УДК 539.3

ВЫБОР СХЕМАТИЗИРОВАННОЙ ДИАГРАММЫ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК*

В. Н. Скопинский, А. Б. Сметанкин, Н. В. Вожова

В статье представлены результаты упругопластического анализа пересекающихся оболочек на основе конечно-элементного моделирования с использованием оболочечных элементов и теории пластического течения. Рассмотрены различные варианты схематизированных диаграмм деформирования для пластичного материала, представлены результаты сравнительного анализа их влияния на распределение напряжений в упругопластической области оболочек и величину предельного пластического давления.

Ключевые слова: пересекающиеся оболочки, упругопластический анализ, метод конечных элементов, диаграмма напряжений, схематизация диаграммы, предельная пластическая нагрузка.

Введение

Конструктивные объекты в виде пересекающихся оболочек широко применяются в химическом и нефтехимическом машиностроении (сосуды давления и аппараты с патрубками и штуцерами, конструктивные соединения трубопроводов и т.д.). В последнее десятилетие обновились многие стандарты в области проектирования и расчета сосудов давления - как зарубежные (например, [1-3] и др.), так и отечественные [4]. Причем в зарубежных нормах предусмотрены процедуры оценки предельной нагрузки с использованием методов нелинейного анализа. Применение методов расчета по предельной нагрузке во многих случаях позволяют более надежно оценивать допускаемые нагрузки и создавать более экономичные

конструкции, чем при использовании упругого анализа с оценкой по категориям напряжений [5]. В связи с актуальностью этой проблемы, необходимы широкие исследования как в области создания апробированных расчетных методик нелинейного анализа конструктивных объектов в виде пересекающихся оболочек, так и в области разработки обоснованных способов и критериев определения предельной нагрузки для конструкции.

Целью данной работы является обоснование выбора схематизированной диаграммы напряжений для упругопластического расчета и сравнительный анализ различных способов определения предельной пластической нагрузки для аппарата давления с патрубком.

^{*} Статья подготовлена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., проект П2233.

Упругопластический анализ пересекающихся оболочек

В промышленности наиболее часто применяются сосуды и аппараты давления с радиальными патрубками или штуцерами. Узел сопряжения патрубка с цилиндрическим корпусом сосуда относится к типу радиального соединения пересекающихся цилиндрических оболочек. В данной работе для упругопластического анализа таких соединений применяется метод конечных элементов с использованием двухмерных четырехугольных оболочечных элементов и теория пластического течения с деформационным упрочнением. В такой постановке разработана специализированная вычислительная программа SAIS для упругопластического расчета соединений пересекающихся оболочек. Некоторые результаты апробации программы представлены в работах [6, 7].

Для радиальных соединений пересекающихся цилиндрических оболочек при упругом анализе максимальные напряжения в оболочках зависят от комплекса относительных параметров *d/D, D/H, h/H*, (1)

где D, H – диаметр срединной поверхности и толщина цилиндрического корпуса аппарата; d, h – диаметр срединной поверхности и толщина патрубка.

Сосуды и аппараты давления обычно изготавливаются из пластичных конструкционных материалов - из углеродистых и легированных сталей. При исследовании упругопластического деформирования сосудов с патрубками, помимо параметров (1), заметное влияние оказывают свойства материала, в том числе его интегральная характеристика – диаграмма деформирования. В связи с этим отдельной задачей в расчетном анализе является выбор адекватной диаграммы деформирования материала. Лучший вариант – использование реальной диаграммы, т.е. диаграммы истинных напряжений, построенной по диаграмме условных напряжений, которая получена для материала сосуда по результатам стандартных испытаний образцов на растяжение. Но он осуществим лишь при проведении специальных испытаний образцов из материала конструкции. Чаще всего приходится использовать схематизированные диаграммы деформирования, построенные с учетом базовых (справочных) характеристик материала. Однако для этого следует оценить приемлемость схематизированной диаграммы и ее параметров как для получения адекватного напряженного состояния с учетом пластического деформирования материала, так и для определения предельной нагрузки.

Общепринятым подходом для упругопластического расчета является использование гипотезы о том, что при простом нагружении для любого сложного напряженного состояния существует единая зависимость (и деформационная кривая) между интенсивностью напряжений σ_i и интенсивностью деформаций ε_i . Таким образом, следует использовать зависимость $\sigma_i(\varepsilon_i)$, аппроксимирующую подходящим образом реальную диаграмму деформирования материала.

Если не принимать во внимание статистический характер механических свойств материалов, приводимых в справочниках, то можно отметить два основных источника неадекватной аппроксимации диаграммы деформирования и, как следствие, возможную погрешность упругопластического расчета конструкций. Во-первых, для многих сталей, как наиболее широко применяющихся конструкционных материалов, диаграммы напряжений имеют площадки текучести. Однако эту особенность невозможно предусмотреть при построении схематизированной диаграммы деформирования по базовым характеристикам материала. Во-вторых, трудно выбрать подходящие значения для параметров аппроксимации диаграммы деформирования, которые зависят от механических свойств материалов.

Схематизация диаграммы деформирования

Рассмотрим некоторые способы схематизации (аппроксимации) диаграмм деформирования применительно к упругопластическому анализу пересекающихся оболочек.

Наиболее широкое применение для анализа напряжений и деформаций в упругопластической области конструкций получила степенная аппроксимация участка упрочнения диаграммы истинных напряжений в виде [8]

$$\sigma_{i} = \sigma_{T} \left(\frac{\varepsilon_{i}}{\varepsilon_{iT}} \right)^{m} \varepsilon_{i} > \varepsilon_{iT}, \qquad (2)$$

где σ_{T} – предел текучести материала (или условный предел текучести $\sigma_{0,2}$); ε_{iT} – интенсивность деформаций, соответствующая пределу текучести; *m* – характеристика упрочнения материала в упругопластической области (0 $\leq m \leq 1$).

Трудности степенной аппроксимации связаны с приближенной оценкой величины *m* для широкого круга пластичных материалов. В справочнике [8] при определении значения этого параметра для малоуглеродистых и низколегированных пластичных сталей используется приближенная зависимость:

$$m = \frac{\lg\left(\frac{\sigma_{\scriptscriptstyle B}}{\sigma_{\scriptscriptstyle T}}(1+1,4\psi_{\scriptscriptstyle K})\right)}{\lg\left((10^5\ln\frac{1}{1-\psi_{\scriptscriptstyle K}})/(200+0,5\sigma_{\scriptscriptstyle T})\right)},$$
 (3)

где $\sigma_{_B}$ – предел прочности материала; $\psi_{_K}$ – относительное поперечное сужение образца после разрыва.

Другой распространенной схематизацией диаграммы деформирования является линейная аппроксимация участка упрочнения [8]

$$\sigma_i = \sigma_{\rm T} + E_{\rm T}(\varepsilon_i - \varepsilon_{i{\rm T}}) \quad \varepsilon_i > \varepsilon_{i{\rm T}}, \qquad (4)$$

где $E_{\rm t}$ – модуль упрочнения (0 < $E_{\rm t}$ < E, E – модуль продольной упругости материала).

Как и для параметра *m*, нет достоверных данных относительно модуля упрочнения для большинства материалов. В справочнике [8] приведена такая оценка для выбора $E_{_{\rm T}}$ при $0 \le m \le 0,3$:

$$E_{\tau} \cong 0,35mE . \tag{5}$$

Однако, если известны деформации ε_{T} и ε_{B} , соответствующие пределам текучести и прочности на диаграмме условных напряжений, то модуль упрочнения может быть определен по формуле

$$E_{\rm T} = \frac{\sigma_{\rm B} - \sigma_{\rm T}}{\varepsilon_{\rm R} - \varepsilon_{\rm T}}.$$
 (6)

В работе [9] предложена аппроксимация участка упрочнения диаграммы условных напряжений в виде квадратичной параболы

$$\sigma_{i} = \sigma_{T} + 2(\sigma_{B} - \sigma_{T})\frac{\varepsilon_{i}}{\varepsilon_{B}} - (\sigma_{B} - \sigma_{T})\left(\frac{\varepsilon_{i}}{\varepsilon_{B}}\right)^{2}.$$
 (7)

Как показал анализ, эта функция является достаточно хорошим приближением к реальной диаграмме, однако недостаток такой аппроксимации заключается в отсутствии рекомендаций относительно величины ε_в, которая не является базовой характеристикой материала.

Наконец, самой простой формой схематизации является использование известной диаграммы Прандтля (диаграммы идеального упругопластического материала), не учитывающей упрочнение материала: $\sigma_i = \sigma_{\rm T}$ при $\varepsilon_i > \varepsilon_{\rm irt}$.

Особенности распределения напряжений при упругопластическом деформировании

Для определенности рассмотрим узел сопряжения патрубка с обечайкой промышленного сепаратора [5], представляющего радиальное соединение пересекающихся цилиндрических оболочек с параметрами (рис. 1):

где *L* – половина длины цилиндрической обечайки; *l* – длина патрубка.

Сепаратор нагружен внутренним избыточным давлением *p*. В расчете принято, что материал оболочек – сталь Ст3, механические свойства и диаграмма условных напряжений которой получены при испытании стандартных образцов в лаборатории сопротивления материалов МГИУ: предел прочности $\sigma_{\rm B} = 455$ МПа; предел текучести $\sigma_{\rm T} = 275$ МПа; модуль продольной упругости E = 210 ГПа; относительное остаточное удлинение после разрыва $\delta_{10} = 29,2$ %;



Рис. 1. Радиальное соединение пересекающихся цилиндрических оболочек

Таблица 1

						~	1					
	Номер точки											
Параметр точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
σ, МПа	0	275	275,7	280,1	383,5	411,5	434,3	445,5	450,2	451,9	454,5	455
ε, %	0	0,131	0,927	1,73	4,77	6,78	9,44	12,1	14,2	16,3	18,4	20,4

Реальная диаграмма условных напряжений Ст3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАШИН И СИСТЕМ

относительное поперечное сужение после разрыва $\psi_{\kappa} = 58$ %; деформация $\varepsilon_{\rm B} = 0,204$. Для полученной диаграммы условных напряжений σ - ε значения напряжений и деформаций в ряде точек (для части диаграммы до точки неустойчивости пластического деформирования) приведены в табл. 1.

Участок на диаграмме между точками 1-2определяет упругую деформацию материала, участок на диагфрагме между точками 2-3 соответствует площадке текучести. При расчетном упругопластическом анализе используются истинные напряжения σ_{μ} и деформации ε_{μ} , которые определяются по известным формулам [10]: $\sigma_{\mu} = \sigma(1+\varepsilon), \ \varepsilon_{\mu} = \ln(1+\varepsilon).$

Для сравнительного анализа в расчете используются различные диаграммы истинных напряжений для Ст3 – реальная (получена по результатам испытаний) и схематизированные, которые приведены на рис. 2.

Процедура конечно-элементного упругопластического анализа пересекающихся оболочек рассмотрена в работе [6]. Особенностью расчетной прикладной методики является использование систем криволинейных координат для каждой оболочки и конечных элементов естественной кривизны, обеспечивающих адекватное представление геометрии оболочек и позволяющих надлежащим образом учитывать взаимосвязь мембранной и изгибной деформаций оболочек.

Для радиального соединения наибольшие напряжения возникают в главной плоскости, проходящей через оси обеих оболочек [6]. Посколь-800 , МПа

600

400 200 0,04 0,08 0,12 0,16 Е Рис. 2. Диаграммы истинных напряжений Ст3: 1 – реальная диаграмма; 2 – диаграмма со степенным упрочнением; 3 – диаграмма с линейным упрочнением; 5 – диаграмма Прандтля ку в данном случае толщина патрубка больше толщины обечайки аппарата, наибольшими являются напряжения в основной оболочке (обечайке аппарата). Распределение интенсивности напряжений при упругопластическом деформировании материала ($\sigma_i > \sigma_r$) на наружной поверхности основной оболочки вблизи области пересечения в главной плоскости показано на рис. 3.

Для удобства рассмотрения расчетных результатов нагрузка представляется в относительной форме:

$$\overline{p} = \frac{p}{p_{\rm T}}, \quad p_{\rm T} = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{\rm T}}{D/H} \approx 2,32 \frac{\sigma_{\rm T}}{D/H}, \quad (8)$$

где $p_{\rm T}$ – давление, при котором интенсивность напряжений в корпусе аппарата без отверстия (гладкой цилиндрической оболочке с днищами) становится равной пределу текучести ($\sigma_{\rm r} = \sigma_{\rm r}$).

Напряжения представлены в относительной форме $\overline{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_{\tau}$; меридиональная координата s отсчитывается от линии пересечения поверхностей оболочек и на рис. З приведена в относительном виде 2s/D. Расчетные результаты представлены для трех видов диаграммы истинных напряжений: реальной, со степенным упрочнением с использованием уравнений (2) и (3), диаграммы Прандтля. При использовании диаграммы с линейным упрочнением (4) и модулем упрочнения, вычисленного по формуле (6) с учетом значения $\varepsilon_{p} = 0,204$, и диаграммы с квадратичным упрочнением (7) с учетом механических свойств Ст3, полученных при испытании, расчетные результаты практически не отличаются от результатов, соответствующих реаль-





ной диаграмме. Кривые 2 и 5 представляют тот диапазон расчетных результатов, который может быть получен при грубой схематизации диаграммы напряжений, имеющей площадку текучести и участок деформационного упрочнения. (Если использовать аппроксимацию (4) и приближение (5), то результаты получаются еще более завышенными, чем для кривой 2.)

При упругопластическом деформировании оболочек с ростом давления происходит развитие пластических деформаций как по длине области пересечения оболочек ($0 \le \varphi' \le 90^\circ$, φ' – окружная криволинейная координата на поверхности патрубка), так и по толщине оболочек. Изменение интенсивности напряжений на наружной и внутренней поверхностях оболочки аппарата по длине области пересечения при некотором уровне относительного давления ($\overline{p} = 0,7$), для которого максимальные напряжения в оболочках выше предела текучести, показано на рис. 4.

На основе расчетных результатов, представленных на рис. 3 и 4, можно сделать вывод о том, что использование степенной аппроксимации приводит к заметному завышению напряжений в оболочках, а диаграммы Прандтля – к занижению напряжений.

Определение предельной пластической нагрузки

30

60

a

Основные способы определения предельной пластической нагрузки, применяющиеся в зарубежных стандартах и нормах прочности для сосудов и аппаратов, работающих под давлением, рассмотрены в работе [11]. В основе применяемых методик лежит получение для конструкции характеристической кривой $p-\delta$ (*параметр нагрузки – деформационный параметр*), отражающей процесс упругопластического деформирования конструкции при возрастании нагрузки. В данном случае нагрузкой является внутреннее избыточное давление p, а в качестве деформационного параметра могут использоваться различные величины (наибольшая деформация, перемещение, пластическая работа).

В данной работе для сравнительного анализа определение предельного пластического давления проводилось с использованием различных способов и характеристических кривых p-u, $p-W_p$, где u – осевое перемещение торцевого сечения патрубка; W_p – работа пластической деформации.

Удельная пластическая работа \overline{W}_p (в элементарном объеме) и полная пластическая работа W_p в конструкции при расчете по МКЭ определялись следующим образом:



Рис. 4. Изменение интенсивности напряжений по линии пересечения оболочек при расчете с разными диаграммами напряжений ($\overline{p} = 0,7$): а – наружная поверхность; б – внутренняя поверхность (обозначения те же, что и на рис. 2)

φ', °

1,3

1,2

1,1

1,0

0.9

0,8

0,7

0,6 L 0 5

где σ_s , σ_{φ} , $\tau_{s\varphi}$ – компоненты напряжения в системе криволинейных координат (s, φ , z) каждой оболочки; ε_i^p – интенсивность пластической деформации; ε_s^p , ε_{φ}^p , $\gamma_{s\varphi}^p$ – компоненты пластической деформации; N_{pe} – число конечных элементов, в которых наступила пластическая деформация; V^e – объем элемента.

При вычислении пластической работы (9) применяется численное интегрирование с учетом разбиения конечных элементов на слои по толщине оболочки; принята схема интегрирования ($3 \times 3 \times 10$) по координатам *s*, φ , *z*.

В качестве примера определение предельного пластического давления $p_{\rm пp}$ на основе кривых p-u и $p-W_p$ показано на рис. 5 для расчетного варианта с использованием реальной диаграммы деформирования.

При использовании кривой p-u для определения $p_{\rm пр}$ применяются два способа: двойного упругого наклона (ДУН) и пересечения касательных (ПК). В первом способе из начала координат проводится прямая под углом α к оси нагрузки исходя из условия tg $\alpha = 2$ tg θ , где θ – угол между осью нагрузки и прямой линейного участка кривой (рис. 5, *a*). Значение предельного пластического давления определяется как ордината точки пересечения кривой и прямой двойного наклона. Во втором способе значение предельной пла-

р, МПа

12

10

стической нагрузки определяется как ордината точки пересечения прямой начального линейного участка и касательной, проведенной к части кривой, характеризующей пластическое деформирование соединения (см. рис. 5, *a*). Поскольку рассматриваемая кривая на участке, характеризующем упругопластическое деформирование оболочек, является нелинейной, для определенности касательная к кривой проводится в точке, соответствующей наибольшей главной деформации 5 % (такая норма как рекомендуемая приведена в европейском стандарте [3]).

При использовании критерия пластической работы и кривой $p-W_p$ предельное давление определяется как ордината точки пересечения касательной к кривой с осью ординат (рис. 5, δ), а точка, через которую проводится касательная, выбирается из того же условия, что и в способе ПК. Таким образом, в соответствии с графическими построениями получены следующие значения предельного давления: по способу ДУН $p_{пp} = 9,9$ МПа, по способу ПК $p_{пp} = 10,45$ МПа, на основе критерия пластической работы (КПР) $p_{np} = 10,55$ МПа (см. рис. 5).

Аналогичным образом определены значения предельного пластического давления при расчете с использованием рассматриваемых схематизированных диаграмм деформирования материала. Расчетные результаты для предельного пластического давления, вычисленного в относительной форме $\overline{p}_{\rm np} = p_{\rm np}/p_{\rm r}$, сведены в табл. 2.

Как видно из представленных результатов, неадекватная аппроксимация диаграммы истинных напряжений может привести к существенной погрешности при оценке предельной пластической нагрузки. Так, при использовании степенной аппроксимации погрешность превышает 20 %.





Диаграмма напряжений	ДУН, <i>р–и</i>	ПК, <i>р</i> –и	КПР, <i>рW</i> _p
Реальная диаграмма	0,684	0,726	0,729
Диаграмма со степенным упрочнением	0,829	0,857	0,967
Диаграмма с линейным упрочнением	0,684	0,739	0,739
Диаграмма с квадратичным упрочнением	0,684	0,733	0,733
Диаграмма Прандтля	0,663	0,677	0,677

Относительное предельное пластическое давление \overline{p}_{m}

Диаграммы с линейным или квадратичным упрочнением могут являться хорошей схематизацией реальной диаграммы при условии использования известной деформация $\varepsilon_{\rm B}$, которая легко определяется при испытании образцов, но, к сожалению, не приводится в справочниках по конструкционным материалам. Более того, зная величину $\varepsilon_{\rm B}$, можно значительно улучшить и степенную аппроксимацию диаграммы деформирования [12]. На основе экспериментальных данных, полученных в лаборатории сопротивления материалов МГИУ при испытании стандартных образцов некоторых углеродистых и легированных сталей, можно предложить следующую оценку для величины $\varepsilon_{\rm B}$:

$$\varepsilon_{B} \approx \frac{\sigma_{T}}{\sigma_{R}} \delta_{10}. \qquad (10)$$

Отметим некоторые особенности применяемых способов определения предельного пластического давления.

Способ двойного упругого наклона накладывает наиболее жесткие ограничения на допускаемую величину деформационного параметра (в данном случае, перемещения), поэтому дает нижнюю оценку предельного давления. Способ пересечения касательных весьма чувствителен к выбору точки на кривой, через которую проводится касательная. Понятно, что превышение значения $p_{\rm пр}$ при использовании этого способа значения, полученного по способу двойного упругого наклона, объясняется выбором условия проведения касательной – соответствия принятому значению наибольшей главной деформации.

Использование пластической работы в качестве деформационного параметра, впервые предложенное в работе [13], является обоснованным подходом. Пластическая работа, накапливаемая в конструкции, является в полной мере интегральным деформационным параметром, объективным и весьма показательным индикатором механизма развития пластической деформации в конструкции и постепенного изменения ее упругопластического поведения в процессе нагружения. Как следствие, кривая $p - W_p$ получается гладкой, монотонно возрастающей, постепенно переходящей в прямолинейный участок. Недостаток критерия пластической работы, как и в способе пересечения касательных, - неопределенность в выборе точки проведения касательной, что может привести к заметному разбросу определяемого значения $p_{\rm m}$.

Заключение

Упругопластический анализ является эффективным инженерным инструментом для определения предельной пластической нагрузки в сосудах и аппаратах давления, имеющих патрубки или штуцера на корпусе или днище. Для получения адекватных результатов необходимо использовать диаграмму напряжений, наиболее полно учитывающую реальные свойства применяемых конструкционных пластичных материалов. Как показали проведенные расчетные исследования, выбор соответствующей схематизированной диаграммы напряжений оказывает существенное влияние как на расчетные напряжения в упругопластической области деформирования материала оболочек, так и на величину предельного пластического давления, определяемого для оценки допускаемой нагрузки в конструкции.

Список литературы

- 1. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code. Sections II and VIII. New York: American Society for Mechanical Engineers, 2004.
- PD 5500:2006. Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels. London: British Standards Institution.
- 3. EN 13445. Unfired Pressure Vessels. Part 3: Design. European Committee for Standardisation (CEN), 2002.
- ГОСТ Р 52857.3–2007. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Укрепление отверстий в обечайках и днищах при внутреннем и внешнем давлениях. – М.: Стандартинформ, 2008. – 26 с.
- 5. Вожова Н.В., Вольфсон Б.С. Оценка статической прочности штуцерного узла сепаратора с использованием трехмерного конечно-элементного моделирования // Машиностроение и инженерное образование. 2009. № 4. С. 45–51.
- Берков Н.А., Скопинский В.Н. Упругопластическое деформирование пересекающихся цилиндрических оболочек // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 4. С. 44–51.
- Скопинский В.Н., Берков Н.А., Вожова Н.В. Упругопластический анализ напряжений в пересекающихся цилиндрических оболоч-

ках, укрепленных накладным кольцом // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 4. С. 14–18.

- Когаев В.П., Махутов Н.А, Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
- 9. Захаров А.А., Ласунский К.Э. Аппроксимация диаграммы деформирования материала // Известия МГИУ. 2009. № 3 (16). С. 42–46.
- Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
- Скопинский В.Н. К проблеме определения предельной пластической нагрузки для пересекающихся оболочек // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 6. С. 18–21.
- Улучшенная схематизация диаграммы истинных напряжений / В.Н. Скопинский, А.А. Захаров, А.Б. Сметанкин, А.А. Сафронов // Известия МГИУ. 2010. № 3 (20). С. 32–36.
- Muscat M., Mackenzie D., Hamilton R. A work criterion for plastic collapse // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2003. Vol. 80. No. 1. P. 49–58.

Материал поступил в редакцию 25.01.2011

СКОПИНСКИЙ Вадим Николаевич

E-mail: **skopin-j@mail.msiu.ru** Тел. +**7 (495) 620-39-89**

СМЕТАНКИН

Андрей Борисович E-mail:

connecticut-buddy@yandex.ru Тел. +7 (495) 620-39-89

ВОЖОВА Наталья Вячеславовна

E-mail: **bagaeva_80@list.ru** Тел. +**7 (495) 620-39-89** Доцент, кандидат технических наук. Доцент кафедры сопротивления материалов ГОУ МГИУ. Область научных интересов – анализ напряжений в пересекающихся оболочках, применение численных методов анализа оболочечных конструкций. Автор 10 научных работ.

Профессор, доктор технических наук. Заведующий кафедрой сопротивления материалов ГОУ МГИУ. Специалист в области механики тонкостенных оболочек,

численных методов анализа. Автор монографии и более 120 научных трудов.

Научный сотрудник отдела прочности и математического моделирования ОАО «ВНИИНЕФТЕМАШ», аспирантка ГОУ МГИУ. Область научных интересов – прочностной анализ сосудов и аппаратов, применение метода конечных элементов. Автор 5 научных трудов.