

# К АНАЛИЗУ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

В. А. Глазунов, Нгуен Нгок Хуэ, Нгуен Минь Тхань

**Реферат.** Рассмотрены особые положения механизмов параллельной структуры, а также особые зоны, образуемые из таких положений. Кроме того, исследованы движения, переводящие в соседние особые положения и движения, выводящие механизм из особых положений.

**Ключевые слова:** механизм параллельной структуры, особые положения, силовой и кинематический винт

## Введение

Механизмы параллельной структуры [1–6] отличаются повышенными показателями по точности и грузоподъемности в силу того, что они воспринимают нагрузку подобно пространственным фермам. Однако, они имеют недостатки из-за наличия особых положений, в которых может быть потеряна управляемость и нагрузочная способность. Особые положения механизмов параллельной структуры и образуемые из них особые зоны важны при синтезе данных манипуляционных механизмов и управлении ими. В частности, в особых положениях можно использовать дополнительные приводы. При этом важно построить движения так, чтобы наиболее быстро вывести устройство из особой зоны.

## Постановка задачи

В задаче рассматривается механизм параллельной структуры, для которого определяются силовые винты, передаваемые на выходное звено со стороны кинематических цепей. Условием вырожденности будет линейная зависимость указанных силовых винтов. Далее следует найти приращения плуккеровых координат этих винтов для случая бесконечно малых движений. Затем следует отыскать кинематические винты, выводящие из особых положений

и переводящие механизм в другие особые положения.

В качестве примера возьмем наиболее известный механизм параллельной структуры – платформу Гофа – Стюарта (рис. 1) [1]. Здесь  $B_i$ ,  $A_i$  – точки базы и выходного звена;  $s_i(s_{xi}, s_{yi}, s_{zi})$ ,  $r_i(r_{xi}, r_{yi}, r_{zi})$  – векторы между началом координат и указанными точками (очевидно, что  $s_i$  постоянны). Как известно, механизм имеет шесть степеней свободы.

## Определение силовых винтов и их приращений

Силовые винты  $E_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), действующие на выходное звено, расположены вдоль осей

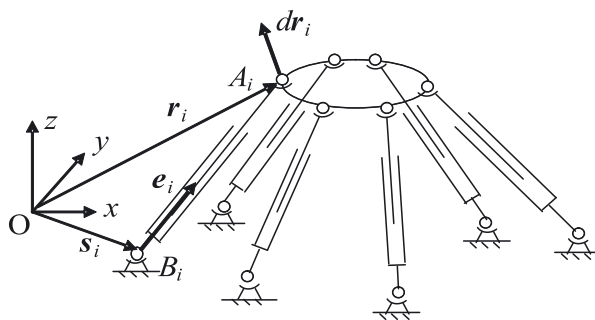


Рис. 1. Манипуляционный механизм параллельной структуры

приводов. Плюккерovy координаты винта  $\mathbf{E}_i$  равны  $e_{xi}, e_{yi}, e_{zi}, e_{xi}^o, e_{yi}^o, e_{zi}^o$ . Здесь три первые координаты соответствуют единичному вектору  $\mathbf{e}_i$ , три последние координаты соответствуют моментной части единичного винта  $\mathbf{E}_i$ , равной  $\mathbf{e}_i^o = \mathbf{s}_i \times \mathbf{e}_i$ . Расстояния между точками  $A_i$  и  $B_i$ :

$$f_i = \sqrt{(r_{xi} - s_{xi})^2 + (r_{yi} - s_{yi})^2 + (r_{zi} - s_{zi})^2}.$$

После элементарного перемещения  $d\mathbf{r}_i$  ( $d\mathbf{r}_{xi}, d\mathbf{r}_{yi}, d\mathbf{r}_{zi}$ ) точки  $A_i$  имеем:

$$f_i + df_i = \sqrt{(r_{xi} + d\mathbf{r}_{xi} - s_{xi})^2 + (r_{yi} + d\mathbf{r}_{yi} - s_{yi})^2 + (r_{zi} + d\mathbf{r}_{zi} - s_{zi})^2},$$

и  $df_i = d\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{e}_i$ . Если  $d\mathbf{r}_i$  перпендикулярно  $\mathbf{e}_i$ , то  $df_i$  равно нулю.

Используя указанные соотношения, можно записать:

$$d\mathbf{e}_i = [d\mathbf{r}_i - \mathbf{e}_i \cdot (d\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{e}_i)] / f_i.$$

Эта важная, но достаточно очевидная зависимость показывает, что единичный вектор изменяется только, соотносясь с составляющей перемещения, перпендикулярной этому вектору. То есть если  $d\mathbf{r}_i$  параллелен  $\mathbf{e}_i$ , то  $d\mathbf{e}_i$  равно нулю.

Вектор  $d\mathbf{r}_i$  можно представить через плюккерovy координаты кинематического винта выходного звена  $\Omega$  ( $dl, dm, dn, dl^o, dm^o, dn^o$ ). После этого координаты компонент  $d\mathbf{e}_i$  ( $de_{xi}, de_{yi}, de_{zi}$ ) и  $d\mathbf{e}_i^o$  ( $de_{xi}^o, de_{yi}^o, de_{zi}^o$ ) также можно выразить через эти же координаты винта  $\Omega$ :

$$de_{xi} = \partial e_{xi} / \partial l \cdot dl + \dots + \partial e_{xi} / \partial n^o \cdot dn^o;$$

$$de_{zi}^o = \partial e_{zi}^o / \partial l \cdot dl + \dots + \partial e_{zi}^o / \partial n^o \cdot dn^o;$$

Частные производные  $\partial e_{xi} / \partial l, \dots, \partial e_{zi}^o / \partial n^o$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) имеют довольно сложные выражения и здесь не приводятся.

### Нахождение приращений определителя

Рассмотрим определитель  $\det \mathbf{T}$  матрицы  $\mathbf{T}$ , составленной из плюккерovy координат единичных винтов  $\mathbf{E}_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ):

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} e_{x1} & e_{y1} & e_{z1} & e_{x1}^o & e_{y1}^o & e_{z1}^o \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ e_{x6} & e_{y6} & e_{z6} & e_{x6}^o & e_{y6}^o & e_{z6}^o \end{pmatrix}.$$

После элементарного перемещения будем иметь новое значение определителя:

$$\det \mathbf{T} + d[\det \mathbf{T}] =$$

$$= \begin{vmatrix} e_{x1} + de_{x1} & e_{y1} + de_{y1} & \cdot & \cdot & e_{z1}^o + de_{z1}^o \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ e_{x6} + de_{x6} & e_{y6} + de_{y6} & \cdot & \cdot & e_{z6}^o + de_{z6}^o \end{vmatrix}.$$

Используя упомянутые выше частные производные и исключая бесконечно малые высших порядков, можно получить приращение определителя:

$$d[\det \mathbf{T}] = \partial[\det \mathbf{T}] / \partial l \cdot dl + \dots + \partial[\det \mathbf{T}] / \partial n^o \cdot dn^o.$$

На основании найденного соотношения можно исследовать особые положения, в которых определитель равен нулю  $\det \mathbf{T} = 0$ . Физически это означает, что векторы сил, расположенные вдоль осей поступательных пар, линейно зависимы. Значит, возможна неуправляемая подвижность по винту, взаимному этим силам.

### Определение кинематических винтов внутри особой зоны

Можно найти кинематические винты движения внутри особой зоны, когда сохраняется вырожденность. Соответствующее условие будет  $d[\det \mathbf{T}] = 0$ . Итак, имеются шесть координат кинематического винта  $\Omega$  и одно условие сохранения вырожденности. Следовательно, можно найти пять независимых движений внутри особой зоны. Кроме того, можно найти и кинематический винт-градиент  $\Omega^*(dl^*, dm^*, dn^*, dl^{o*}, dm^{o*}, dn^{o*})$ , который наиболее быстро выводит механизм из особого положения. Его координаты пропорциональны частным производным, связывающим определитель и координаты кинематического винта  $\Omega$ .

Рассматривая возможные движения механизма, приводящие в соседние особые положения, можно видеть, что при нахождении лишь одной вырожденной конфигурации, можно определить пять (для шестистепенного механизма) бесконечно близко ей подобных. Поэтому особая зона (или поверхность) является пятимерной. Если механизм параллельной структуры имеет  $w$  степеней свободы, то его особая поверхность  $(w - 1)$ -мерная.

### Примеры особых положений

Приведем некоторые примеры. Рассмотрим плоский механизм параллельной структуры, находящийся в особой конфигурации (рис. 2). Имеются два кинематических винта, перево-

дящих этот манипуляционный механизм в соседние особые положения:  $\Omega_1(0, 0, 1, 0, 0, 0)$  и  $\Omega_2(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ . Винт-градиент  $\Omega^*(0, 0, 0, 0, 1, 0)$  не совпадает с единственным кинематическим винтом, взаимным системе силовых винтов – вращению вокруг точки  $A$ .

Пространственный механизм параллельной структуры (рис. 3), находящийся в особой конфигурации, характеризуется кинематическим винтом, взаимным линейно зависимым силовым винтам, расположенным вдоль осей поступательных пар – вращению вокруг оси  $x$ . Найдем пять винтов, ведущих в соседние особые положения.

Векторы  $s_i$ ,  $r_i$  точек  $B_i$ ,  $A_i$  соответственно ( $i=1,...,6$ ) записываются следующим образом:

$r_1(0, 0, 0)=r_2=r_3$ ;  $r_4(1, -1, 0)$ ;  $r_5(2, 0, 0)=r_6$ ;  $s_1(-1, 0, 0)$ ;  $s_2(0, -1, 0)$ ;  $s_3(0, 0, -1)$ ;  $s_4(1, -2, 0)$ ;  $s_5(2, -1, 0)$ ;  $s_6(2, 0, -1)$ ;

все расстояния между соответствующими точками основания и выходного звена равны  $f_i=1$  ( $i=1,...,6$ ). Определитель  $\det T$ , составленный из плюккеровых координат осей силовых винтов:

$$\det T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

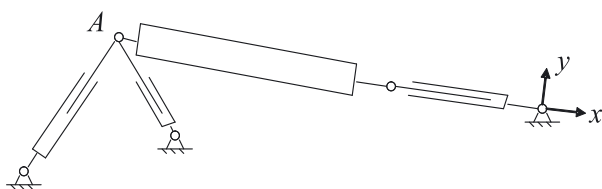


Рис. 2. Плоский механизм параллельной структуры

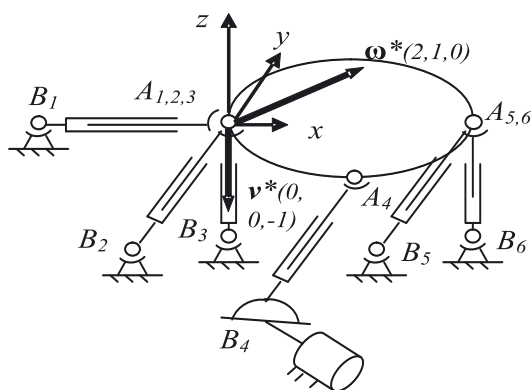


Рис. 3. Механизм с дополнительным приводом

Определяем пять кинематических винтов, приводящих к соседним особым положениям:  $\Omega_1(0, 0, 1, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_2(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ;  $\Omega_3(0, 0, 0, 0, 1, 0)$ ;  $\Omega_4(1, 0, 0, 0, 0, 2)$ ;  $\Omega_5(0, 1, 0, 0, 0, 1)$ .

Винт-градиент  $\Omega^*(2, 1, 0, 0, 0, -1)$  с угловой скоростью  $\omega^*$  и линейной скоростью  $v^*$  не совпадает с винтом, взаимным всем линейно зависимым силовым винтам  $\Omega(1, 0, 0, 0, 0, 0)$  – вращению вокруг оси  $x$ .

Отметим, что для данного механизма вполне возможно представить вид особых зон. Одна из них соответствует особому положению, когда три винта  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , расположенные между точками соответственно  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  и точкой  $A_{1,2,3}$ , лежат в одной плоскости. В этом случае пятью винтами, приводящими к соседним особым положениям, являются два поступательных перемещения в плоскости винтов  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  и три вращения вокруг точки  $A_{1,2,3}$ .

Вторая особая зона связана с особым положением, когда силовые винты  $E_5$ ,  $E_6$ , расположенные соответственно между точками  $B_5$ ,  $B_6$  и точкой  $A_{5,6}$ , попадают в одну плоскость с точкой  $A_{1,2,3}$ . Винтами, ведущими в соседние особые положения, являются все три движения в плоскости, содержащей точки  $B_5$ ,  $B_6$ ,  $A_{1,2,3}$ ,  $A_{5,6}$ , а также вращения вокруг осей  $B_5-B_6$  и  $A_{1,2,3}-A_{5,6}$ .

Третий вид специальной зоны связан с ситуацией (см. рис. 3), где силовой винт, соответствующий единичному вектору  $E_4$ , лежащему между точек  $A_4$  и  $B_4$ , пересекает ось  $A_{1,2,3}-A_{5,6}$ . Кинематическими винтами, ведущими в соседние особые положения, являются все три вращения вокруг точки  $B_4$  и два поступательных перемещения в плоскости, содержащей точки  $B_4$ ,  $A_{1,2,3}$ ,  $A_4$ ,  $A_{5,6}$ . Чтобы управлять манипулятором в особых положениях, целесообразно добавить еще один двигатель в точке  $B_4$ . Пусть ось дополнительного двигателя расположена параллельно оси  $x$ . В этом случае определитель  $\det T$  равен:

$$\det T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -4.$$

Таким образом, данное положение не особое.

Приведем еще примеры особых положений. Вновь три цепи имеют одну общую точку (рис. 4). Координаты центров сферических пар  $A_i$  и  $B_i$  (или векторов  $r_i$  и  $s_i$ ) ( $i=1, \dots, 6$ ):  $A_{1,2,3} \equiv A_1 \equiv A_2 \equiv A_3(0, 0, 0)$ ;  $A_4(1, 1, 1)$ ;  $A_5 \equiv A_6(2, 2, 0)$ ;  $B_1(1, 0, -1)$ ;  $B_2(0, 1, -1)$ ;  $B_3(0, 0, 1)$ ;  $B_4(1, 1, 2)$ ;  $B_5(2, 1, -1)$ ;  $B_6(1, 2, -1)$ . Определитель матрицы  $T$ :

$$\det T = \begin{vmatrix} -0,707 & 0 & 0,707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,707 & 0,707 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0,707 & 0,707 & 1,41 & -1,41 & 1,41 \\ 0,707 & 0 & 0,707 & 1,41 & -1,41 & -1,41 \end{vmatrix} = 0.$$

Винт-градиент  $\Omega^*(-1, -1, 1, -0.5, 0.5, 0)$  (см. рис. 4). Винты внутри особой зоны:  $\Omega_1(0, 0, 0, 0, 0, 1)$ ;  $\Omega_2(1, -1, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_3(1, 0, 1, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_4(0, 0, 0, 1, 1, 0)$ ;  $\Omega_5(1, 0, 0, -2, 0, 0)$ . В этом случае винты, сохраняющие условия вырожденности: три вращения вокруг точки  $B_4$  и два поступательных движения в плоскости линий  $A_4 - B_4$  и  $A_{1,2,3} - A_{5,6}$ .

В следующем примере существует особая конфигурация (рис. 5), в которой оси приводов  $A_1 - B_1$ ,  $A_2 - B_2$ , и  $A_3 - B_3$  расположены в одной плоскости  $xOy$ . Координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ :  $A_{1,2,3} \equiv A_1 \equiv A_2 \equiv A_3(0, 0, 0)$ ;  $A_4(1, -1, 0)$ ;  $A_5(1, 1, 0)$ ;  $A_6(2, 0, 0)$ ;  $B_1(-1, 0, 0)$ ;  $B_2(1, -1, 0)$ ;  $B_3(1, 1, 0)$ ;  $B_4(2, -1, 1)$ ;  $B_5(0, 1, 1)$ ;  $B_6(2, 0, 1)$ . Определитель матрицы  $T$ :

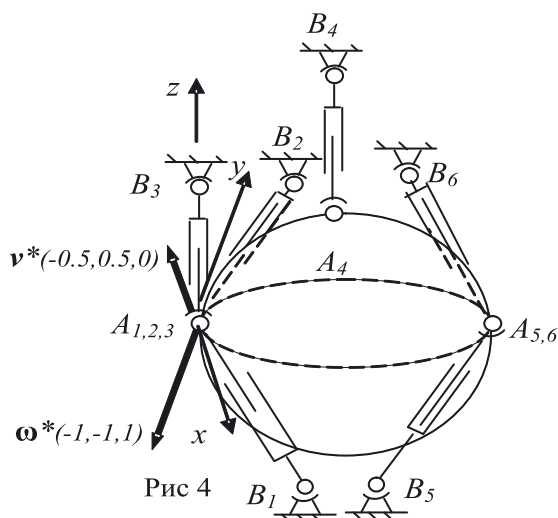


Рис. 4. Механизм, в котором четыре точки основания расположены в одной плоскости

$$\det T =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,707 & 0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,707 & -0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,707 & 0 & -0,707 & 0,707 & 0,707 & -0,707 \\ 0,707 & 0 & -0,707 & -0,707 & 0,707 & -0,707 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Винт-градиент  $\Omega^*(0, 0, 0, 0, 0, 1)$ . Винты внутри особой зоны:  $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_3(0, 0, 1, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_4(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ;  $\Omega_5(0, 0, 0, 0, 1, 0)$ . Можно представить эти винты: три вращения вокруг точки  $A_{1,2,3}$  и два поступательных движения в плоскости  $xOy$ .

Следующий пример (рис. 6) представляет случай, когда четыре оси приводов  $A_2 - B_2$ ,  $A_3 - B_3$ ,  $A_5 - B_5$ ,  $A_6 - B_6$  расположены в плоскости  $xOy$ . Координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ :  $A_{1,2} \equiv A_1 \equiv A_2(1, 4, 5, 0)$ ;  $A_{3,4} \equiv A_3 \equiv A_4(-1, 3, 5, 0)$ ;  $A_{5,6} \equiv A_5 \equiv A_6(0, 3, 0)$ ;  $B_{1,4} \equiv B_1 \equiv B_4(0, 1, -2)$ ;  $B_{2,5} \equiv B_2 \equiv B_5(2, 0, 0)$ ;  $B_{3,6} \equiv B_3 \equiv B_6(-2, 0, 0)$ . Определитель матрицы  $T$ :

$$\det T = \begin{vmatrix} 0,241 & 0,843 & 0,482 & 2,17 & -0,482 & -0,241 \\ -0,217 & 0,976 & 0 & 0 & 0 & 1,95 \\ 0,275 & 0,962 & 0 & 0 & 0 & -1,92 \\ -0,298 & 0,745 & 0,596 & 2,09 & 0,596 & 0,298 \\ -0,555 & 0,832 & 0 & 0 & 0 & 1,66 \\ 0,555 & 0,832 & 0 & 0 & 0 & -1,66 \end{vmatrix} = 0.$$

Винт-градиент:  $\Omega^*(0, 1, 0, 0, 0, 6,5)$ . Винты

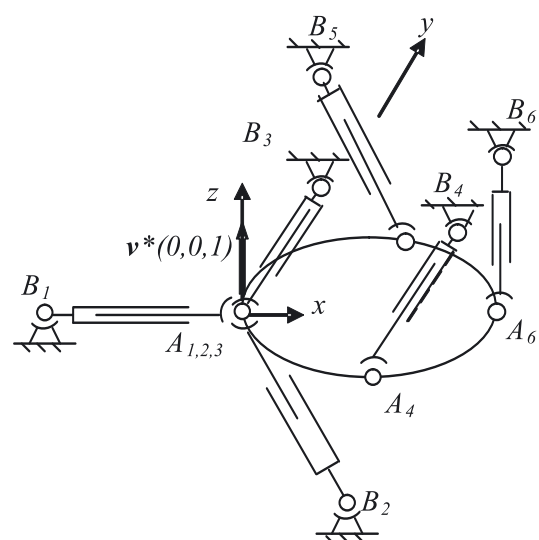


Рис. 5. Механизм, в котором три точки основания расположены в одной плоскости

в особой зоне:  $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_2(0, 0, 1, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_3(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ;  $\Omega_4(0, 0, 0, 0, 1, 0)$ ;  $\Omega_5(0, 1, 0, 0, 0, -0,154)$ . Можно представить четыре из этих винтов: два вращения вокруг осей  $x$  и  $z$ , и два поступательных движения в плоскости  $xOy$ . Эти винты сохраняют условие, что четыре упомянутые оси расположены в одной плоскости. Пятый винт  $\Omega_5$  нарушает это условие.

В последнем примере (рис. 7) координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ :  $A_1 \equiv A_2(1, 0, 2)$ ;  $A_3 \equiv A_4(1, 0, 3)$ ;  $A_5 \equiv A_6(2, 0, 2)$ ;  $B_1(0, 0, 0)$ ;  $B_2(1, 0, 0)$ ;  $B_3(0, 3, 0)$ ;  $B_4(0, 2, 0)$ ;  $B_5(3, 0, 0)$ ;  $B_6(2, 1, 0)$ . Определитель матрицы  $T$ :

$$\det T = \begin{vmatrix} 0,447 & 0 & 0,894 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0,229 & -0,688 & 0,688 & 2,06 & 0 & -0,688 \\ 0,267 & -0,535 & 0,802 & 1,60 & 0 & -0,535 \\ -0,447 & 0 & 0,894 & 0 & -2,68 & 0 \\ 0 & -0,447 & 0,894 & 0,894 & -1,79 & -0,894 \end{vmatrix} = 0.$$

Винт-градиент:  $\Omega^*(0, 0, 1, 0, 1,33, 0)$ . Винты внутри особой зоны:  $\Omega_1(1, 0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_2(0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ;  $\Omega_3(0, 0, 0, 1, 0, 0)$ ;  $\Omega_4(0, 0, 0, 0, 1, 0)$ ;  $\Omega_5(0, 0, 1, 0, -0,752, 0)$ .

Здесь были представлены особые положения, при которых имеет место неуправляемая подвижность в механизмах параллельной структуры. Однако, как отмечалось, могут существовать положения, где теряется одна или несколько степеней свободы. При этом должна вырождаться система кинематических винтов хотя бы в одной кинематической цепи. Для представленных здесь механизмов – это положения, когда совпадут центры двух сферических пар хотя бы одной цепи.

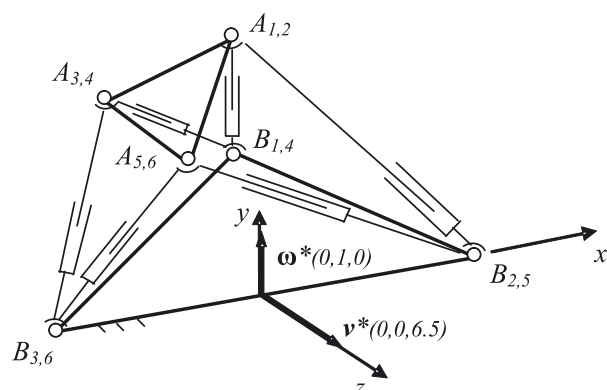


Рис. 6. Механизм, в котором соседние кинематические цепи имеют по одной общей точке на базе и платформе

### Анализ особых положений, основанный на матрицах Якоби

В связи с рассмотрением винтового подхода к анализу особых положений уместно сопоставить его с другим подходом, оперирующим с матрицами Якоби [4]. Необходимо иметь уравнения связей  $f_i(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, q_i)$ , представленные для каждой цепи. Здесь  $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$  – координаты выходного звена,  $q_i$  – обобщенные координаты. Дифференцируя указанные уравнения, можно получить следующие выражения:

$$A\dot{v} + B\dot{q} = 0;$$

$$A = \left[ \frac{\partial f_j}{\partial X_i} \right]; \quad B = \left[ \frac{\partial f_j}{\partial q_i} \right];$$

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6]^T$ ;  $\dot{v} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T$ , где  $X_i = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$  соответствует координатам выходного звена;  $\dot{q}$  – вектор обобщенных скоростей;  $\dot{v}$  – вектор производных по времени от абсолютных координат выходного звена.

При вырождении матриц имеем разные виды особых положений (сингулярностей). Если вырождена матрица  $B$ , то кинематические винты, соответствующие, по крайней мере, одной кинематической цепи, линейно зависимы, и механизм теряет хотя бы одну степень свободы. Это особое положение соответствует типу 1. Если вырождена матрица  $A$ , то силовые винты, передаваемые на выходное звено со стороны кинематических цепей, линейно зависимы, и механизм имеет бесконечно малую неуправляемую подвижность, по крайней мере, по одному кинематическому винту. Это особое положение

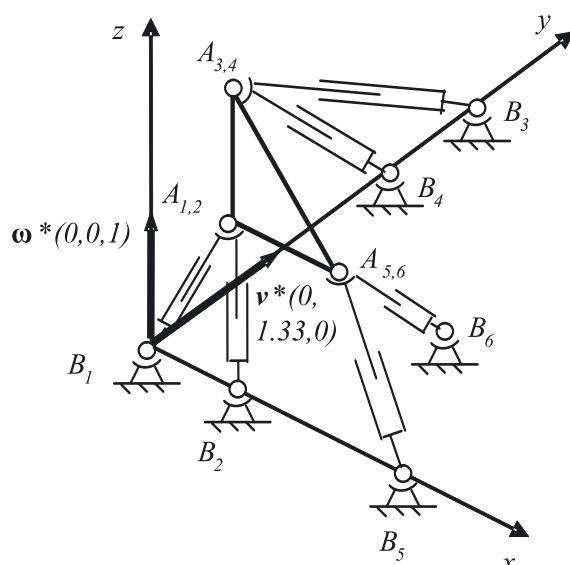


Рис. 7. Механизм, в котором соседние кинематические цепи имеют по одной общей точке на платформе

соответствует типу 2. Существует и третий тип особых положений, когда обе матрицы **A** и **B** вырождены.

### Заключение

В данной статье рассмотрены особые положения механизмов параллельной структуры, а также особые зоны, образуемые из таких положений. Оказывается, что размерность этих зон на единицу меньше, чем число степеней свободы механизма. Такой вывод можно сделать из рассмотрения кинематических винтов, переводящих в особые положения. Определены винты, соответствующие сохранению условий вырожденности, а также те кинематические винты, которые выводят механизм из особых положений.

Винтовой подход к анализу особых положений сопоставим с подходом, основанным на матрицах Якоби. Однако, по нашему мнению, винтовой подход более эффективен, так как не требует наличия уравнений связей, а также их дифференцирования.

### Список литературы

1. Stewart D. A platform with six degrees of freedom // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. London. 1965. V. 180, Part 1. № 15. P. 371–386.
2. Hunt K. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot arms // ASME. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 1983. V. 105. P. 705–712.
3. Merlet J.-P. Singular configurations of parallel manipulators and Grassman geometry // Intern. J. Robotic Res. 1989, V.8. № 5. P. 45–56.
4. Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed loop kinematic chains // IEEE Trans. Rob. Res. 1990. V. 6(3). P. 281–290.
5. Huang Z. The kinematics and type synthesis of lower-mobility parallel robot manipulators // Pr. of XI World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin. China. 2004. P. 65–76.
6. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. – М.: Наука, 1991. – 96 с.

**ГЛАЗУНОВ  
Виктор  
Аркадьевич**

E-mail: [vaglznv@mail.ru](mailto:vaglznv@mail.ru)  
Тел. +7 (495) 924-00-28

Доктор технических наук, доктор философских наук, профессор. Заведующий лабораторией теории механизмов и структуры машин института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов – пространственные механизмы, робототехника, философия науки. Автор около 160 публикаций, в том числе двух монографий, 22 изобретений.

**Нгуен  
Нгок Хуэ**

Кандидат технических наук (Ph. D.), докторант Национального морского университета Вьетнама, г. Хайфон. Сфера научных интересов – пространственные механизмы, робототехника. Автор 10 публикаций.

**Нгуен  
Минь Тхань**

Кандидат технических наук (Ph. D.), преподаватель Национального транспортного университета Вьетнама, г. Хошимин. Сфера научных интересов – пространственные механизмы, робототехника. Автор 10 публикаций.

Материал поступил в редакцию 21.09.2009