

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ПРИМЕРЕ ПЛОСКОГО ПОДЪЕМНОГО МЕХАНИЗМА

С.Ю. Мисюрин, А.П. Нелюбин

Описаны общие особенности задач многоцелевой оптимизации механических систем. На примере плоского позиционного механизма с одной степенью свободы произведена оптимизация 14 параметров по двум критериям. Проведен анализ множества оптимальных по Парето альтернатив с целью его дальнейшего сужения. Построены функции ценности частных критериев. Рассмотрены условия агрегирования этих критериев и геометрический смысл их аддитивной свертки.

Ключевые слова: структурно-параметрический синтез механизмов, многокритериальная оптимизация, оптимальные по Парето решения.

Введение

Задача структурно-параметрического синтеза конструкции механической системы заключается в отыскании такой структуры и таких допустимых параметров, которые обеспечат оптимальные значения по одному или нескольким критериям качества.

Под критерием понимается показатель эффективности системы с точки зрения поставленной цели. Каждой цели, таким образом, соответствует критерий, с помощью которого может быть оценена степень достижения этой цели, поэтому такую оптимизацию называют как многокритериальной, так и многоцелевой. Как правило, не удастся достичь оптимизации по всем критериям одновременно, поэтому вопрос, какому из критериев отдать предпочтение, остается открытым.

Исследования в этом направлении начали активно проводить лишь в последние десять лет [1, 2], так как численное моделирование многокритериальных и многопараметрических задач требует больших вычислительных затрат, а сами методы многокритериального анализа применительно к параметрическому синтезу механических систем недостаточно развиты.

В данной работе рассмотрены особенности задач многоцелевой оптимизации механических систем и проведена оптимизация параметров

подъемного механизма позиционной системы с приводом. Анализ сразу по двум критериям качества позволит продемонстрировать некоторые имеющиеся на данный момент подходы к многокритериальному анализу.

Общие особенности задач многокритериальной оптимизации механических систем

Общие схемы процедур многокритериальной оптимизации могут сильно отличаться друг от друга в разных задачах. Как правило, они включают в себя следующие процедуры:

- разработку математической модели;
- структурно-параметрическую идентификацию модели;
- определение состава критериев качества и их формализацию;
- проведение численных экспериментов с моделью и при необходимости статистическую обработку полученных данных;
- поиск оптимальных структур и параметров модели.

Последовательности и взаимные увязки этих процедур также могут отличаться. Они могут циклически повторяться с целью уточнения данных и предпочтений.

Точная структурная схема механизма из-

начально может быть неизвестна. Например, может быть не определено число и взаимное расположение замкнутых контуров, звеньев, колес и т.д. В этом случае для различных конструкций наборы неопределенных параметров различны. Однако часто оптимизации подвергают уже выбранную конструкцию, в которой неизвестными остаются только отдельные параметры, например такие, как длины звеньев, углы, характеристики материалов. Более того, в качестве исходного варианта (прототипа) может быть выбрана конструкция уже действующего механизма, который необходимо усовершенствовать.

Модель механической системы всегда строится с определенной целью. Целью разработки модели механической системы в рассматриваемой задаче оптимизации является исследование пространства параметров путем оценки и сопоставления различных конструкций (наборов параметров) по нескольким критериям. В простых случаях удается построить аналитическую модель, в которой функции критериев явно выражаются через искомые параметры. Однако чаще всего для вычисления значений критериев необходимо создать имитационную модель системы. При этом нужно соблюсти компромисс между ожидаемой точностью результатов моделирования и сложностью модели.

Частные критерии качества определяют на основе априорной информации о функциональном назначении механической системы и предъявляемых к ней требований. Состав этих критериев может быть уточнен в процессе решения задачи с учетом данных моделирования. Наличие в постановке задачи оптимизации хотя бы двух частных критериев неизбежно сопровождается привнесением в нее неопределенностей субъективной природы.

Поиском компромиссного решения в таких задачах занимается *лицо, принимающее решение* (ЛПР). При разработке и совершенствовании механических систем в качестве ЛПР могут выступать конструктор, заказчик, эксперт или группа экспертов.

Следует подчеркнуть, что особенностью процесса принятия решений в области оптимизации механических систем является потенциально высокий уровень обоснованности экспертных оценок субъективных факторов. В результате исследования технико-экономических показателей, функциональных

особенностей и анализа требований конечных пользователей суждения о предпочтениях могут максимально избавить от произвола, что делает задачи привлекательными с научной точки зрения.

Существуют различные подходы к многокритериальному анализу задач принятия решений, которые во многом зависят от специфики задач. Общие черты, присущие классу задач многокритериальной оптимизации конструкций механических систем, представляют собой следующее:

1. Множество альтернатив задается в виде ограничений на допустимые значения определенного набора параметров. Это могут быть вещественные диапазоны (например, диапазон длины звена) или диапазоны дискретных величин. Кроме того, ограничения могут быть функциональными, накладываемыми структурными особенностями механизма (например, требованием о выполнении неравенства треугольника).

При наложении ограничений на параметры необходимо соблюдать некий баланс значений. Слишком широкий диапазон значений усложнит задачу поиска оптимального решения, а слишком узкий может не включить его в себя, поэтому желательно предусмотреть возможность изменения (автоматически или вручную) диапазонов значений в ходе решения задач.

2. Вследствие необходимости обработки большого числа вариантов конструкций обязательна формализация критериев оптимальности в виде математических формул.

Как правило, получить явно выраженную зависимость критериев от оптимизируемых параметров не удастся. В связи с этим модель конструкции механизма является «черным ящиком», на вход которого подаются параметры оптимизации, а на выходе получают значения критериев.

Кроме того, оптимизируемые характеристики механических систем нередко плохо поддаются формализации, и оценить их можно лишь качественно (визуально). Выбор количественной меры в результате такой оценки является одним из «узких» мест процедуры оптимизации. Это очень важный этап анализа задач, так как все дальнейшие формальные методы анализа нацелены на выбор конструкции с наилучшими оценками, вычисленными исключительно по заданным формулам критериев.

Оптимизация параметров на примере плоского подъемного механизма

Для иллюстрации возможных способов многокритериальной оптимизации конструкций механических систем рассмотрим плоский подъемный механизм с одной степенью свободы, кинематическая схема которого приведена на рис. 1. Пунктирной линией показана траектория перемещения груза. Варьируемыми параметрами являются длины звеньев механизма $l_1, \dots, l_{11}$ и координаты опор a, b, c . Часть звена l_{11} между опорой $(b;c)$ и креплением звена l_3 имеет длину l_1 , а между опорой $(b;c)$ и точкой приложения рычага привода – длину l_2 . Таким образом, количество параметров оптимизации составляет 14.

Плоская конструкция в рассматриваемом случае исполняет роль передаточного механизма от привода к перемещаемому объекту. На рис. 2 изображен график изменения отношения $i = u/v$, где u – модуль скорости выдвижения поршня двигателя; v – модуль скорости перемещения груза.

В качестве оптимизируемых критериев рассматриваемого механизма выберем форму траектории и отношение i . Какую траекторию перемещения груза считать оптимальной, зависит от конкретных требований к механизму и особенностей его использования. Например, требуется, чтобы траектория перемещения как можно меньше отклонялась от вертикали

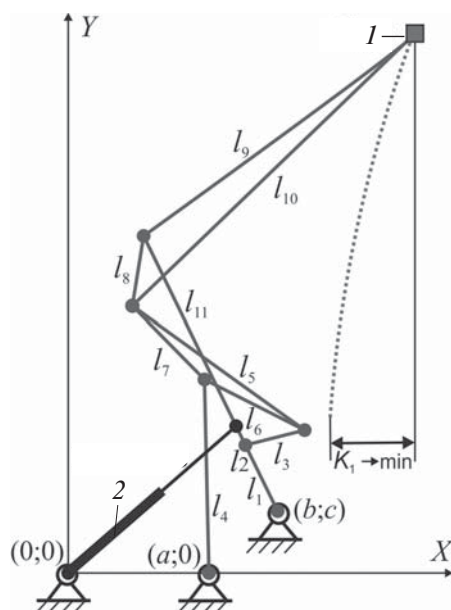


Рис 1. Кинематическая схема плоского подъемного механизма:
1 – груз; 2 – поршень привода

(см. рис. 1). В качестве критерия этого отклонения выберем расстояние между крайним левым положением груза $x_{\min}$ и крайним правым положением $x_{\max}$ при движении по траектории:

$$K_1 = x_{\max} - x_{\min}.$$

Возможность управления скоростью перемещения груза, обеспечивающего плавность движения, зависит от отношения i , поэтому желательно, чтобы это отношение при перемещении груза не имело резких скачков. Пусть требуется, чтобы график изменения отношения i на всей траектории перемещения груза был горизонтальным. В качестве критерия горизонтальности также выберем разность между максимальным и минимальным значениями отношения i , как показано на рис. 2:

$$K_2 = i_{\max} - i_{\min}.$$

В более сложных случаях может потребоваться определенный вид траектории и графика. В качестве критериев можно использовать, например среднее квадратичное отклонение, сумму или максимальный модуль изменений производных, а также различные комбинации этих оценок. Учесть все пожелания в формуле для критерия оптимальности довольно сложно. Однако это необходимо сделать, так как визуальная оценка качества траектории перемещения груза и графика изменения отношения i для нескольких тысяч вариантов конструкций не представляется возможной.

Отсутствие аналитической зависимости критериев от параметров оптимизации требует генерации большого числа альтернатив. Сложности, связанные с необходимостью поиска глобального оптимума, возникают и при однокритериальной оптимизации. Многокритериальность задачи лишь усугубляет их.

Самым простым подходом к решению задачи глобального поиска оптимального решения является покрытие параметрического простран-

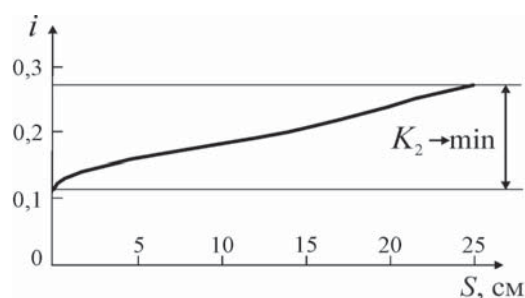


Рис. 2. График изменения отношения i :
 S – расстояние, на которое выдвинулся поршень

ства равномерной сеткой и расчет значений критериев в ее узлах. Часто к этому подходу добавляют расчет случайных отклонений от местоположений узлов (методы Монте-Карло). Такой своеобразный метод пробирования лишен недостатка, связанного с локальными оптимумами. Однако результаты поиска оптимального решения зависят от мелкости разбиения сетки, а затраты на вычисления быстро растут с уменьшением шага этого разбиения.

Рассматриваемая постановка многокритериальной задачи идеально ложится на концепцию так называемых генетических алгоритмов. Принцип естественного отбора наиболее приспособленных особей заимствуется из биологии для отбора лучших вариантов конструкции механизма. «Генотипом» варианта является набор оптимизируемых параметров, «скрещивание» и/или «мутация» осуществляются путем рекомбинации и варьирования параметров конструкции, являющихся на текущей итерации лучшими по установленным критериям. Конкретная реализация этой процедуры может осуществляться по-разному.

Принципиальное отличие генетических алгоритмов от алгоритмов покрытия состоит в том, что они в процессе глобального поиска учитывают оценки по критериям уже перебранных альтернатив. В этом плане генетические алгоритмы можно считать более интеллектуальными. Иногда используют комбинированные подходы, когда варианты в узлах довольно грубой сетки становятся начальной популяцией генетического алгоритма.

На рис. 3 изображено множество сгенерированных альтернатив в пространстве двух критериев K_1 и K_2 . Как правило, среди сгенерированных альтернатив нет такой, которая была бы лучшей сразу по всем критериям. Можно выделить лишь множество оптимальных по Парето альтернатив – кандидатов для конечного выбора. На рис. 3 они закрашены и расположены на границе множества альтернатив. Каждую альтернативу, не принадлежащую множеству Парето, можно сразу исключить из рассмотрения. Для нее по определению всегда найдется другая альтернатива, которая не хуже нее ни по одному из критериев и превосходит ее хотя бы по одному из них. Как видно из рис. 3, характеристики прототипа механизма, изображенного на рис. 1, уступают по Парето всем альтернативам в областях слева и снизу.

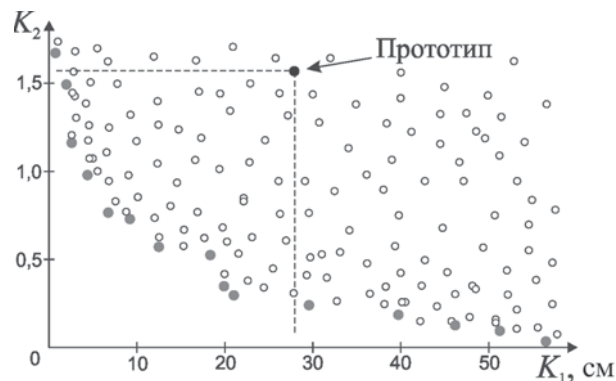


Рис 3. Множество альтернатив в критериальном пространстве

Многокритериальный анализ

После выделения оптимальных по Парето альтернатив заканчивается этап оптимизации и начинается этап анализа, требующий привлечения субъективной информации о предпочтениях. Как указывалось выше, при проектировании механических систем эта информация не произвольна, а опирается на объективные факторы. Помочь экспертам выяснить наиболее точную и подробную информацию, а затем осуществить итоговый выбор призваны компьютерные системы поддержки принятия решений.

В первую очередь стараются визуально представить множество альтернатив в наиболее информативной форме. В случае двух критериев удобно изображать альтернативы в виде точек на плоскости, как это показано на рис. 3. В случае трех, четырех и даже пяти критериев используются 3-, 4- и даже 5-мерные цветные диаграммы, в которых цвета (или их интенсивность) играют роль одной из осей по аналогии с геофизическими картами. Однако ориентироваться в таких диаграммах довольно сложно. Когда количество критериев более пяти, такой способ становится вообще неприемлемым.

Визуальный анализ рис. 3 может помочь в поиске компромиссного решения. Для этого сравним по предпочтению соседние альтернативы и выясним, компенсирует ли улучшение по одному критерию ухудшение по другому. На рис. 4 представлены крайние альтернативы из множества Парето: конструкция почти с идеальной траекторией (рис. 4, а, в), и конструкция почти с идеальным графиком изменения отношения i (см. рис. 4, б, г). На практике, как правило, выбирают промежуточный (компромиссный) вариант.

Распространенными являются подходы с на-

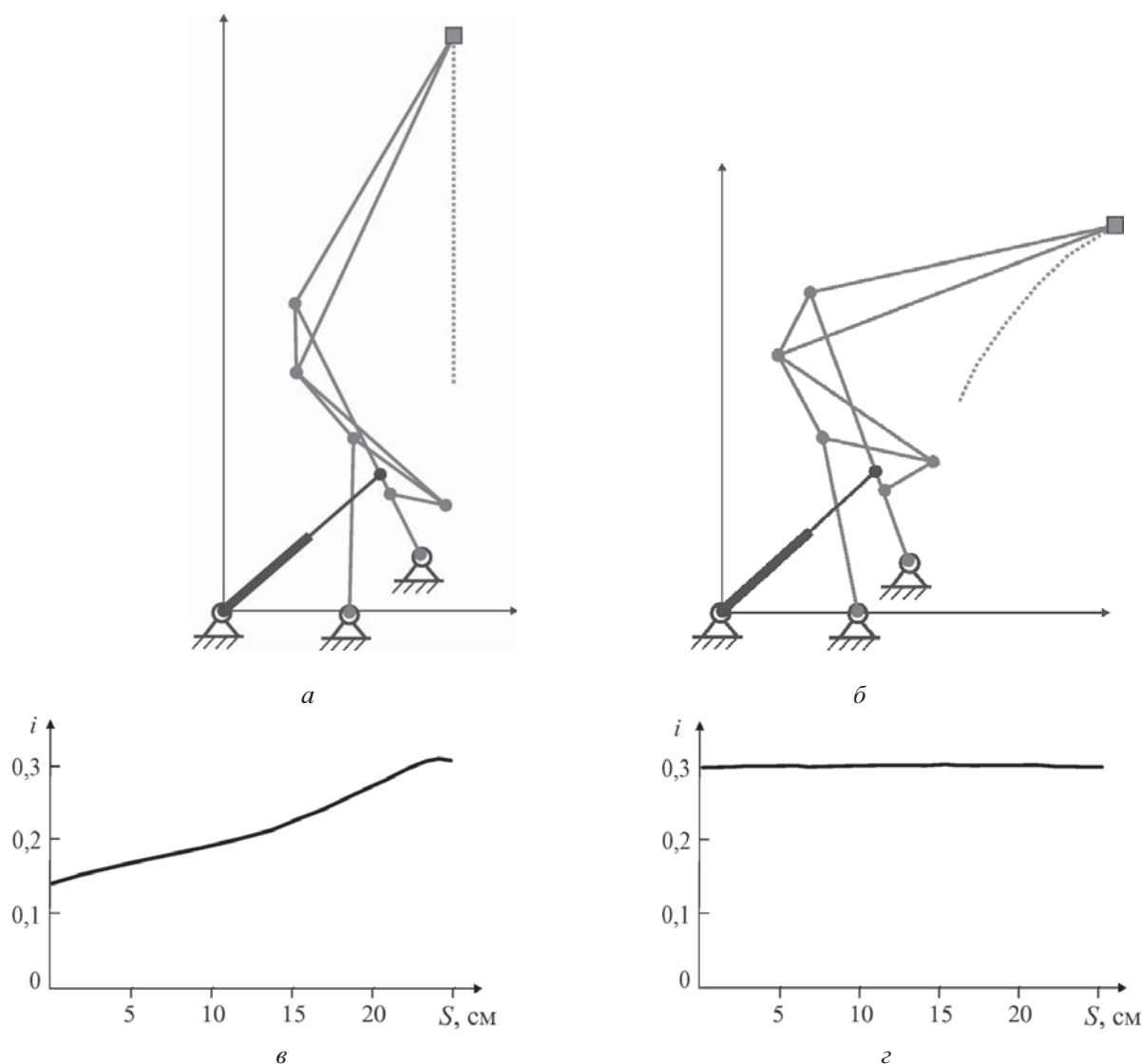


Рис. 4. Крайние альтернативы из множества Парето

ложением ограничений на значения критериев. В самом простом случае задача сводится к однокритериальной путем наложения ограничений на все критерии, кроме одного, самого главного. Более аккуратной и гибкой является модификация метода ограничений – метод последовательных уступок [3, 4]. Предположим, что критерии упорядочены по убыванию их относительной важности. Сначала ищем решение, обладающее оптимальным (в рассматриваемом случае минимальным) значением K_{1min} по первому критерию. Затем из практических соображений назначаем малую уступку ΔK_1 , на которую соглашаемся ухудшить (увеличить) результат по первому критерию, чтобы оптимизировать остальные. Этот уровень $K_{1min} + \Delta K_1$ устанавливается в качестве ограничения сверху по первому критерию. После этого процедура

повторяется для второго по важности критерия и далее для всех критериев.

В большинстве методов многокритериального анализа стараются свести все критерии к одному обобщенному критерию (функции ценности альтернативы), используя при этом коэффициенты (веса) важности w_i частных критериев K_i . В качестве обобщенного критерия используются мультипликативная свертка, свертка Чебышева – Гермейера (максимин или минимакс), но чаще всего линейная свертка. Процедура свертки определяется спецификой задачи, целями, опытом и интуицией исследователей. В работе [5] показано, что различные способы свертки критериев могут приводить к существенно отличающимся итоговым результатам, что свидетельствует о важности этапа формирования обобщенного критерия при ре-

шении многокритериальных задач. Целесообразно сопоставлять результаты, полученные с помощью различных способов агрегирования частных критериев.

Использование обобщенного критерия требует проведения некоторой предварительной работы. Необходимо нормировать критерии с целью приведения их к однородной шкале. При этом необходимо учитывать неравномерность изменения предпочтений вдоль исходных шкал каждого из критериев. Как правило, полагают, что предпочтения линейно изменяются между граничными значениями критериев, однако это не всегда оправданно. Таким образом, для каждого частного критерия необходимо составить свою нормировочную функцию ценности (желательности). В работе [3] предлагается следующий способ выяснения такой функции $v_i(K_i)$ для i -го критерия:

1. Определяется область неприемлемых значений, для которых устанавливается $v_i(K_i) = 0$.

2. Определяется область наилучших значений, для которых устанавливается $v_i(K_i) = 1$.

3. Определяется значение $K_{0,5}$, при котором $v_i(K_{0,5}) = 0,5$. Оно должно быть таким, что улучшение значения критерия от неприемлемого до значения $K_{0,5}$ равносильно по предпочтению улучшению значения критерия от значения $K_{0,5}$ до наилучшего.

4. Далее аналогично определяются значения $K_{0,25}$ и $K_{0,75}$, при которых $v_i(K_{0,25}) = 0,25$ и $v_i(K_{0,75}) = 0,75$ соответственно.

5. Процедура деления отрезков ценности пополам повторяется необходимое количество раз, в зависимости от требуемого уровня точности определения функции ценности $v_i(K_i)$.

Построим функции ценности для критериев K_1 и K_2 рассматриваемой задачи. Примем недопустимым отклонение траектории от вертикали на расстояние, превышающее 30 см. Предположим, что на основе результатов тестовых испытаний (или опроса заказчиков) сокращение

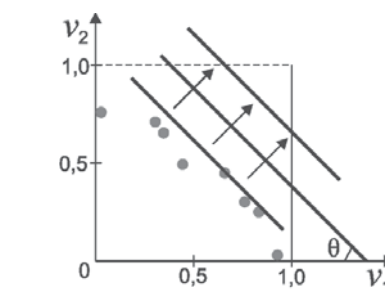
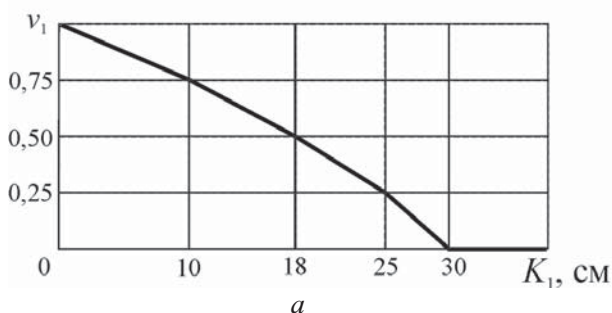


Рис. 6. Геометрический смысл аддитивной функции ценности

этого расстояния до 18 см привело к такому же повышению технологических, экономических и других показателей, которое возникает при дальнейшем сокращении расстояния до 0. Полученные отрезки ценности поделим еще раз, как показано на рис. 5. Будем считать, что предпочтения растут равномерно с уменьшением разброса значений отношения i от 1 до 0 на траектории перемещения груза.

На рис. 6 оптимальные по Парето альтернативы изображены в пространстве критериев, приведенных таким образом к общей шкале.

Теперь можно использовать аддитивную функцию ценности альтернатив:

$$v(K_1, K_2) = w_1 v_1(K_1) + w_2 v_2(K_2).$$

Фактически уровни функции ценности $v(K_1, K_2)$ представляют собой линии безразличия. Тангенс угла наклона θ этих линий (см. рис. 6) равен отношению весов w_1/w_2 . Варьируя значения весов критериев, можно изменять наклон линий безразличия. Стрелками на рис. 6 показано направление возрастания значений функции ценности, поэтому наиболее предпочтительная альтернатива находится на касательной к множеству Парето.

В работе [3] доказывается, что для существования аддитивной функции ценности необходимо выполнение условия взаимной независимости критериев по предпочтению (в случае всего двух критериев достаточно проверить условие

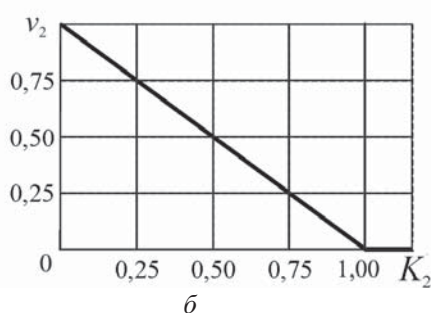


Рис. 5. Функции ценности v_1, v_2 частных критериев K_1 (а) и K_2 (б)

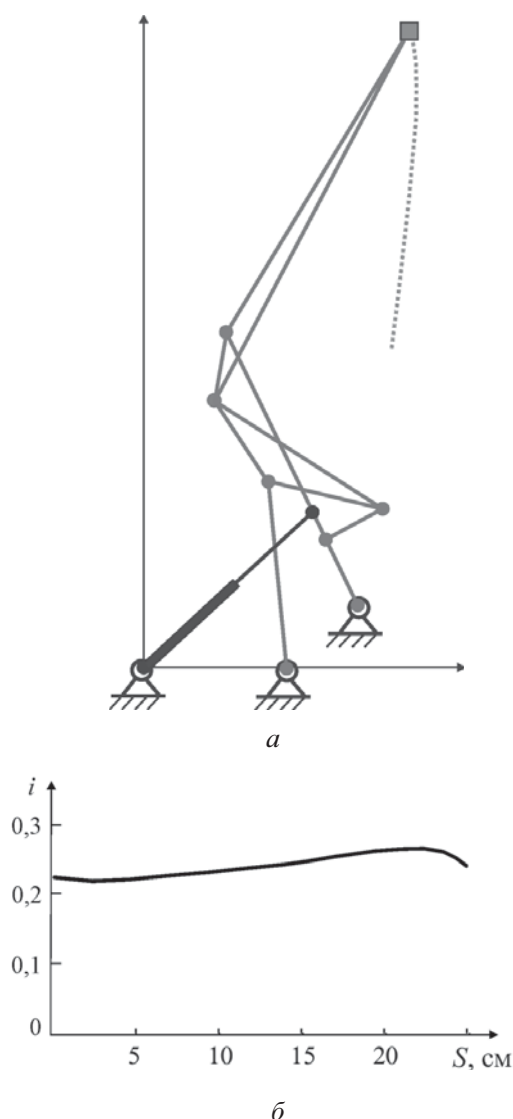


Рис. 7. Компромиссное решение

соответственных замещений). Действительно, в описанной выше процедуре функции ценности частных критериев строили независимо друг от друга, т.е. негласно полагали, что они не зависят от уровней остальных критериев.

В общем случае точные значения коэффициентов важности назначить сложно, часто это делают слишком необоснованно, перенося произвол из одной области в другую [4]. В работе [6] приведена классификация различных методов выяснения коэффициентов важности. Помимо прямых процедур назначения весов существуют косвенные, основанные на попарном сравнении или ранжировании критериев по важности, например метод Т. Саати [7], в котором используется лингвистическая шкала из девяти градаций оценок относительной важности двух критериев.

Коэффициенты важности можно определить на основе прямого сравнения по предпочтению реальных или гипотетических альтернатив. Например, зная, что альтернативы с оценками (K_1', K_2') и (K_1'', K_2'') эквивалентны (все равно, какую из них выбрать), можно решить уравнение

$$w_1 v_1(K_1') + w_2 v_2(K_2') = w_1 v_1(K_1'') + w_2 v_2(K_2''),$$

т.е. провести прямую по двум точкам (см. рис. 6). Также можно воспользоваться формальным определением из работы [8], которое заключается в следующем: если для всех значений критериев K_1' и K_2' , таких, что $K_1' > K_2'$, альтернативы (K_1', K_2') предпочтительнее, чем альтернативы (K_2', K_1') , то можно сделать вывод о том, что критерий K_1 важнее критерия K_2 .

Значения параметров и критериев альтернатив

Параметры и критерии альтернатив	Рис. 1, 2	Рис. 4, а, в	Рис. 4, б, г	Рис. 7
l_1 , см	25	26,19	26,02	23,47
l_2 , см	31,5	32,69	33,01	32,82
l_3 , см	20,5	19,36	21,59	21,31
l_4 , см	63,5	60,3	63,86	60,39
l_5 , см	70	69,38	67,75	64,71
l_6 , см	37	38,58	41,51	38,20
l_7 , см	34	31,38	32,52	31,39
l_8 , см	23,5	22,61	24,7	22,03
l_9 , см	112	109,8	110,3	114,1

Продолжение таблицы

Параметры и критерии альтернатив	Рис. 1, 2	Рис. 4, а, в	Рис. 4, б, г	Рис. 7
l_{10} , см	130	129,7	127,5	134,7
l_{11} , см	101	99,0	100,75	97,14
a , см	46	44,13	48,45	45,52
b , см	69	70,4	65,84	67,85
c , см	20	18,74	18,42	20,56
K_1 , см	27,65	0,50	55,98	7,88
K_2	1,575	1,680	0,025	0,464

Для сравнения альтернатив многокритериальной задачи иногда не обязательно выяснять точные значения коэффициентов важности. Если известно, что критерий K_1 важнее K_2 ($w_1 > w_2$), то это уже позволяет сузить множество Парето до альтернатив, расположенных по ходу часовой стрелки от точки пересечения с касательной под углом $\theta = 45^\circ$ (см. рис. 6).

На рис. 7, а приведена схема конструкции механизма, соответствующая результату, полученному геометрическим методом при равенстве критериев по важности (см. рис. 6), а на рис. 7, б показан график изменения отношения i для этого механизма.

В таблице приведены значения параметров и критериев всех показанных на рис. 1, 2, 4, 7 механизмов.

Заключение

Рассматриваемые вопросы многокритериальной оптимизации относятся не только к проектированию механических систем, но и к множеству других задач, например технологических.

Результаты многокритериального анализа можно использовать повторно, если с течением времени изменяются приоритеты критериев качества, появляются новые возможности.

Список литературы

1. Крейнин Г.В., Мисюрин С.Ю., Яшина М.А.

К синтезу позиционной системы с гидроприводом и механизмом передачи движения с переменным передаточным отношением // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 5. С. 17–23.

2. Мисюрин С.Ю. Метод выбора параметров механического устройства с выделением критериев динамического подобия системы управления // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 4. С. 39–43.
3. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
4. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Сов. радио, 1972. – 552 с.
5. Новик Ф.С., Арзов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования эксперимента. – М.: Машиностроение, 1980. – 304 с.
6. Анохин А.М., Глотов В.А., Павельев В.В., Черкашин А.М. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. 1997. № 8. С. 3–35.
7. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
8. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений: учебное пособие. – М.: Физматлит, 2007. – 64 с.

Материал поступил в редакцию 21.07.2012

**МИСЮРИН
Сергей Юрьевич**

E-mail: ssmmrr@mail.ru
Тел.: (495) 624-00-73

Доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией механики и систем управления приводами Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов – моделирование и синтез робототехнических систем. Автор более 50 научных работ.

**НЕЛЮБИН
Андрей Павлович**

E-mail: nelubin@gmail.com
Тел.: (905) 554-12-55

Аспирант, младший научный сотрудник Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов – многокритериальный анализ в задачах синтеза механических систем. Автор девяти научных работ.