

УДК 621.8

АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УПРУГИХ СИСТЕМ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ

Ю.С. Иванов



**ИВАНОВ
Юрий
Сергеевич**

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической механики и теории механизмов МГИУ. Специализируется в области расчета упругих систем с односторонними связями. Автор 15 научных работ и 3 изобретений.

Введение

Важной проблемой при проектировании элементов новой техники в машиностроении является точный учет особенностей взаимодействия конструктивных элементов различных механизмов. Для ее решения используются расчетные схемы и модели, учитывающие упругие свойства элементов конструкций и односторонний характер связей между ними.

Среди упругих систем с односторонними связями (ОС) можно выделить приводы, содержащие волновые зубчатые передачи (ВЗП) с различными типами волнообразователей [1], например, волновые передачи с гидравлическими плунжерными волнообразователями (рис. 1),

которые содержат ОС в соединении гибкого и жесткого зубчатых колес [2].

В статье приводятся алгоритмы расчета сил взаимодействия в волновом зубчатом зацеплении методом перемещений с использованием сокращенной матрицы жесткости, построенной для тех точек и направлений, где расположены ОС. Отмечена высокая эффективность использования сокращенной матрицы жесткости для систем, у которых количество активных ОС существенно меньше числа степеней свободы конечно-элементной модели. Дальнейшее повышение эффективности расчетов возможно за счет комбинации шагового и итерационного способов поиска нагруженных ОС.

Алгоритмы определения сил взаимодействия

В рассматриваемых конструкциях зона взаимодействия упругих элементов на каждом уровне нагружения значительно меньше габаритных размеров сопряженных элементов, т.е. общее количество нагруженных дискретных ОС и точек приложения заданных дискретных сил сравнительно невелико. В процессе расчета по методу перемещений необходимо решать систему алгебраических уравнений высокого порядка:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{R},$$

где $\mathbf{C}$ – глобальная матрица жесткости упругой системы; $\mathbf{b}$ – вектор узловых перемещений; $\mathbf{R}$ – вектор нагрузки.

В подобных случаях пользоваться глобальной матрицей жесткости упругой системы $\mathbf{C}$ не-

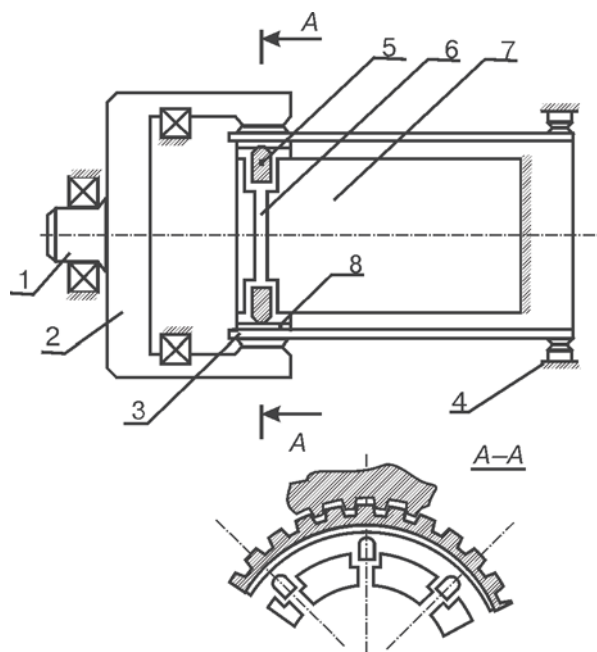


Рис. 1. Волновая зубчатая передача гидромотора:
1 – выходной вал; 2 – жесткое зубчатое колесо (ЖК); 3 – гибкое зубчатое колесо (ГК); 4 – зубчатое крепление ГК; 5 – плунжеры волнообразователя; 6 – каналы подачи рабочей жидкости; 7 – волнообразователь; 8 – подкладное кольцо

целесообразно. Это связано с тем, что среди компонент вектора $\mathbf{b}$ имеется большое число узловых перемещений, которые в дальнейшем не используются при решении силовой задачи. Отсюда следует, что из рассмотрения целесообразно исключить перемещения тех узлов, где односторонние связи отсутствуют или заведомо не участвуют в работе (пассивные ОС).

Взаимодействие сопряженных элементов удобно рассматривать, используя для направленного поиска опорной системы нагруженных

ОС сокращенную матрицу жесткости $\mathbf{C}_0$, которая строится лишь для точек и направлений упругого элемента, расположенных над ОС, а также для точек, в которых приложены заданные дискретные силы $Q_i (i=1, n)$ и $F_k (k=1, m)$, где n, m – количества точек приложения сил (рис. 2). Силы Q_i и F_k входят в вектор $\mathbf{R}$. Такую матрицу можно получить обращением сокращенной матрицы податливости системы $\mathbf{g}_0$, построенной для тех же точек упругого элемента, т.е. $\mathbf{C}_0 = \mathbf{g}_0^{-1}$.

Элементы матрицы податливости рассчитываются как численные значения функций Грина от соответствующих единичных сил. Такой способ снимает ограничение на выбор местоположения узлов конечно-элементной сетки при определении матрицы $\mathbf{g}_0$ с помощью метода конечных элементов (МКЭ). В этом случае не требуется полного соответствия положения узлов сетки МКЭ положению ОС. Последнее обстоятельство особенно важно, когда рассматриваются упругие системы с нерегулярно расположенными ОС. В этом случае вычисление перемещений для точек упругой системы, расположенных над ОС в пределах отдельных конечных элементов, сравнительно легко выполняется через их узловые перемещения.

Основные достоинства от применения сокращенной матрицы жесткости становятся ясными из следующих пояснений. Если принять за M количество дискретных заданных сил, а за N – общее число ОС (из которых n – число работающих ОС, причем $n \leq N$), то определение

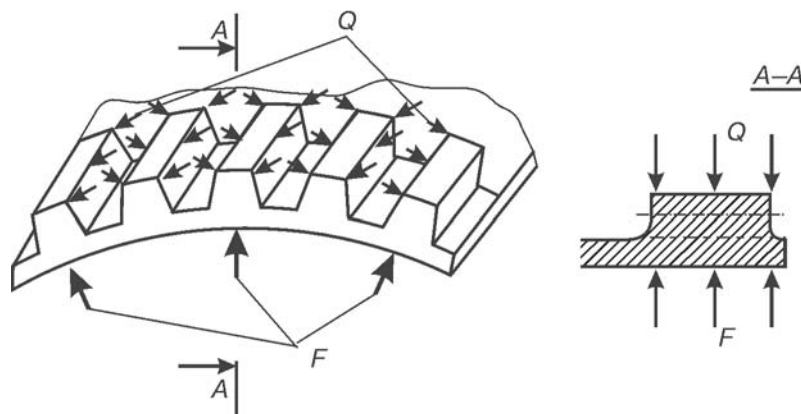


Рис. 2. Силовое воздействие на гибкое зубчатое колесо волновой передачи:
 Q – множество сосредоточенных сил, действующих со стороны жесткого колеса;
 F – множество сосредоточенных сил, действующих со стороны волнообразователя

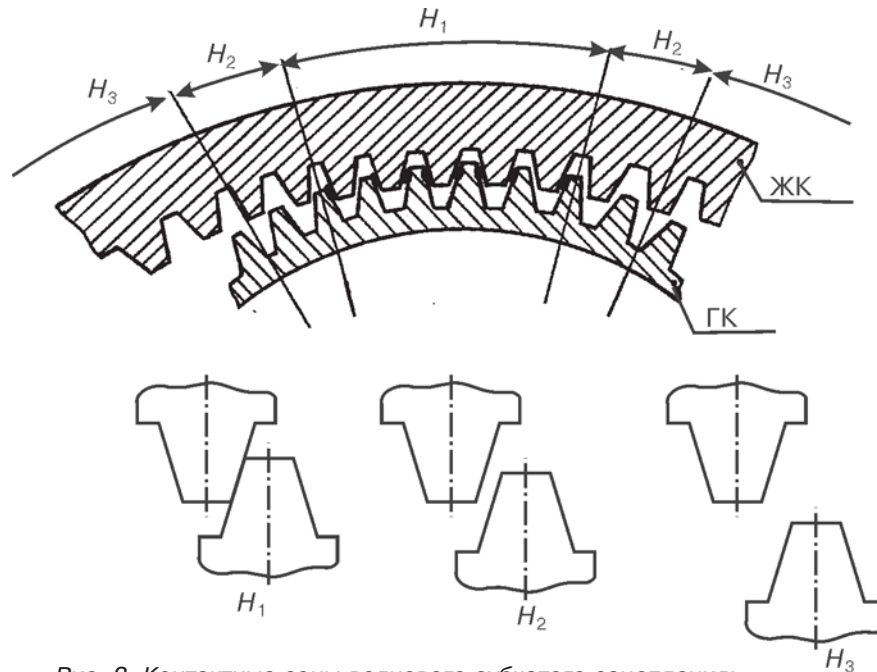


Рис. 3. Контактные зоны волнового зубчатого зацепления:
 H_1 – зона контакта; H_2 – зона зазора; H_3 – зона выхода из зацепления

совокупности работающих ОС будет сопровождаться последовательным решением системы алгебраических уравнений с расширяющимся порядком от M до $(M+N-n)$. Такой способ дает существенную экономию машинного времени, поскольку не требуется многократно решать систему уравнений с порядком $(U \times S)$, где U – общее число узлов конечно-элементной сетки, а S – число степеней свободы. Эффективность описанного алгоритма поиска нагруженных ОС методом перемещений существенно повышается, если использовать комбинацию итерационной процедуры изменения условий контакта в ОС и процедуру линейного нормирования [3, 4].

Предлагаемый подход объединяет лучшие качества шагового [4] и итерационного методов [2] и в то же время устраняет некоторые свойственные им ограничения и недостатки. В этом алгоритме, как и в шаговом методе, система алгебраических уравнений составляется относительно приращений контактных сил.

В шаговом методе расчет начинается от «правильной» зоны контакта. В такой зоне все ОС нагружены таким образом, что реакции имеют допустимое направление и взаимодействующие тела не пересекаются. Внешняя нагрузка увеличивается по шагам, которые нормируются исходя из того, что наибольшая

фальш-сила (реакция, направление которой не соответствует допускаемому) или натяг (пересечение взаимодействующих тел) равны нулю. На каждом шаге получается «правильная» зона контакта, а ее изменение производится в переходных ОС ($\Delta h_i = 0$, $Q_i = 0$, где Δh_i – зазор, Q_i – реакция, i – номер ОС), которые либо вводятся в контакт (для них задается $\Delta h_i = 0$) или выводятся из контакта (для них задается $Q_i = 0$). После такого изменения зоны контакта делается следующий нормированный шаг по увеличению нагрузки, и процедура повторяется до достижения заданного уровня нагружения ВЗП. Естественная последовательность изменения зоны контакта обеспечивает сходимость решения. Однако следует отметить, что при расчете сил в зубчатом зацеплении может возникнуть такая структура опорных ОС (при интерференции или «срыве» зубьев – выходе зуба из зацепления, см. рис. 3), когда даже при самом малом шаге нагружения переходные ОС не возникают, и коррекция зоны контакта обычным способом становится невозможной.

При использовании итерационного метода расчет во всех случаях тоже можно начинать с «правильной» зоны контакта. Внешняя нагрузка здесь тоже изменяется по шагам, которые, однако, не нормируются. На каждом

шаге число неправильных ОС может быть велико. Коррекция зоны контакта здесь осуществляется во многих «неправильных» ОС (в таких ОС $\Delta h_i < 0$, что соответствует натягу, и Q имеет недопустимое направление) одновременно, то есть «скачком», что значительно ускоряет процесс решения. Однако большой объем коррекции приводит к тому, что в какой-то момент при дальнейшем увеличении разницы между исходной и истинной зонами контакта итерационный процесс становится расходящимся. Сходимость иногда нарушается и при изменении контактных условий в одной ОС, где натяг или фальш-сила имеют большую величину. Сходимость решения может быть достигнута, если ограничить максимальные значения фальш-сил и натягов, для чего используется процедура линейного нормирования решений, подобная разработанной в [4].

Рассмотрим последовательность этапов решения силовой задачи для ВЗП предлагаемым комбинированным методом, позволяющим начинать решение от «правильной» и «неправильной» исходных зон контакта. Если расчет начинается от «правильной» зоны контакта, то внешняя нагрузка изменяется по шагам, величина каждого из которых нормируется из условия, чтобы наибольшая фальш-сила и наибольший натяг не превышали допустимых значений (Q^* – величина допустимой фальш-силы, Δh^* – величина допустимого натяга). Таким образом, после приращения нагрузки возникает «неправильная» зона контакта. Переход от этой зоны к «правильной» осуществляется итерациями, и фальш-силы и натяги уменьшаются по шагам во всех «неправильных» ОС. Шаг уменьшения нормируется, чтобы вновь возникающие фальш-силы и натяги не превышали допустимых значений. Затем все «неправильные» ОС отбрасываются и, если образуется «правильная» зона контакта, то следует увеличение уровня нагрузки ВЗП. В противном случае процесс пошагового уменьшения фальш-сил и натягов повторяется до их полного исчерпания.

Величины Q^* и Δh^* выбираются из условий сходимости итерационного процесса, они мо-

гут изменяться в зависимости от уровня нагружения системы и ее жесткости. Если итерационный процесс не сходится после выполнения 10–15 итераций, то величины Q^* и Δh^* следует уменьшить и сделать повторную попытку счета. В пределе, для достижения сходимости допустимые значения фальш-сил и натягов могут быть уменьшены до нуля ($Q^* = 0$, $\Delta h^* = 0$). В этом случае реализуется шаговый метод расчета сил взаимодействия в упругих системах с односторонними связями [4].

Заключение

Предлагаемое сочетание указанных выше методов заметно сокращает время счета, при этом использование процедуры линейного нормирования решений гарантирует достижение сходимости расчета. Вычисления, проведенные для волнового зубчатого зацепления плунжерного гидромотора, подтвердили высокую эффективность предложенного подхода. Время расчета предложенным методом одного варианта нагружения ВЗП составляет 25% от времени такого же расчета, проведенного шаговым методом.

Список литературы

1. Клеников С.С. Волновая передача как упругая система с односторонними связями // Изв. вуз.: Машиностроение. 1978. № 10. С. 51–55.
2. Иванов Ю.С. Разработка методики расчета нагруженности и жесткостных параметров упругих элементов шаговых гидромоторов с волновым зубчатым зацеплением: Дис... канд. техн. наук. – М., 1991. – 251 с.
3. Клеников С.С., Сергеев В.С. О линейном нормировании этапного решения задачи определения нагрузок на зубья и тела качения волновой передачи с кулачковым генератором // Изв. вуз.: Машиностроение. 1980. № 4. С. 45–49.
4. Клеников С.С. Разработка методов и рациональных алгоритмов решений задач статики и динамики силового взаимодействия упругих элементов волновых передач: Дис... д-ра техн. наук. – М., 1989. – 387 с.