

УДК 629.45, 534.1, 519.614

РАСЧЕТНЫЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КУЗОВОВ ВАГОНОВ ЭЛЕКТРОПОЕЗДОВ

О. А. Русанов, И. Г. Панкратова

В статье представлена прикладная методика расчетного динамического анализа кузовов вагонов электропоездов на основе метода конечных элементов. Рассмотрена новая модель плоского треугольного элемента, приведен вычислительный алгоритм решения задач собственных колебаний с использованием методов одновременных итераций и Ланцоша. Описана постановка экспериментов для определения частот собственных колебаний кузовов.

Ключевые слова: кузов электропоезда, частота собственных колебаний, метод конечных элементов, экспериментальные методы динамического анализа.

Введение

Действующими в Российской Федерации нормами безопасности на железнодорожном транспорте для кузовов вагонов электропоездов при максимальной их загрузке пассажирами установлено ограничение собственных частот вертикальных изгибных колебаний не менее 8 Гц [1]. Ограничение необходимо для обеспечения показателей плавности хода и разнесения спектров частот собственных колебаний деформируемого кузова и частот собственных колебаний кузова на тележках, на рессорном подвешивании. Значения частот контролируются экспериментально при проведении приемочных и сертификационных испытаний готовых изделий. Для вновь спроектированного подвижного состава нередки случаи, когда данный критерий не выполняется и требуется доработка, сопряженная со значительными затратами.

Вагоны ряда новых российских электропоездов с увеличенной базой 15 м (расстояние между осями поперечных шкворневых балок рамы с опорами кузова на тележки) спроектированы на основе разработанной несколько десятилетий назад конструкции электропоезда

ЭР2 (с меньшей базой – 13,3 м) Рижского вагоностроительного завода. При этом многие параметры несущих элементов удлиненного кузова, определяющих общую его жесткость, (профили балок рамы, стоек боковин, дуг крыши, толщина обшивки) выполнены так же, как и в прототипе. Как показали динамико-прочностные испытания, при увеличении базы у электропоездов возникла проблема недостаточной жесткости кузова и низкой частоты его собственных колебаний.

В данной работе представлена разработанная прикладная методика расчетного динамического анализа кузовов вагонов электропоездов и результаты ее апробации для реальных конструкций путем сопоставления с экспериментальными данными.

Конечно-элементное моделирование

Моделирование металлоконструкции кузовов железнодорожных вагонов было выполнено с помощью метода конечных элементов (МКЭ). В конечно-элементных моделях (КЭМ) кузовов

использовались балочный конечный элемент и конечный элемент тонкой оболочки.

Балочный элемент был построен по классической теории пространственных стержней. Для моделирования изгибного деформирования использовались кубические функции прогиба на основе полиномов Эрмита. Было исследовано влияние учета сдвиговых деформации поперечного сдвига в балках КЭМ на результаты определения частот собственных колебаний кузовов. Как показали сравнительные расчеты с использованием модели балочного элемента на основе гипотезы плоских сечений и гипотезы Тимошенко, этим влиянием для практических целей можно пренебречь. При этом расхождения в расчетных значениях частот в низкочастотной области спектра, которая представляет интерес в данной задаче, являются незначительными.

Рассматривался плоский треугольный элемент тонкой оболочки постоянной толщины (рис. 1) с тремя узлами и шестью степенями свободы в каждом узле: u_i, v_i, w_i – линейные перемещения в направлении координатных осей; $\varphi_{xi}, \varphi_{yi}, \varphi_{zi}$ – углы поворота.

При построении функции аппроксимации за основу был взят конечный элемент [2], в который внесены усовершенствования в функции аппроксимации нормального прогиба w и угловых перемещений.

В новой модели треугольного элемента оболочки, являющегося суперпозицией линейного элемента плоского напряженного состояния и элемента тонкой пластины, для аппроксимации прогибов w были получены в явном виде функции формы элемента, выраженные через степени свободы элемента и треугольные L -координаты следующим образом:

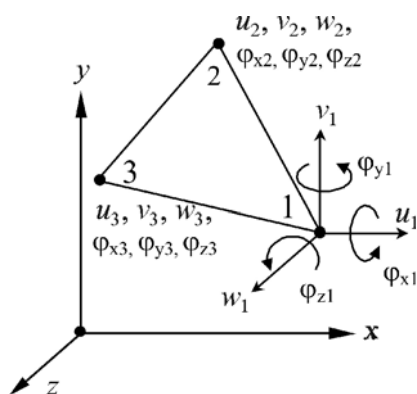


Рис. 1. Конечный элемент тонкой оболочки

$$\begin{aligned}
 w &= N_1 \cdot w_1 + N_2 \cdot \varphi_{x1} + N_3 \cdot \varphi_{y1} + N_4 \cdot w_2 + N_5 \cdot \varphi_{x2} + \\
 &+ N_6 \cdot \varphi_{y2} + N_7 \cdot w_3 + N_8 \cdot \varphi_{x3} + N_9 \cdot \varphi_{y3}; \\
 N_1 &= 3L_1^2 - 2L_1^3 + 2L_1L_2L_3; \\
 N_2 &= L_1^2(y_{31}L_3 - y_{12}L_2) + (y_{12} - y_{31})L_1L_2L_3; \\
 N_3 &= L_1^2(x_{12}L_2 - x_{31}L_3) + (x_{31} - x_{12})L_1L_2L_3; \\
 N_4 &= 3L_2^2 - 2L_2^3 + 2L_1L_2L_3; \\
 N_5 &= L_2^2(y_{12}L_1 - y_{23}L_3) + (y_{23} - y_{12})L_1L_2L_3; \\
 N_6 &= L_2^2(x_{23}L_3 - x_{12}L_1) + (x_{12} - x_{23})L_1L_2L_3; \\
 N_7 &= 3L_3^2 - 2L_3^3 + 2L_1L_2L_3; \\
 N_8 &= L_3^2(y_{31}L_2 - y_{13}L_1) + (y_{13} - y_{31})L_1L_2L_3; \\
 N_9 &= L_3^2(x_{31}L_1 - x_{23}L_2) + (x_{23} - x_{31})L_1L_2L_3,
 \end{aligned} \quad (1)$$

где $N_1, \dots, N_9$ – функции формы; $x_{12} = x_1 - x_2, \dots$,
 $y_{12} = y_1 - y_2, \dots$ – разности координат узлов элемента.

Эти выражения использовались для вывода коэффициентов матриц масс и геометрической жесткости элемента, векторов эквивалентных узловых сил от действия распределенных нагрузок.

Для разработанной новой модели элемента были получены все необходимые характеристики, позволяющие применять его при решении задач линейной и нелинейной статики (с учетом физической и геометрической нелинейностей), динамики и устойчивости.

Вычислительный алгоритм расчета собственных колебаний

На основе созданной конечно-элементной модели (КЭМ) расчетного объекта для анализа его собственных колебаний формируется уравнение задачи на собственные значения:

$$\mathbf{K} \cdot \Phi = \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \Lambda, \quad (2)$$

где $\mathbf{K}, \mathbf{M}$ – матрицы жесткости и масс КЭМ конструкции; Φ, Λ – матрица собственных векторов и диагональная матрица квадратов круговых частот собственных колебаний, соответственно.

Матрицы Φ, Λ подчиняются условиям ортогональности:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi = \Lambda, \quad \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = \mathbf{I}, \quad (3)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Задача на собственные значения решалась с помощью методов одновременных итераций [3] и Ланцоша [4]. Предварительная информация о спектре собственных частот была получена с помощью метода деления спектра, основанного на LDT^T разложении [3].

В методе одновременных итераций для выполнения очередной итерации с номером k реализован следующий вычислительный алгоритм:

1. Умножение векторов $\mathbf{X}_k$ текущего приближения на матрицу масс и последующее решение системы уравнений для вычисления нового приближения $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$ согласно уравнению

$$\mathbf{K} \cdot \bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_k, \quad (4)$$

где $\mathbf{X}_k$, $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$ – прямоугольные матрицы, содержащие в своих столбцах группу из m векторов, являющихся очередным приближением к собственным векторам (собственным формам колебаний), которые предстоит вычислить, или рабочими векторами алгоритма.

Число m векторов в группе, как правило, выбирается существенно меньше числа степеней свободы системы n : $m \ll n$.

2. Вычисление проекций $\mathbf{K}_{k+1}$, $\mathbf{M}_{k+1}$ матриц жесткости и масс $\mathbf{K}$, $\mathbf{M}$ на итерируемое подпространство:

$$\mathbf{M}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \bar{\mathbf{X}}_{k+1}, \quad \mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \bar{\mathbf{X}}_{k+1}. \quad (5)$$

Квадратные симметричные матрицы $\mathbf{K}_{k+1}$, $\mathbf{M}_{k+1}$ имеют невысокий порядок m , равный числу итерируемых векторов. Эти проекции определяют задачу на собственные значения малого порядка

$$\mathbf{K}_{k+1} \cdot \mathbf{F}_{k+1} = \mathbf{M}_{k+1} \cdot \mathbf{F}_{k+1} \cdot \mathbf{L}_{k+1}, \quad (6)$$

которая может быть решена стандартными методами. Приняты обозначения $\mathbf{F}_{k+1}$, $\mathbf{L}_{k+1}$ – матрица собственных векторов и диагональная матрица собственных чисел задачи (6), которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{k+1}^T \cdot \mathbf{K}_{k+1} \cdot \mathbf{F}_{k+1} &= \mathbf{L}_{k+1}, \\ \mathbf{F}_{k+1}^T \cdot \mathbf{M}_{k+1} \cdot \mathbf{F}_{k+1} &= \mathbf{I}_{k+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

3. Решение обобщенной задачи (7) на собственные значения малого порядка. В разработанных программах обобщенная задача (7) приводится к стандартной форме и решается методом вращений Якоби.

4. Ортогонализация группы итерируемых векторов, получение нового приближения к собственным векторам:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} \cdot \mathbf{F}_{k+1}. \quad (8)$$

Как показывает расчетная практика, при выполнении итераций по приведенной схеме группа итерируемых векторов $\mathbf{X}_k$ достаточно

быстро сходится к группе собственных векторов Φ (формам собственных колебаний), а собственные числа на диагонали матрицы $\mathbf{L}_{k+1}$ – к соответствующим этим векторам собственным числам Λ (квадратам круговых частот собственных колебаний).

Наряду с методом одновременных итераций, как альтернативный алгоритм определения частот и форм собственных колебаний конструкций, использован алгоритм Ланцоша.

Алгоритм Ланцоша представляет собой метод построения ортогонального базиса в подпространстве Крылова. Подпространство Крылова образовано произвольным начальным вектором $\mathbf{q}_1$ и векторами, которые получают многократным умножением $\mathbf{q}_1$ на некоторую квадратную симметричную матрицу $\mathbf{A}$:

$$\{\mathbf{q}_1, \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A}^3 \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A}^4 \cdot \mathbf{q}_1, \dots\}.$$

Полезные свойства алгоритма определяются свойствами подпространства Крылова, которое даже при малом числе членов близко аппроксимирует собственное подпространство матрицы $\mathbf{A}$ (образованное группой собственных векторов этой матрицы).

Процесс построения базиса заключается в последовательном выделении ортогональных компонент – ортогональной к вектору $\mathbf{q}_1$ компоненты $\mathbf{q}_2$ из произведения $\mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_1$, затем ортогональной к $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$ компоненты $\mathbf{q}_3$ из произведения $\mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_2$, и так далее. Векторы $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$, $\mathbf{q}_3$, ... называются векторами Ланцоша. Выполняются условия ортогональности и нормирования:

$$\mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{q}_j = 0, \quad i \neq j; \quad \mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{q}_i = 1.$$

Поскольку для некоторого номера i вектор $\mathbf{q}_i$ ортогонален подпространству

$$\{\mathbf{q}_1, \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A}^3 \cdot \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{A}^{i-2} \cdot \mathbf{q}_1\},$$

а векторы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_1, \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_2, \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_3, \dots, \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_{i-2}$ принадлежат ему, справедливо условие

$$\mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_j = 0, \quad j \leq i-2, \quad j \geq i+2.$$

При точном выполнении арифметических операций процесс должен завершиться через n шагов (n – порядок системы). Если объединить все n векторов $\mathbf{q}_i$ в квадратную матрицу $\mathbf{Q}$ в качестве столбцов, то условия ортогональности и последнее уравнение можно переписать в матричном виде:

$$\mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{T}, \quad (9)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & 0 \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & \\ & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 \\ & & \beta_3 & \alpha_4 & \ddots \\ 0 & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\mathbf{T}$ – симметричная трехдиагональная матрица.

Для матрицы $\mathbf{T}$ коэффициенты на главной диагонали α_i и поддиагональные коэффициенты β_i можно определить по формулам:

$$\alpha_i = \mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_i, \quad \beta_i = \mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_{i+1}. \quad (11)$$

В задаче об определении частот и форм собственных колебаний с применением алгоритма Ланцоша обобщенная проблема собственных значений (2) сводится к стандартной форме следующим образом.

Представив разложение матрицы масс на треугольные множители Холецкого $\mathbf{M} = \mathbf{L}_M \cdot \mathbf{L}_M^T$, уравнение (2) можно записать таким образом:

$$\mathbf{K} \cdot \Phi = \mathbf{L}_M \cdot \mathbf{L}_M^T \cdot \Phi \cdot \Lambda. \quad (12)$$

Далее обе части равенства слева умножив на $\mathbf{L}_M^T \cdot \mathbf{K}^{-1}$, справа – на Λ^{-1} , и поменяв местами левую и правую части равенства, получим:

$$\mathbf{L}_M^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{L}_M \cdot \mathbf{L}_M^T \cdot \Phi = \mathbf{L}_M^T \cdot \Phi \cdot \Lambda^{-1}. \quad (13)$$

Введем обозначения для входящих в это уравнения матричных выражений:

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}_M^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{L}_M; \quad \mathbf{V} = \mathbf{L}_M^T \cdot \Phi; \quad \Omega = \Lambda^{-1}. \quad (14)$$

С учетом данных обозначений была получена в стандартной форме матричная формулировка проблемы собственных значений, связанная с исходной задачей (2):

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{V} \cdot \Omega, \quad (16)$$

где $\mathbf{A}$ – квадратная симметричная матрица; $\mathbf{V}$ – матрица собственных векторов; Ω – диагональная матрица собственных чисел, являющихся обратными квадратам круговых частот собственных колебаний исходной задачи (2).

Для данной задачи на собственные значения выполняются условия ортогональности собственных векторов:

$$\mathbf{V}^T \cdot \mathbf{V} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \Omega. \quad (17)$$

Применительно к (16) алгоритм Ланцоша в классическом варианте основан на использовании трехчленной рекурсивной формулы

$$\beta_i \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_i - \alpha_i \mathbf{q}_i - \beta_{i-1} \mathbf{q}_{i-1} \quad (18)$$

для расчета вектора Ланцоша $\mathbf{q}_{i+1}$ по вычисленным ранее $\mathbf{q}_i$ и $\mathbf{q}_{i-1}$.

Объединение в одно матричное уравнение

всех уравнений типа (18), записанных для каждого из последовательных шагов алгоритма, начиная с первого и до шага с номером i , дает следующий результат:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_i \cdot \mathbf{T}_i + \beta_i \mathbf{q}_{i+1}, \quad (19)$$

где $\mathbf{Q}_i$ – прямоугольная матрица, содержащая в своих столбцах первые i векторов Ланцоша; $\mathbf{T}_i$ – трехдиагональная матрица размером $i \times i$ с коэффициентами α_i , β_i .

При этом выполняются условия:

$$\mathbf{Q}_i^T \cdot \mathbf{Q}_i = \mathbf{I}, \quad \mathbf{Q}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}_i = \mathbf{T}_i. \quad (20)$$

На каждом шаге алгоритма решается определяемая трехдиагональной матрицей $\mathbf{T}_i$ вспомогательная стандартная задача на собственные значения малого порядка:

$$\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i \cdot \Omega_i, \quad (21)$$

где $\mathbf{F}_i$ – матрица собственных векторов; Ω_i – диагональная матрица собственных чисел.

Вычисленные матрицы $\mathbf{F}_i$ и Ω_i подчиняются условиям

$$\mathbf{F}_i^T \cdot \mathbf{F}_i = \mathbf{I}, \quad \mathbf{F}_i^T \cdot \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{F}_i = \Omega_i, \quad (22)$$

которые с учетом (20) можно переписать в виде

$$\underbrace{\mathbf{F}_i^T \cdot \mathbf{Q}_i^T}_{\mathbf{V}_i^T} \cdot \underbrace{\mathbf{Q}_i \cdot \mathbf{F}_i}_{\mathbf{V}_i} = \mathbf{I}, \quad \underbrace{\mathbf{F}_i^T \cdot \mathbf{Q}_i^T}_{\mathbf{V}_i^T} \cdot \underbrace{\mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}_i \cdot \mathbf{F}_i}_{\mathbf{V}_i} = \Omega_i \quad (23)$$

или

$$\mathbf{V}_i^T \cdot \mathbf{V}_i = \mathbf{I}, \quad \mathbf{V}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V}_i = \Omega_i. \quad (24)$$

С увеличением количества шагов алгоритма отдельные собственные значения в Ω_i (в первую очередь максимальные по модулю) стабилизируются и приближаются к собственным значениям матрицы Ω , которые, в свою очередь определяют минимальные по модулю значения матрицы Λ исходной задачи (2).

С практической точки зрения, алгоритм удобнее организовывать, видоизменив трехчленную рекурсию (18) в соответствии со следующим уравнением:

$$\beta_i \mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{r}_i - \beta_{i-1} \mathbf{r}_{i-1}, \quad (25)$$

в которой вместо векторов $\mathbf{q}_i$ используются векторы $\mathbf{r}_i = \mathbf{L}_M \cdot \mathbf{q}_i$.

Коэффициенты матрицы $\mathbf{T}_i$ в новом варианте определяются по формулам:

$$\alpha_i = \mathbf{r}_i^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{r}_i, \quad \beta_i = \mathbf{r}_i^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{i+1}. \quad (26)$$

После решения $\mathbf{T}_i$ вспомогательной стандартной задачи на собственные значения (21)

и определения для нее матриц собственных векторов $\mathbf{F}_i$ и собственных чисел Ω_i на подпространстве векторов $\{\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i\}$, объединенных столбцами в матрице $\mathbf{R}_i$, могут быть вычислены текущие приближения Φ_i к собственным векторам исходной задачи Φ (умноженные на матрицу масс $\mathbf{M}$). Для этого с учетом (14) выполняется ортогональное преобразование векторов $\mathbf{R}_i$ с помощью квадратной матрицы $\mathbf{F}_i$:

$$\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{F}_i = \underbrace{\mathbf{L}_M \cdot \mathbf{Q}_i}_{\mathbf{R}_i} \cdot \mathbf{F}_i = \mathbf{L}_M \cdot \underbrace{\tilde{\mathbf{V}}_i}_{\mathbf{V}_i} = \mathbf{L}_M \cdot \underbrace{\mathbf{L}_M^T \cdot \Phi_i}_{\mathbf{V}_i} = \tilde{\mathbf{M}} \cdot \Phi_i, \quad (27)$$

После достижения сходимости по собственным числам λ_i могут быть вычислены собственные векторы Φ_i исходной задачи (2) из решения системы уравнений

$$\mathbf{K} \cdot \Phi_i = \mathbf{M} \cdot \Phi_i \lambda_i. \quad (28)$$

При выполнении на компьютере программ, реализующих данный алгоритм, вследствие ошибок округления ортогональность между различными векторами $\mathbf{q}_i$ постепенно нарушается. В разработанных программах для уменьшения негативного влияния данного эффекта применялась процедура выборочной ортогонализации [4].

Для получения предварительной информации о спектре собственных частот исследуемой конструкции и контроля результатов вычислений собственных значений с помощью предыдущих алгоритмов были разработаны программы, реализующие метод деления спектра на основе $\mathbf{LDL}^T$ разложения матрицы $\mathbf{K} - \omega_{сдв}^2 \mathbf{M}$, где $\omega_{сдв}$ – круговая частота, задаваемая пользователем в качестве границы исследуемого интервала частотной области. Метод позволяет определить количество тонов колебаний конструкции в произвольно заданном диапазоне частот.

Применение нескольких альтернативных алгоритмов к задаче на собственные значения обусловлено необходимостью оценки погрешностей численного решения. Сопоставление результатов, полученных различными численными методами для одной и той же КЭМ, позволило эффективно контролировать эти погрешности. Расчетные результаты были подтверждены применением нескольких дополнительных контрольных процедур к полученным результатам (путем изучения спектра с помощью метода деления на основе $\mathbf{LDL}^T$ разложения, проверки ортогональности вычисленных собственных векторов).

Создание расчетных моделей кузовов

В расчетах применялся разработанный программный комплекс Каприс-Динамика [5], в котором реализованы указанные конечные элементы и вычислительные алгоритмы. Для расчетного динамического анализа кузовов были составлены конечно-элементные модели, представляющие оболочечные системы с вырезами (оконные и дверные проемы кузова), укрепленные балочными элементами. КЭМ кузова моторного вагона, включающая балочный каркас и тонкостенную обшивку, показана на рис. 2.

Обшивка кузовов была смоделирована конечными элементами тонкой оболочки. Балочные элементы имитировали вертикальные межоконные, подоконные и дверные стойки боковин, верхнюю обвязку боковин, дуги крыши, противоударные стойки торцевых стен, продольные гофры обшивки, имеющей гофрированную структуру. В модели балочными элементами отражены элементы рамы: буферные брусья, шкворневые и хребтовые балки, поперечины, раскосы, боковая обвязка. У подкрепляющих обшивку боковых стен и крыши балочных элементов было задано эксцентричное расположение осей, проходящих через центры тяжести сечений, относительно поверхности элементов оболочки.

Жесткостные параметры балок (площади, моменты инерции) определялись на основе размеров и формы профилей поперечных сечений, которые задавались для расчетной программы в качестве исходной информации. Модели кузовов имели упругие опоры на шкворневых балках, имитировавшие жесткость центрального рессорного подвешивания вагона.

Массовые параметры моделей учитывали максимальное заполнение вагона пассажирами. Сосредоточенными массами были представлены сцепные устройства, основные агрегаты подвагонного оборудования и оборудования, установленного на крыше, двери, оконные блоки и другие элементы с существенной массой. Масса пассажиров была распределена по несущим балкам рамы.

Точность конечно-элементного анализа во многом зависит от качества используемой сетки элементов. Снизить погрешности аппроксимации и повысить достоверность расчетных результатов позволяет поэтапный анализ с ис-

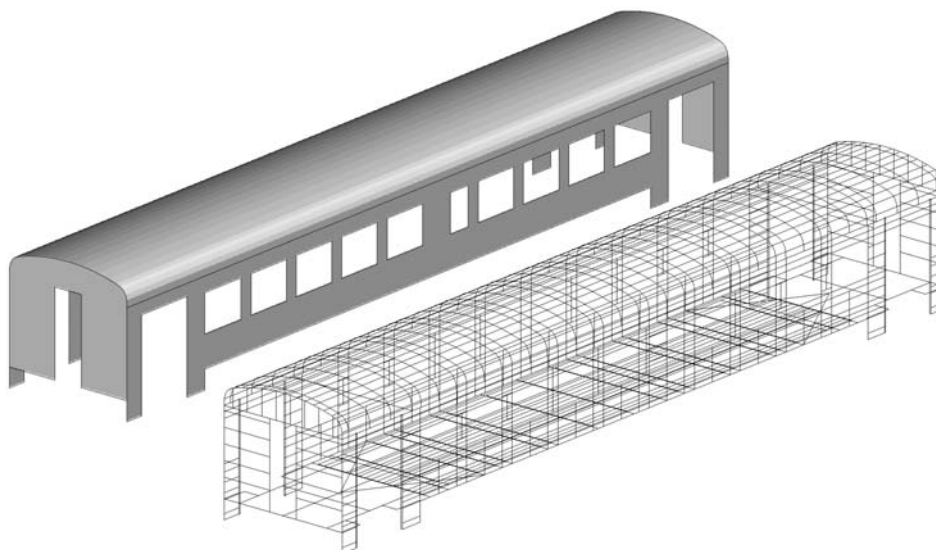


Рис. 2. КЭМ кузова моторного вагона

пользованием моделей, имеющих различную густоту сеток. Если расчетные результаты мало отличаются друг от друга при постепенно увеличивающейся густоте сетки, можно говорить о сходимости решения. В противном случае для обеспечения сходимости необходимо дорабатывать модель.

В рассматриваемой задаче по определению частот и форм собственных колебаний кузовов была исследована сходимость решения МКЭ. Для одного из расчетных вариантов на геометрической модели дополнительно к основной сетке МКЭ была сгенерирована новая сетка с уменьшенными в два раза размерами конечных элементов. Как показал проведенный расчетный анализ, значения собственных частот для основной и уточненной сеток отличались незначительно.

Результаты расчетов

В исходном варианте кузова вагонов электропоезда не отвечали нормативным требованиям величины наименьшей собственной частоты, и это подтвердили выполненные расчеты. Пример расчета формы собственных колебаний, соответствующей наименьшей изгибной частоте, для одного из вариантов конструкции кузова моторного вагона представлен на рис. 3.

Характер распределения амплитуд в элементах боковины (и по боковой обвязке рамы), показанный на рис. 4, а, близок к распределению амплитуд собственных изгибных колебаний балки на двух упругих опорах.

Максимальные вертикальные амплитуды наблюдались в средней части обвязки, узловые

точки формы – на участке обвязки в области упоров раскосов. Качественное отличие собственных колебаний оболочки кузова от балочной схемы состояло в заметных деформациях поперечных сечений кузова в своей плоскости (рис. 4, б). Эти деформации вносили существенный вклад в кинетическую и потенциальную энергию колебательного процесса. Контур поперечного сечения образован несущими элементами кузова: поперечными балками рамы, вертикальными стойками боковин, дугами крыши. Среди них наибольшую жесткость (значительно превышающую жесткость других элементов) имели поперечные балки рамы.

Несмотря на это, изгиб поперечных балок выражен явно, так как на них размещена большая часть общей массы модели. При их деформациях аккумулируется существенная доля энергии колебаний. Жестко соединенные с боковой обвязкой, они при своем изгибе заставляли скручиваться балки боковой обвязки рамы. В результате, деформирование боковой обвязки определено совместным действием факторов изгиба и кручения.

Расчетный анализ проводился для большого числа вариантов усиления кузова, предусматривающих увеличение толщины обшивки боковин, крыши; изменение профилей вертикальных стоек боковин, балок верхней боковой обвязки, боковой обвязки рамы, поперечных балок рамы, дуг крыши; установку дополнительных несущих элементов на крыше, раме, боковинах. Было исследовано влияние параметров отдельных элементов конструкции на частоту колебаний и рассмотрены различные комбинации

мер по усилению. Общий эффект повышения частоты от внедрения одновременно нескольких мероприятий не всегда совпадал с суммой эффектов от каждого из них в отдельности даже при малых вариациях параметров.

Постановка экспериментальных исследований собственных частот кузовов

Необходимой частью полномасштабного динамико-прочностного исследования железнодорожных вагонов является проведение экспериментальных исследований различного направления. Целью данных экспериментальных исследований было определение первых (наименьших) частот собственных колебаний f_B , f_N изгиба кузовов в вертикальной плоскости, которые соответствовали двум режимам: «брутто» – при максимальной загрузке вагона пассажирами, «нетто» – без пассажиров.

Кузова при испытаниях были установлены на штатные тележки и полностью укомплектованы внешним и внутренним оборудованием согласно конструкторской и технической документации на вагон. В таком виде кузова без пас-

сажиров соответствовали состоянию «нетто». Состояние «брутто», при максимальном заполнении вагона пассажирами, имитировалось использованием мерных грузов, которые размещались в кузове по определенной схеме, соответствующей реальному размещению максимального (по данным разработчиков электропоезда) количества людей весом по 70 кг в салоне и тамбурах. Схема загрузки отражала размещение сидящих пассажиров в количестве, равном числу мест сидения, а также стоящих пассажиров исходя из нормативного значения 7 человек на 1 м² свободной площади. Для имитации веса сидящих пассажиров мерный груз располагался на полу перед сиденьями, для имитации веса стоящих пассажиров – на полу вагона на площадях, свободных от сидений. В качестве мерного груза использовались тормозные колодки (массой 12,2 кг) производства ОАО «ДМЗ», а также мешки с песком.

Для электропоезда ЭД9М были испытаны все три типа входящих в его состав вагонов – головной, моторный и прицепной. Моторный и прицепной вагоны исследовались для определения экспериментальных значений частот соб-

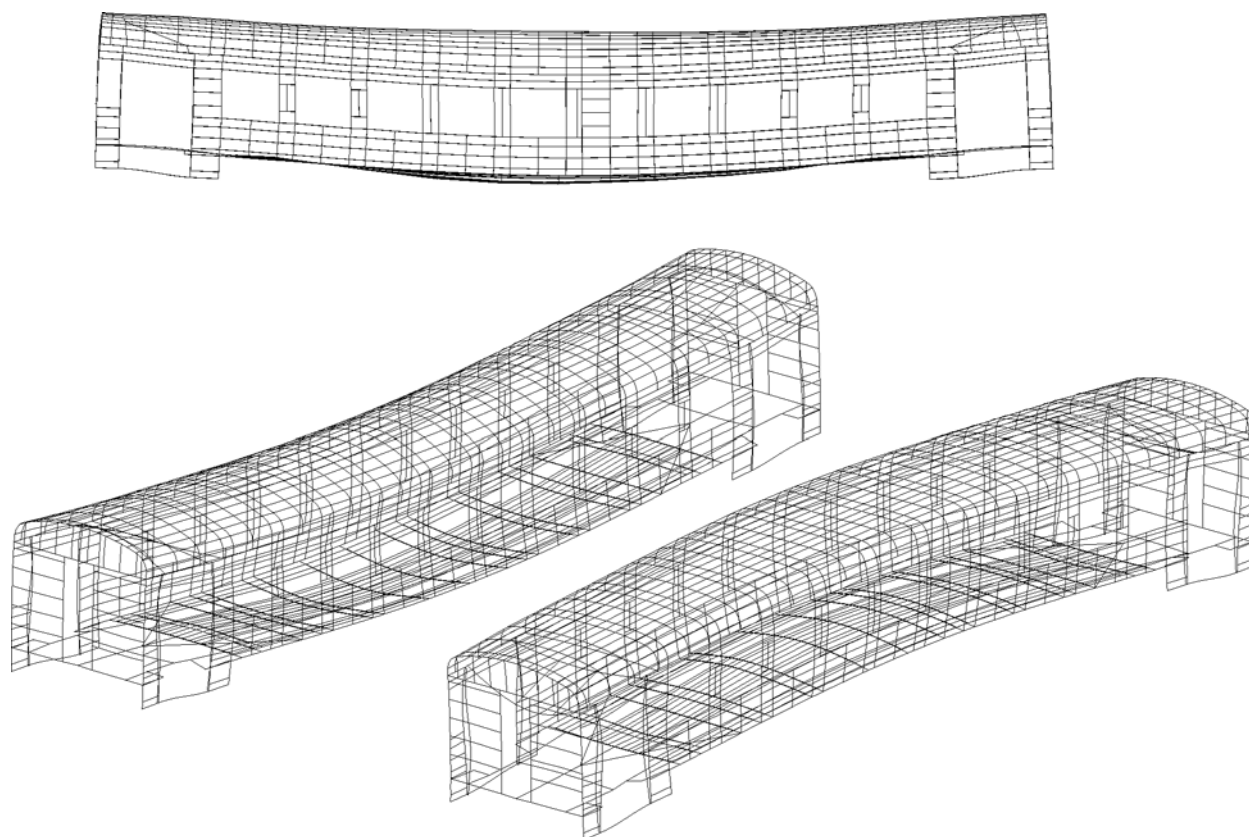


Рис. 3. Пример расчета формы собственных колебаний кузова моторного вагона (собственная частота 7,62 Гц)

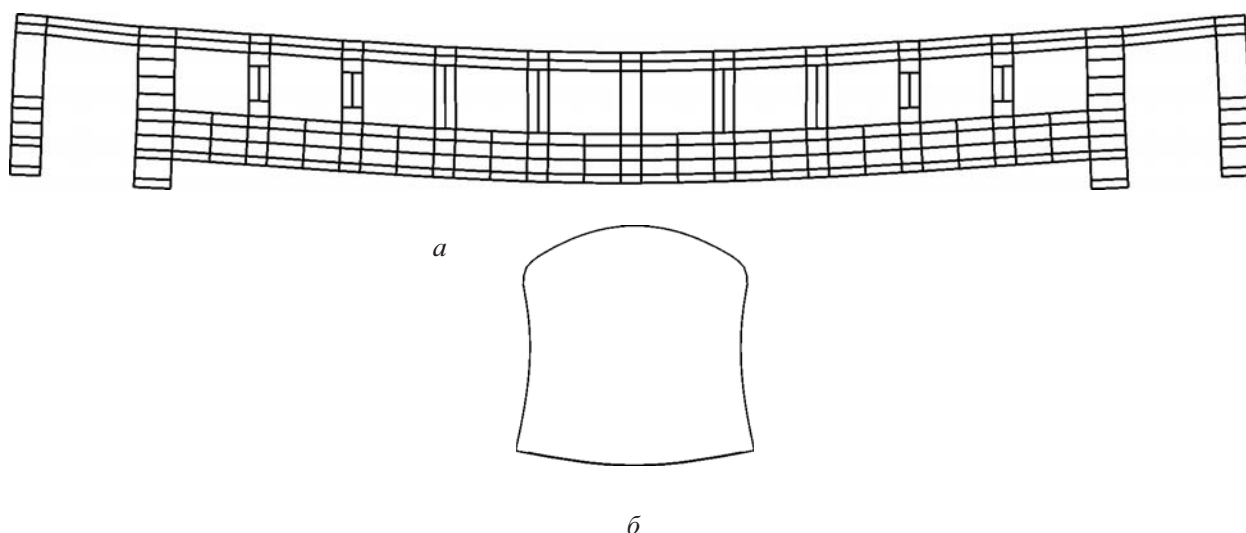
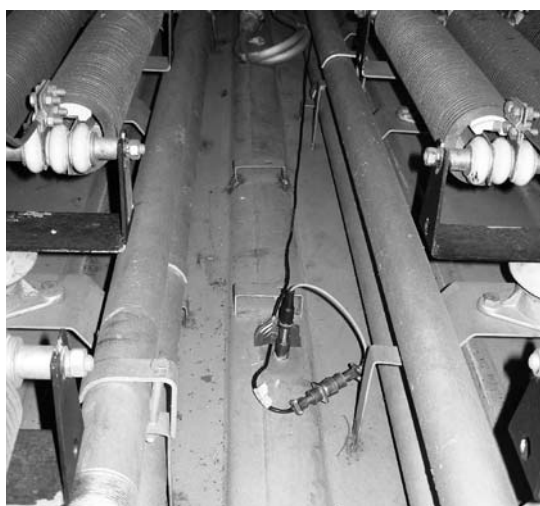
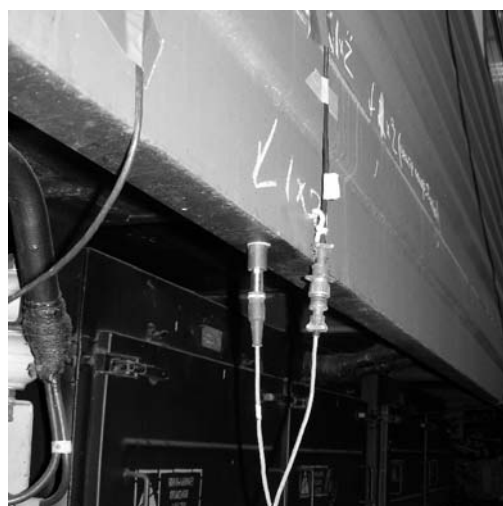


Рис. 4. Распределения амплитуд собственных колебаний
в боковине кузова (а) и в поперечном сечении средней части кузова (б)



а



б

Рис. 5. Вибропреобразователи на крыше и боковой обвязке рамы

ственных колебаний кузовов и сопоставления их с расчетными и нормативными значениями.

Головной вагон, для которого не проводился расчет собственных колебаний кузова, испытывался для сопоставления экспериментальных значений частот с нормативными.

Каждый кузов был оборудован средствами измерений деформаций и ускорений – первичными и вторичными преобразователями, позволяющими фиксировать колебания. В качестве первичных преобразователей использовались тензорезисторы и вибропреобразователи. В качестве вторичных преобразователей применялись измерительные усилители типа *Spider8* компании *HBM* (Германия).

Первичные преобразователи размещались

на раме, полу и крыше. На рисунке 5 показаны вибропреобразователи, вертикально установленные на крыше вагона и боковой обвязке рамы. Типичная схема расстановки первичных преобразователей предполагала их размещение на полу в тамбуре и в центре кузова на продольной его оси, на левой и правой боковых обвязках рамы. В ряде случаев первичные преобразователи устанавливались на крыше вагона.

Вторичные преобразователи располагались или в испытуемом вагоне, или в специальном штабном вагоне, который находился на соседнем пути. Первичные преобразователи электрическими кабелями соединялись со вторичными преобразователями, которые в свою очередь для регистрации динамических процессов ком-

мутировались с персональным компьютером.

Возбуждение собственных колебаний кузова при испытаниях осуществлялось различными ударно-вибрационными способами.

Значение частоты собственных колебаний кузова определялось по результатам анализа и обработки динамических процессов, зарегистрированных первичными преобразователями. Регистрация динамических процессов выполнялась с частотой дискретизации 300 Гц. Для определения искомого параметра – значения частоты – на графиках процессов достаточно было выявить количество полных колебаний регистрируемого динамического процесса в секунду.

Результаты экспериментальных и расчетных исследований были сопоставлены между собой. В таблице приведены расчетные и экспериментальные значения первых собственных частот изгибных колебаний кузова для моторного вагона электропоезда ЭД9М.

Представленные результаты свидетельствуют о хорошем соответствии расчетных результатов экспериментальным данным, что подтверждает применимость программного комплекса и разработанных конечно-элементных моделей кузовов электропоездов для практического использования.

Таблица

Результаты для первых собственных частот

Частота	Расчет	Эксперимент
f_B , Гц	7,32	7,0
f_N , Гц	8,99	9,0

Заключение

Разработанный программный комплекс Каприс-Динамика и прикладная расчетная методика динамического анализа конструкций вагонов электропоездов подтвердили свою эффективность для расчетных исследований собственных колебаний электропоездов различного типа. Предварительный расчетный анализ ряда серийных вагонов показал необходимость широких исследований эксплуатируемых и вновь проектируемых железнодорожных вагонов для поиска рациональных вариантов модернизации конструкции вагонов с целью повышения их собственных частот до нормативных значений.

Список литературы

1. НБ ЖТ ЦТ 03-98. ССФЖТ. Электропоезда. Нормы безопасности. Изменения № 2. 2009. – 135 с.
2. Bator J.L., Bathe K.J., Ho L.W. A study of three-node triangular plate bending elements // Int. J. Numer. Meth. Engng. 1980. V. 15. P. 1771–1812.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – Л.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
4. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. – М.: Мир, 1983. – 384 с.
5. Дмитриченко С.С., Русанов О.А. Опыт расчетов на прочность, проектирования и доводки сварных металлоконструкций мобильных машин // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2006. № 1. С. 8–13.

Материал поступил в редакцию 08.09.2010

РУСАНОВ

Олег Александрович

E-mail: newmalina@rambler.ru
Тел. +7 (495) 620-39-89

Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник кафедры сопротивления материалов Московского государственного индустриального университета (ГОУ МГИУ). Область научных интересов – численные методы статического и динамического анализа машиностроительных конструкций, расчеты на прочность несущих систем машин. Автор более 60 научных работ.

ПАНКРАТОВА

Ирина Герасимовна

E-mail: ira_pank@mail.ru
Тел. +7 (499) 260-42-73

Аспирантка ГОУ МГИУ. Старший научный сотрудник отделения «Механика экипажей тягового подвижного состава» ОАО «Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта». Область научной деятельности – экспериментальные и расчетные исследования динамики и прочности конструкций локомотивов и моторвагонного подвижного состава. Автор 9 научных работ.