

УДК 539.3

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ В ТРУБОПРОВОДЕ С КОНИЧЕСКИМ ОТВОДОМ ПРИ НАГРУЖЕНИИ МОМЕНТОМ*

В.Н. Скопинский, А.Н. Берков, С.А. Гавренков, А.К. Фокин

Выполнен расчетный анализ напряжений в тройниковых соединениях трубопровода с коническим отводом, которые рассматриваются как пересекающиеся цилиндрическая и коническая оболочки. Расчет проведен с применением метода конечных элементов и теории тонких оболочек. Рассмотрены особенности конечно-элементного моделирования оболочек. Представлены результаты анализа влияния угла конусности и угла наклона отвода на значения максимальных напряжений в оболочках при нагружении моментом.

Ключевые слова: пересекающиеся оболочки, конический отвод, метод конечных элементов, концентрация напряжений.

Введение

Конструктивные узлы в виде пересекающихся оболочек часто встречаются в различных технических областях (патрубки и штуцера на корпусе и днище аппаратов и сосудов давления, узлы трубопроводов и т.д.). При различных видах эксплуатационных нагрузок в зоне пересечения оболочек возникает возмущенное напряженное состояние, характеризующееся значительной концентрацией напряжений, что может быть причиной появления и развития пластических деформаций, усталостных трещин. Такие конструктивные узлы являются, как правило, наиболее напряженными и, следовательно, наиболее ответственными в прочностном отношении для конструкции в целом.

Исследование пересекающихся оболочек является одной из актуальных проблем механики оболочечных конструкций. Наиболее изучены соединения пересекающихся цилиндрических оболочек, что определяется, в первую очередь, их широким применением. При этом в трубопроводном транспорте, хотя и редко, применяются тройниковые соединения, в которых основная магистраль (цилиндрическая труба) имеет конический отвод. Основной нагрузкой для трубопроводной системы является внутреннее избыточное давление, однако необ-

ходимо учитывать и нагрузки (силы и моменты) от присоединенных частей трубопровода. Следует отметить, что такие нагрузки трудно прогнозировать. Как правило, они определяются для тройникового соединения по результатам расчета внутренних силовых факторов в поперечных сечениях труб системы в целом. При этом дополнительные напряжения за счет действия такой нагрузки могут быть значительными по сравнению с напряжениями от давления.

Задача исследования напряжений в соединениях цилиндрической трубы с коническим отводом является малоизученной. Напряжения в оболочках таких соединений при действии внутреннего давления рассмотрены в работе [1].

Данная работа посвящена исследованию особенностей напряженного состояния в пересекающихся цилиндрической и конической оболочках при нагружении соединения моментом, а также изучению влияния отдельных геометрических параметров соединения на значения максимальных напряжений в оболочках.

Конечно-элементное моделирование

Тройниковые соединения цилиндрической трубы с коническим отводом будем рассматривать как пересекающиеся цилиндрическая и ко-

* Статья подготовлена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, проект № 16.740.11.0134.

ническая оболочки. Для расчетного анализа применяется метод конечных элементов (МКЭ).

Расчет тонких оболочек является одной из наиболее сложных задач, решаемых с применением МКЭ. Одним из направлений в решении таких задач является использование оболочечных элементов, точно представляющих поверхность оболочки. При этом важным вопросом является выбор аппроксимирующих функций для полей переменных внутри элемента, наиболее полно учитывающих перемещения элемента как жесткого целого. Например, эта проблема имеет место при расчетах оболочек в процессе локального нагружения, а также при расчете пересекающихся оболочек, нагруженных внешними силами или моментами. Применение смешанных моделей с независимой аппроксимацией перемещений и деформаций является одним из способов повышения точности конечно-элементного моделирования.

Как и в работе [2], для расчета пересекающихся цилиндрической и конической оболочек применяется теория тонких оболочек в варианте В.В. Новожилова [3] и МКЭ в смешанной вариационной формулировке. Модифицированный смешанный функционал с независимой аппроксимацией перемещений $\mathbf{f}$ и части деформаций $\bar{\mathbf{e}}_2$ используется в следующем виде:

$$\Pi_R^*(\mathbf{f}, \bar{\mathbf{e}}_2) = \int_S \left[\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \bar{\mathbf{e}}_2^T \mathbf{D}_2 (\mathbf{B}_2 \mathbf{f}) - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}_2^T \mathbf{D}_2 \bar{\mathbf{e}}_2 \right] dS - A_p; \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2)^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_1 = \mathbf{B}_1 \mathbf{f}, \quad \bar{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{P} \mathbf{a},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}^T; \quad (2)$$

$$\mathbf{f} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\delta}^e, \quad \mathbf{f} = (u, v, w)^T, \quad (3)$$

где $\mathbf{D}$ – матрица упругости; $\mathbf{B}$ – матрица дифференциальных операторов; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор деформаций; S – площадь области интегрирования; A_p – работа внешних сил; $\mathbf{P}$ – матрица аппроксимации деформаций; $\mathbf{a}$ – вектор независимых параметров аппроксимации деформаций; $\boldsymbol{\Phi}$ – матрица функций перемещений элемента [2]; $\boldsymbol{\delta}^e$ – вектор узловых перемещений элемента; u, v, w – линейные перемещения в системе криволинейных координат.

При моделировании оболочечной конструкции используется четырехугольный конечный элемент произвольной оболочки вращения, имеющий 20 степеней свободы – по пять в каждом узле. Элемент строится на срединной поверхности оболочки в ортогональной системе криво-

линейных координат (s, φ, z – меридиональная, окружная и нормальная координаты).

Матрица жесткости $\mathbf{K}^e$ смешанной модели элемента с учетом выражений (1) и (2) имеет вид

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{K}_1^e + \mathbf{K}_2^e, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_1^e = \int_{S^e} (\mathbf{B}_1 \boldsymbol{\Phi})^T \mathbf{D}_1 (\mathbf{B}_1 \boldsymbol{\Phi}) dS, \quad \mathbf{K}_2^e = \mathbf{G}_2^T \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{G}_2,$$

$$\mathbf{H}_2 = \int_{S^e} \mathbf{P}^T \mathbf{D}_2 \mathbf{P} dS, \quad \mathbf{G}_2 = \int_{S^e} \mathbf{P}^T \mathbf{D}_2 (\mathbf{B}_2 \boldsymbol{\Phi}) dS.$$

Расчетный анализ показал, что для численного анализа пересекающихся цилиндрической и конической оболочек при действии внешних сил и моментов целесообразно использовать смешанную модель конечного элемента со следующей независимой аппроксимацией деформаций:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = (\kappa_s, \kappa_\varphi, 2\chi)^T, \quad \bar{\mathbf{e}}_2 = (\bar{\varepsilon}_s, \bar{\varepsilon}_\varphi, \bar{\gamma}_{s\varphi})^T; \quad (5)$$

$$\bar{\varepsilon}_s = a_1, \quad \bar{\varepsilon}_\varphi = a_2, \quad \bar{\gamma}_{s\varphi} = a_3, \quad (6)$$

где $\kappa_s, \kappa_\varphi, \chi$ – параметры изменения кривизны и кручения; $\varepsilon_s, \varepsilon_\varphi, \gamma_{s\varphi}$ – линейные деформации и тангенциальный сдвиг.

Для расчетного анализа напряженного состояния соединений пересекающихся оболочек различной геометрической формы применяется специализированная расчетная программа SAIS [2], которая развивается для решения новых задач.

Результаты

параметрического анализа

Классификация типовых соединений пересекающихся оболочек приведена в монографии [2]. Геометрия соединения пересекающихся цилиндрической и конической оболочек (по срединным поверхностям) показана на рис. 1.

Рассматриваются нерадиальные соединения пересекающихся оболочек, которые характеризуются следующим комплексом относительных геометрических параметров:

$$\frac{r_0}{R}, \frac{R}{H}, \frac{h}{H}, \alpha_c, \alpha, \quad (7)$$

где R – радиус срединной поверхности цилиндрической оболочки (трубы); r_0 – радиус параллельного сечения конической оболочки (отвода), проходящего через точку пересечения оси отвода и поверхности цилиндрической оболочки (точку O'); H, h – толщины цилиндрической и конической оболочек; α_c – угол конусности отвода; α – угол отклонения оси отвода от

нормали $\mathbf{n}_0$ к поверхности трубы в главной плоскости, проходящей через ось трубы и нормаль $\mathbf{n}_0$ (см. рис. 1).

Конечно-элементная модель радиального соединения ($\alpha = 0$), полученная с помощью пре-процессора программы SAIS, представлена на рис. 2.

В данной работе исследуется напряженное состояние цилиндрической трубы с коническим отводом при действии изгибающего момента, приложенного в торцевом сечении отвода в главной плоскости соединения (см. рис. 1). Далее приводятся некоторые расчетные результаты для радиальных и нерадиальных соединений со следующими относительными параметрами:

$$R/H=50, h/H=1, L/R=8, l/r_0=1,5. \quad (8)$$

В точках наружной и внутренней поверхностей оболочки в ортогональной системе криволинейных координат (s, φ, z) определяются компоненты напряженного состояния: σ_s , σ_φ – меридиональное и окружное нормальные напряжения; $\tau_{s\varphi}$ – касательные напряжения в тангенциальной плоскости. При анализе напряженного состояния рассматривали как отдельные компоненты напряжений, так и обобщенную характеристику напряженного состояния – интенсивность напряжений:

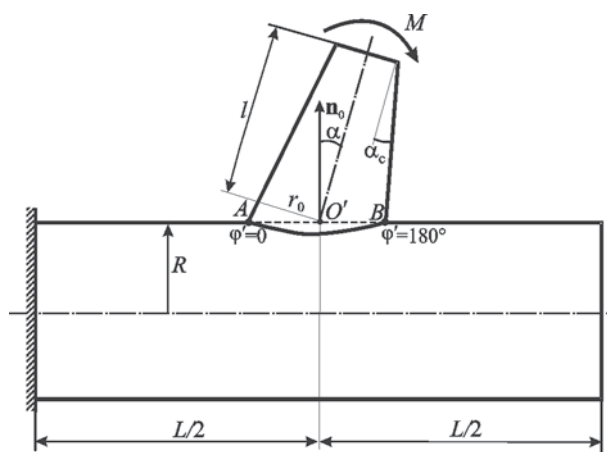


Рис. 1. Геометрия и нагружение тройникового соединения (L – длина цилиндрической оболочки)

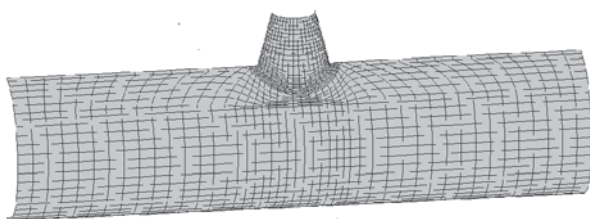


Рис. 2. Конечно-элементная модель радиального соединения ($r_0/R=0,5$; $\alpha_c=15^\circ$)

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (9)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения.

При действии изгибающего момента, приложенного к коническому отводу в главной плоскости соединения, в оболочках наблюдается резко выраженная концентрация напряжений на границах пересечения оболочек. Меридиональные напряжения σ_s в оболочках – преимущественно изгибные, а для окружных напряжений σ_φ примерно в равной мере представлены изгибная и мембранная составляющие. Однако в зонах максимальных напряжений и окружные напряжения – преимущественно изгибные. Характерно, что в зонах максимальных напряжений наблюдаются значительные касательные напряжения $\tau_{s\varphi}$, особенно на внутренних поверхностях оболочек. Это объясняется взаимосвязью изгибной и мембранной деформаций вследствие кривизны поверхности оболочки.

Наибольшие напряжения (интенсивность напряжений) в цилиндрической трубе и коническом отводе – примерно одинаковые, так как в соединениях с параметрами (8) рассматриваются оболочки равной толщины. Для соединения с параметрами (8) при $r_0/R=0,5$ и $\alpha_c=15^\circ$ на рис. 3 показано изменение относительной интенсивности напряжений на наружной поверхности цилиндрической трубы по линии пересечения AB (см. рис. 1, φ' – окружная координата конической оболочки).

Напряжения представлены в относительной форме:

$$\bar{\sigma}_i^+ = \frac{\sigma_i^+}{\sigma_0}, \quad \sigma_0 = \frac{M}{\pi r_0^2 h}, \quad (10)$$

где σ_0 – номинальные напряжения соединения; знак «+» соответствует наружной поверхности.

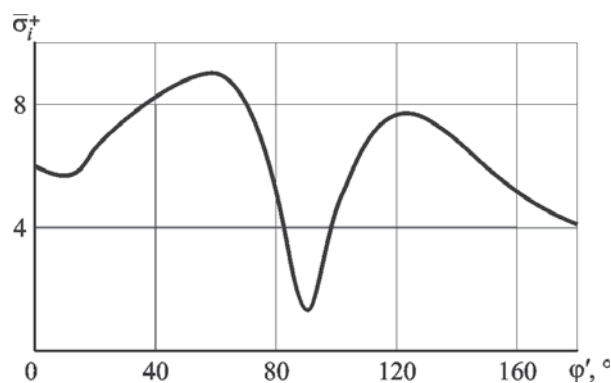


Рис. 3. Изменение относительной интенсивности напряжений $\bar{\sigma}_i^+$ в основной оболочке соединения с параметрами $R/H=50, h/H=1, r_0/R=0,5, \alpha_c=15^\circ$

В качестве номинальных напряжений приняты «балочные» нормальные напряжения в цилиндрическом отводе радиуса r_0 при действии изгибающего момента M .

Максимальные напряжения в оболочках наблюдаются в зоне $50^\circ < \varphi' < 60^\circ$, а также в зоне $120^\circ < \varphi' < 130^\circ$. Если при $\alpha_c = 0^\circ$ максимальные напряжения в этих зонах практически одинаковые, то при увеличении угла конусности отвода положение этих зон не изменяется, но максимальные напряжения во второй зоне становятся заметно меньше, чем в первой, поэтому наибольшие напряжения для соединения в целом имеют место в зоне $50^\circ < \varphi' < 60^\circ$.

Основное внимание в работе уделено изучению влияния угла конусности и угла отклонения оси конического отвода от радиального направления на наибольшие напряжения в оболочках. На рис. 4 представлены результаты анализа, показывающие влияние параметров r_0/R и угла конусности α_c на наибольшие напряжения в оболочках (интенсивность напряжений на наружной поверхности $\bar{\sigma}_{i,\max}$ цилиндрической трубы) для радиального соединения.

Угол конусности отвода для радиального соединения может изменяться в диапазоне $0 \leq \alpha_c \leq \alpha_c^*$: минимальное значение угла конусности соответствует радиальному соединению цилиндрических оболочек, предельное значение угла конусности

$$\alpha_c^* = \arcsin \frac{1 - (r_0/R)^2}{1 + (r_0/R)^2}$$

определяется тем, что коническая и цилиндрическая оболочки имеют общую касательную плоскость [1].

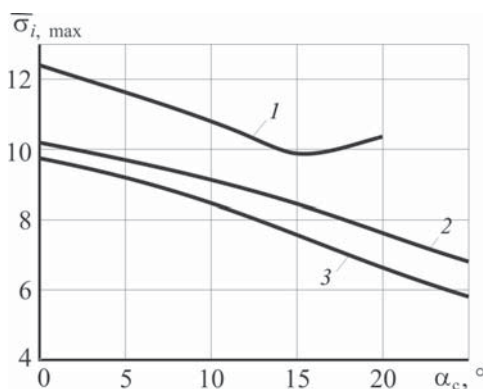


Рис. 4. Влияние параметров r_0/R и α_c на уровень наибольших напряжений $\bar{\sigma}_{i,\max}$ в радиальных соединениях:
1 – при $r_0/R = 0,7$; 2 – при $r_0/R = 0,5$;
3 – при $r_0/R = 0,3$

Из результатов видно, что при увеличении угла конусности наблюдается уменьшение уровня наибольших напряжений. Однако для соединений, где угол конусности близок к предельному значению, наблюдается увеличение напряжений (рис. 4, кривая 1). В этом случае наибольшие напряжения возникают при $\varphi' = 90^\circ$ в поперечной плоскости, которая является плоскостью наибольшей деформативности оболочек. Причем наблюдается увеличение нормальных напряжений в оболочках: меридиональных – для цилиндрической трубы и окружных – для конического отвода. Таким образом, можно сделать вывод о том, что для соединений цилиндрической трубы с коническим отводом следует ограничивать угол конусности отвода, чтобы не допустить повышения напряжений в оболочках.

Влияние угла наклона конического отвода α на уровень наибольших напряжений в оболочках для нерадиальных соединений показано на рис. 5.

С увеличением угла α наблюдается заметное снижение напряжений, так как соединение пересекающихся оболочек становится более жестким, увеличивается длина области пересечения оболочек, перераспределяются контактные усилия в этой области.

Заклучение

В работе представлены новые задачи для пересекающихся цилиндрической и конической оболочек. Показано, что использование смешанных моделей оболочечных конечных элементов является важным направлением конечно-элементного анализа пересекающихся

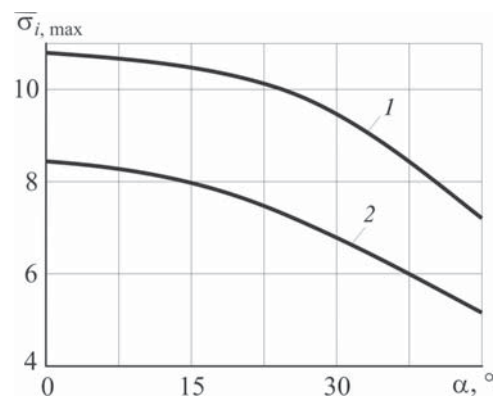


Рис. 5. Влияние угла наклона конического отвода α на уровень наибольших напряжений $\bar{\sigma}_{i,\max}$ в нерадиальных соединениях:
1 – при $r_0/R = 0,5$; $\alpha_c = 15^\circ$; 2 – при $r_0/R = 0,7$; $\alpha_c = 10^\circ$

оболочек, повышающим эффективность расчета. При этом следует уделять внимание надлежащей аппроксимации полей переменных в элементе для наиболее полного учета перемещений элемента как жесткого целого, что особенно характерно при нагружении пересекающихся оболочек внешними силами и моментами.

Выполненный параметрический анализ для радиальных и нерадиальных соединений цилиндрической трубы с коническим отводом при нагружении изгибающим моментом показал заметное влияние основных относительных геометрических параметров на уровень наибольших напряжений в соединении. В частности, показано, что с увеличением угла конусности и угла отклонения оси конического отвода от радиального направления снижаются наиболь-

шие напряжения в оболочках соединений, что положительно сказывается на прочности рассматриваемой конструкции. Отмечено, что следует избегать такой геометрии пересечения оболочек, при которой угол конусности близок к предельному.

Список литературы

1. Скопинский В.Н., Берков А.Н. Концентрация напряжений в соединениях пересекающихся цилиндрической и конической оболочек // Известия МГИУ. 2007. № 2. С. 145–152.
2. Скопинский В.Н. Напряжения в пересекающихся оболочках. – М.: Физматлит, 2008. – 400 с.
3. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судостроение, 1962. – 431 с.

Материал поступил в редакцию 22.04.2012

СКОПИНСКИЙ Вадим Николаевич

E-mail: skopin-j@mail.msiu.ru
Тел.: (495) 620-39-89

Профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой сопротивления материалов ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов – механика тонкостенных оболочек, численные методы анализа. Автор монографии и более 120 научных трудов.

БЕРКОВ Андрей Николаевич

E-mail: berkov@mail.ru
Тел.: (495) 620-39-28

Аспирант ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов — теория упругости и теория оболочек, численные методы анализа. Автор семи научных публикаций.

ГАВРЕНКОВ Сергей Алексеевич

E-mail: gavrenkov@gmail.ru
Тел.: (916) 675-97-63 (моб.)

Магистрант ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов — прочностной анализ машиностроительных конструкций. Автор 18 научных публикаций.

ФОКИН Андрей Константинович

E-mail: f.andrey_1@mail.ru
Тел.: (926) 591-87-78 (моб.)

Инженер-конструктор Инженерного центра СМАРТЕК (г. Москва). Сфера научных интересов – прочностной анализ машиностроительных конструкций.