,142
$\bar{T}$		0	0,225	0,55	0,75

Результаты расчета направления роста наклонной трещины

Анализ результатов расчета угла распространения трещины выявил следующие тенденции (рис. 4). Увеличение трения приводит к некоторому росту угла распространения трещины лишь при положении зоны контакта $x_0/b = 0,93$. Значительное влияние на направление распространения трещины оказывает положение зоны контакта относительно трещины. Максимальный угол θ_0 наблюдается при достижении зоной контакта устья трещины, т.е. при $x_0/b = 0,97$. Дальнейшее перекрытие зоной контакта устья трещины ($x_0/b < 0,97$) приводит к уменьшению угла распространения трещины относительно исходной ориентации трещины. Такая тенденция изменения угла распространения трещины связана, прежде всего, со значительным уменьшением несингулярных T -напряжений и коэффициента интенсивности напряжений поперечного сдвига K_{II} при незначительном изменении коэффициента интенсивности напряжений нормального отрыва K_I (см. табл. 1)

На рисунке 5 представлено сопоставление результатов расчета углов θ_0 распространения трещины по MATS-критерию (6) с результатами расчетов соответствующих углов по MTS-критерию (9) в зависимости от положения зоны контакта x_0/b . При приближении зоны контакта к устью трещины наблюдается значительное расхождение результатов расчета угла θ_0 по вышеприведенным критериям. При дальнейшем перекрытии зоной контакта устья трещины ($x_0/b < 0,97$) оба критерия дают сопоставимые результаты оценок угла распространения трещины.

Для обоснования достоверности результатов прогнозирования направления распространения поверхностной трещины в условиях воздействия контактных нагрузок при трении скольжения и наличии смазочного материала по двум вышеприведенным критериям необходимы дальнейшие экспериментальные и численные исследования.

Заключение

Критерий максимальных осредненных тангенциальных напряжений в окрестности вершины трещины был применен для опреде-

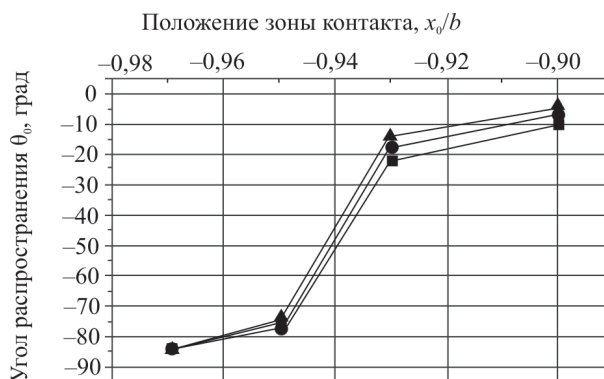


Рис. 4. Зависимость угла распространения трещины θ_0 от положения пятна контакта x_0/b для различных значений коэффициента трения μ :

$\blacksquare - \mu = 0,1$; $\bullet - \mu = 0,065$; $\blacktriangle - \mu = 0,04$

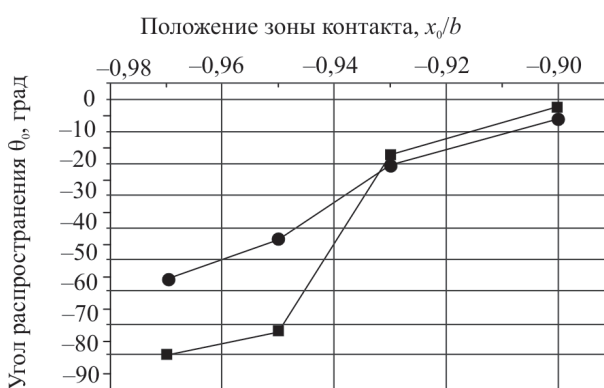


Рис. 5. Зависимость угла распространения трещины θ_0 для MATS и MTS критериев от положения зоны контакта x_0/b (коэффициент трения $\mu = 0,1$):

$\blacksquare - \text{MATS}$; $\bullet - \text{MTS}$

ления угла роста поверхностной трещины смешанного типа при действии контактных нагрузок в условиях трения скольжения и наличия смазочного материала. Показано значительное влияние положения зоны контактирующих тел относительно трещины на угол ее распространения. Коэффициент трения оказывает незначительное влияние на направление распространения трещины.

Список литературы

1. Erdogan, F., and Sih, G.C. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear // ASME Journal Basic Engineering. 1963. Vol. 85. P. 525–527.
2. Sih G.C. Strain-energy-density factor aPplied to mixed mode crack problems // International Journal of Fracture. 1974. Vol. 10. P. 305–321.
3. Parteymüller P. Numerische simulation der 3D-Rißausbreitung mit der Randelementmethode // Fortschritt-Berichte. 1999, VDI 18. 242 p.

4. *Matvienko Yu.G.* Maximum Average Tangential Stress Criterion for Prediction of the Crack Path // *International Journal of Fracture*. 2012. Vol. 176. P. 113–118.
5. *Матвиенко Ю.Г.* Модели и критерии механики разрушения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 328 с.
6. *Матвиенко Ю.Г.* Двухпараметрическая механика разрушения в современных проблемах прочности // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2013. № 5. С. 37–46.
7. *Zafošnik B., Ren Z., Flašker J., Mishuris G.* Modelling of Surface Crack Growth under Lubricated Rolling–Sliding Contact Loading // *International Journal of Fracture*. 2005. Vol. 134. P. 127–149.

Материал поступил в редакцию 15.01.14

**СЕМЕНОВА
Мария Михайловна**

E-mail: mms_litta@mail.ru
Тел.: (926) 270-65-01

Студент НИЯУ «МИФИ», техник отдела «Прочность, живучесть и безопасность машин» института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: механика разрушения, ресурс. Автор 1 научной публикации.

**МАТВИЕНКО
Юрий Григорьевич**

E-mail: matvienko7@yahoo.com
Тел.: (499) 135-77-71

Доктор технических наук, профессор, заведующий отделом «Прочность, живучесть и безопасность машин» в институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: механика разрушения, живучесть, ресурс, безопасность, имитационное моделирование. Автор более 220 научных публикаций, из них 14 монографий и 10 авторских свидетельств на изобретения.