

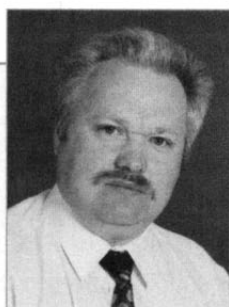
ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, НАГРУЖЕННЫХ ОСЕВОЙ СЖИМАЮЩЕЙ СИЛОЙ, С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ

М.К. Анисимов, С.И. Поникаров, А.В. Черенков



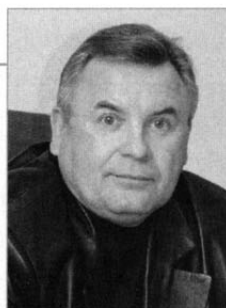
АНИСИМОВ
Михаил Кузьмич

Аспирант кафедры «Машины и аппараты химических производств» Казанского государственного технологического университета (КГТУ). Специализируется в области расчетного анализа оболочек вращения на прочность и устойчивость.



ПОНИКАРОВ
Сергей Иванович

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Машины и аппараты химических производств» КГТУ. Специалист в области определения остаточного ресурса и безопасности эксплуатации технологического оборудования. Автор более 35 научных статей.



ЧЕРЕНКОВ
Александр
Владимирович

Кандидат технических наук. Заместитель руководителя Управления технологического и экологического надзора по Республике Татарстан. Специалист в области прочности и устойчивости оболочек вращения. Автор более 20 научных статей.

Введение

Цилиндрическая оболочка как элемент конструкции очень часто используется в различных отраслях промышленности: авиакосмической (корпуса самолетов и ракет, топливные баки); энергетической (корпуса турбин); химической и нефтехимической (элементы аппаратов колонного и реакторного типа, теплообменников, резервуаров). Нередко при эксплуатации в оболочке возникают сжимающие осевые напряжения, например при действии весовой нагрузки (конструкции, снега) или температурном расширении металла оболочки. В таких

случаях при конструировании определяющим является расчет оболочки на устойчивость.

При решении задачи устойчивости в линейной постановке [1] критические напряжения в цилиндрической оболочке определяются по формуле:

$$\sigma_{кр} = \frac{E \cdot s}{R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu)}}, \quad (1)$$

где E , ν – модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона материала; s , R – толщины стенки и радиус срединной поверхности оболочки.

Однако, как показывает практика, результаты, полученные по формуле (1) для реальных конструкций, значительно отличаются от данных натурных испытаний. Опытные значения критических напряжений в зависимости от величины параметра тонкостенности цилиндрической оболочки (R/s) и способа ее изготовления варьируются в широких пределах и обычно ниже значений аналитического решения в 1,5–3 раза.

Такой разброс результатов испытаний зависит от многих факторов, в частности, от точности изготовления оболочки. Очень часто в процессе изготовления и сборки по технологическим причинам невозможно получить оболочку идеальной геометрической формы. Учесть эти несовершенства (и некоторые другие факторы), используя указанную формулу, не представляется возможным. В данной ситуации необходим альтернативный подход к проблеме, например использование приближенного численного расчета. Учитывая интенсивное развитие в последние десятилетия метода конечных элементов (МКЭ) и его программной реализации, такое решение кажется вполне логичным.

В настоящей статье описывается методика расчета тонкостенной цилиндрической оболочки на устойчивость с учетом геометрических несовершенств формы оболочки при осевом сжатии, основанная на применении МКЭ. В качестве программной реализации МКЭ используется известная программа ANSYS [2].

Для сравнения задача устойчивости конструкций при конечно-элементном решении рас-

сматривается как с точки зрения линейного, так и нелинейного анализа.

1. Линейный анализ

В случае линейного конечно-элементного анализа рассматривается задача на собственные значения, решение которой осуществляется на основании уравнения

$$([K] + \lambda_i [S]) \{\Psi\}_i = 0, \quad (2)$$

где $[K]$ – глобальная матрица жесткости конструкции; $[S]$ – матрица дополнительной жесткости предварительно нагруженной конструкции, полученная с учетом нелинейных компонент деформаций; λ_i – i -е собственное значение, определяющее критическую нагрузку (или коэффициент нагрузки); $\{\Psi\}_i$ – i -й вектор собственных значений, определяющий форму потери устойчивости.

Критическая нагрузка определяется, как $\lambda \cdot Q_n$, где Q_n – нагрузка, прикладываемая к конструкции и определяющая матрицу $[S]$.

Конечно-элементная модель строится для половины оболочки, при этом на одном торце оболочки задаются граничные условия шарнирного закрепления, а на другом – условия симметрии. Для описания модели используются два типа оболочечных элементов – четырехузловой (Shell181) и восьмиузловой (Shell93).

Четырехузловой оболочечный элемент имеет шесть степеней свободы (перемещения вдоль осей x , y , и z и повороты относительно этих осей) в каждом узле. Благодаря наличию особых формулировок (полное и сокращенное интегрирование) элемент имеет высокую эффективность в нелинейном анализе.

Восьмиузловой элемент также имеет по шесть степеней свободы в узле. Наличие дополнительных срединных узлов обеспечивает повышенную точность получаемых результатов за счет использования функций формы второго порядка. Однако использование элементов высокого порядка для расчетов ограничено вследствие их ресурсоемкости.

В качестве модели для проведения численных экспериментов использовалась цилиндри-

ческая оболочка (резервуар) со следующими геометрическими характеристиками: толщина $s = 0,025$ м, радиус $R = 10$ м, длина $L = 40$ м, свойства материала оболочки $E = 2 \cdot 10^3$ МПа, $\nu = 0,3$, предел текучести $\sigma_t = 320$ МПа. Для проведения параметрических исследований величины R/s и L/R изменялись в пределах 400–1000 и 1–4 соответственно.

Для верификации конечно-элементной модели проводился линейный расчет на устойчивость цилиндрической оболочки с различной густотой сетки элементов, и полученный результат сравнивался с аналитическим решением [3]. Следует отметить, что сравнение результатов проводилось не только по величине критической нагрузки, но и по форме потери устойчивости. На рис. 1 приведены некоторые результаты, характеризующие зависимость величины критических напряжений $\sigma_{кр}$ (даны в безразмерной форме $(10^3 \sigma_{кр}/E)$) от числа элементов в окружном направлении оболочки (N_l).

Выбор параметра N_l , характеризующего густоту сетки элементов, не случаен, так как значения $\sigma_{кр}$ весьма чувствительны к этому параметру и, напротив, практически не зависят от числа элементов в продольном направлении. Представленные результаты наглядно демонстрируют преимущества применения элемента высокого порядка: уже при $N_l = 80$ численное решение совпадает с аналитическим решением. Для четырехузлового элемента при умеренном разбиении ($N_l = 100 - 120$) погрешность составляет примерно 2%.

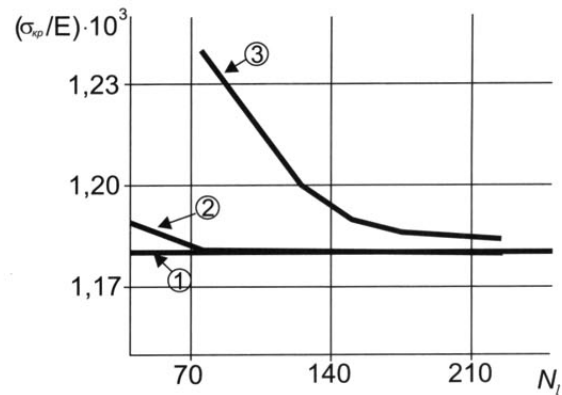


Рис. 1. Верификация конечно-элементной модели:
1 – аналитическое решение; 2 – численное решение на базе элементов Shell93; 3 – численное решение на базе элементов Shell181

Результаты параметрического исследования изменения критических напряжений в зависимости от параметров R/s и L/R приведены в табл. 1.

Каждое полученное численное решение верифицировалось не только по численному значению критических напряжений $\sigma_{кр}$, но и по соответствующим им формам потери устойчивости (по числу волн в окружном и продольном направлении, n и m соответственно). Решение формируется по принципу возрастания от минимального значения $\sigma_{кр}$. Практически во всех случаях при достаточно плотной сетке наблюдается полное соответствие численного решения аналитическому вплоть до третьей-четвертой формы потери устойчивости.

Таблица 1
Значения параметра критических напряжений $(\sigma_{кр}/E)10^3$

$\frac{R}{s}$	L/R					
	1		2		4	
	Аналитическое решение	Численное решение	Аналитическое решение	Численное решение	Аналитическое решение	Численное решение
400	1,485	1,4917	1,489	1,489	1,443	1,443
450	1,334	1,335	1,3225	1,323	1,32	1,32
500	1,19	1,19	1,1755	1,175	1,176	1,176
600	1,002	1,003	0,9845	0,985	0,956	0,955
700	0,853	0,854	0,853	0,855	0,821	0,82
800	0,75	0,751	0,739	0,74	0,734	0,733
900	0,667	0,667	0,6575	0,6573	0,657	0,658
1000	0,598	0,598	0,5985	0,599	0,589	0,59

2. Нелинейный анализ

Несмотря на удовлетворительное соответствие результатов линейного и аналитического решений использовать их в практических целях следует чрезвычайно осторожно. Связано это в первую очередь с идеализацией постановки задачи линейного расчета на устойчивость, при котором не учитываются такие эффекты, как неупругое поведение материала, большие прогибы, отклонение геометрии от идеальной формы. Но в то же время именно эти параметры обуславливают наблюдающуюся значительную разницу между величиной критических напряжений, полученного из линейного расчета, и ее реальным значением.

Учесть вышеуказанные особенности поведения реальной конструкции при численном решении позволяет нелинейный анализ. В этом случае нагрузка прикладывается постепенно, до тех пор, пока конструкция не потеряет устойчивость.

Нелинейное решение осуществляется с использованием метода дуг, который представляет собой усовершенствованный метод Ньютона-Рафсона и позволяет получить решение в закритической области.

На рис. 2 показана схема определения критической нагрузки при решении задач устойчивости методом дуг: F – нагрузка, прикладываемая к конструкции при нелинейном анализе; U – перемещение характерной точки оболочки в процессе прикладывания нагрузки F ; K_T – матрица жесткости конструкции при нелинейном анализе; $\text{Det}(K_T)$ – детерминант матрицы жесткости K_T .

Как видно из рисунка, до потери устойчивости детерминант матрицы жесткости положителен: $\text{Det}(K_T) > 0$. Поэтому при малом отклонении от равновесного деформированного состояния, конструкция будет стремиться к нему вернуться. После критической точки $\text{Det}(K_T) < 0$ на участке спада жесткости происходит скачкообразный переход к новым смежным формам равновесия.

Конечно-элементная модель нелинейного анализа идентична применяемой при линейном

решении, при этом использовался четырехугольный элемент и учитывалась физическая нелинейность материала. Для описания неупругости материала используется модель билинейного изотропного упрочнения (используются дополнительные параметры свойств материала – секущий модуль упругости E_T и предел текучести σ_T).

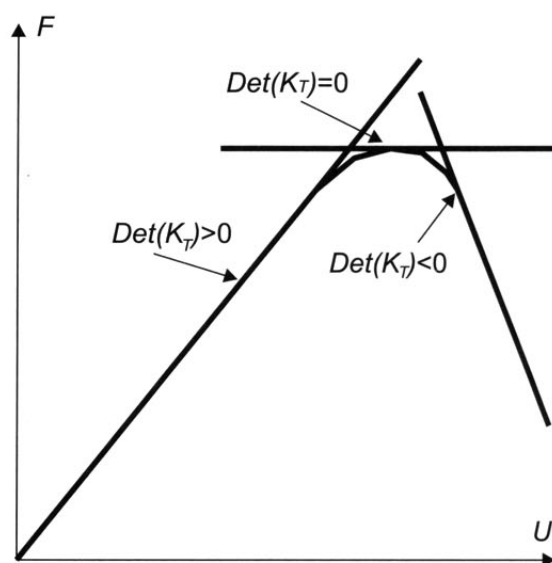


Рис. 2. Определение критической нагрузки при нелинейном расчете на устойчивость

При нелинейном анализе устойчивости оболочек возможно учитывать геометрические несовершенства их поверхности. Чаще всего геометрические несовершенства вводятся путем линейного наложения форм потери устойчивости, определенных при линейном анализе на устойчивость. В таком случае величина отклонений определяется как:

$$\Delta X_i = \sum_{i=1}^M w_i \Phi_i, \quad (3)$$

где Φ_i – функция i -й формы потери устойчивости; w_i – соответствующий фактор масштабирования.

Важное значение имеет выбор формы потери устойчивости для введения несовершенств. общепринято, что наибольшее влияние на предельную нагрузку оказывает первая форма потери устойчивости (с минимальным значением критической нагрузки). Однако в случае продольно сжатой цилиндрической оболочки формы

потери устойчивости плотно сгруппированы и различие между ними составляет не более 10%. Очевидно, в данном случае необходимо подробно изучить влияние несовершенств, вводимых от различных форм потери устойчивости, на несущую способность оболочки.

Далее будет показано поведение оболочки с различными типами геометрических несовершенств. В качестве форм потери устойчивости для введения несовершенств будет использоваться первая, вторая и третья формы. Также для сравнения получены результаты с использованием искусственно вводимых осесимметричных несовершенств путем изменения радиальной координаты узлов по синусоидальному закону.

$$\Delta X = \delta \cdot \sin\left(\frac{m \cdot z \cdot \pi}{L}\right), \quad (4)$$

где ΔX – величина отклонений; δ – амплитуда отклонений; m – число полуволн в продольном направлении; L – длина оболочки, z – координата узла вдоль оси Z .

На рис. 3, 4 показаны используемые типы геометрических несовершенств, полученные путем линейного наложения форм потери устойчивости и осесимметричные несовершенства.

На рис. 5–7 представлены графические зависимости между осевым напряжением – и перемещением характерной точки для оболочки с параметрами $R/s = 400$, $L/R = 2$ при значениях параметра $\delta/s = 0; 0,2; 1,0; 3,0$ и различ-

ных формах потери устойчивости, генерирующих несовершенства. По оси ординат отложена безразмерная величина осевых напряжений $(\sigma_z/E) \cdot 10^3$, а по оси абсцисс – безразмерная величина осевых перемещений u_z/s , где u_z – величина перемещения точки на кромке цилиндрической оболочки вдоль образующей. Для этой оболочки при введении несовершенств использовались первая, третья и четвертая формы. Различие между первой и второй формой потери устойчивости незначительно, поэтому их значимость для учета несовершенств практически идентична.

Как видно из графиков, влияние геометрических несовершенств весьма существенно, при этом влияние оказывает не только степень несовершенств, но и их природа. Несовершенства, вводимые от четвертой формы потери устойчивости ($m = 5$ и $n = 15$), снижают несущую способность оболочки наиболее значительно. Такой эффект можно объяснить тем, что в данном случае геометрия оболочки искажена наиболее сильно, и это искажение выражается не в максимальной величине несовершенств, а в их числе, приходящемся на единицу площади.

Однако в осесимметричном случае количество несовершенств еще больше, и поэтому уменьшение предельной нагрузки выражено в большей степени. В табл. 2 приведены сравнительные данные по несущей способности оболочек с различными дефектами.

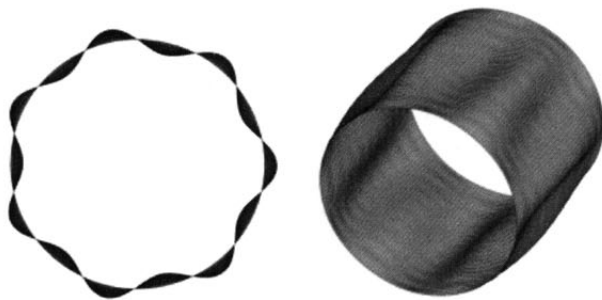


Рис. 3. Конечно-элементная модель цилиндрической оболочки с геометрическими несовершенствами, полученными путем линейного наложения первой формы потери устойчивости. Коэффициент масштабирования геометрических несовершенств – 50

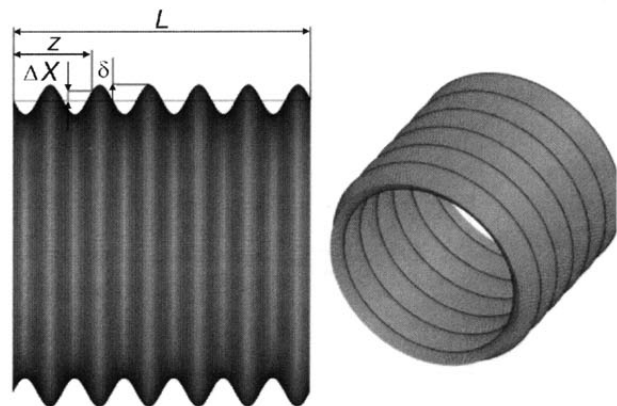


Рис. 4. Конечно-элементная модель цилиндрической оболочки с осесимметричными несовершенствами. Коэффициент масштабирования геометрических несовершенств – 50

Таблица 2

Сравнений значений критических напряжений для моделей оболочек с различными формами несовершенств

$\frac{\delta}{s}$	Критические напряжения $10^3(\sigma_{кр}/E)$			
	1 форма	3 форма	4 форма	Осесимметричные несовершенства
0	1,2	1,2	1,2	1,2
0,1	1,2	1,14	1,05	0,87
0,2	1,189	1,05	0,91	0,74
0,3	1,175	0,99	0,78	0,68
1,0	0,88	0,47	0,54	0,40
2,0	0,608	0,465	0,486	0,28
3,0	0,41	0,443	0,423	0,22

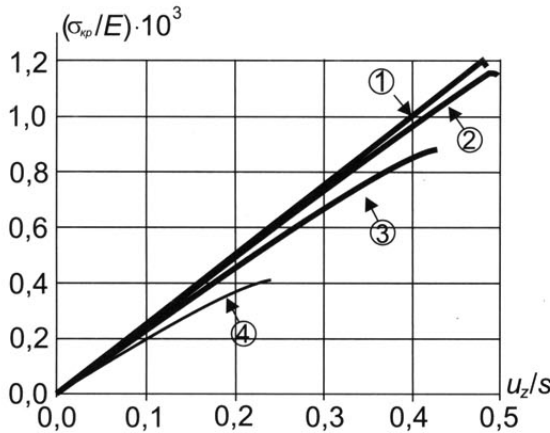


Рис. 5. Влияние величины

геометрических несовершенств, вводимых от первой формы потери устойчивости:

1 – $\delta/s = 0$; 2 – $\delta/s = 0,2$; 3 – $\delta/s = 1,0$; 4 – $\delta/s = 3,0$

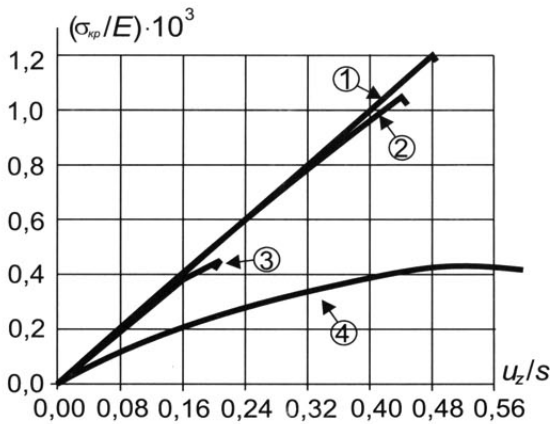


Рис. 6. Влияние величины

геометрических несовершенств, вводимых от третьей формы потери устойчивости:

1 – $\delta/s = 0$; 2 – $\delta/s = 0,2$; 3 – $\delta/s = 1,0$; 4 – $\delta/s = 3,0$

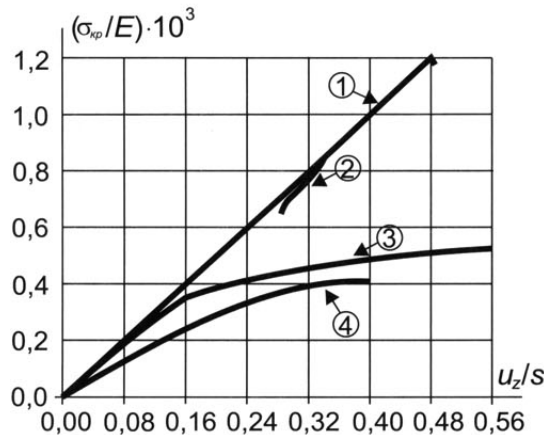


Рис. 7. Влияние величины

геометрических несовершенств вводимых от четвертой формы потери устойчивости:

1 – $\delta/s = 0$; 2 – $\delta/s = 0,2$; 3 – $\delta/s = 1,0$; 4 – $\delta/s = 3,0$

Наиболее надежные данные дает вариант расчета с осесимметричными несовершенствами. Для получения приемлемых результатов необходимо отображать в модели тот вид несовершенств, который наиболее характерен для оболочки этого класса. Но для этого необходимо учитывать особенности процесса изготовления, сборки и эксплуатации оболочки, ее типовые размеры. Полезную информацию могут дать данные экспериментальных исследований, которые проводятся при тщательном измерении геометрических отклонений оболочки.

Возможен и другой способ решения этой проблемы – использование «заменяющих» несовершенств. При этом нет необходимости использовать в модели реальные несовершенства, полученные в результате измерений геометрических отклонений оболочки, а достаточно знать качество изготовления оболочки. Истинные несовершенства – геометрические, несовершенства граничных условий, процесса нагрузки, свойств материала оболочки – при расчете заменяются определенным видом геометрических несовершенств. В данном случае введены осесимметричные отклонения с синусоидальным законом распределения вдоль образующей оболочки. Параметры вводимых несовершенств – число волн и амплитуда отклонений – определяются на основании характеристик оболочки: качества изготовления и геометрических параметров. В табл. 3 представлена простейшая классификация цилиндрических оболочек по качеству изготовления, в соответствии с которой введены соответствующие величины несовершенств.

Таблица 3

Классификация оболочек по качеству изготовления и соответствующие значения величин «заменяющих» несовершенств

Качество изготовления		Овальность цилиндрической оболочки	Безразмерное представление «заменяющих» несовершенств	
Класс	Описание		δ/s	δ/s
A	Очень точное	0,007	$\frac{R}{600s}$	$\frac{150}{\sigma_{кр}}$
B	Высокое	0,010	$\frac{R}{500s}$	$\frac{250}{\sigma_{кр}}$
C	Нормальное	0,015	$\frac{R}{400s}$	$\frac{350}{\sigma_{кр}}$

Примечание: $\sigma_{кр}$, МПа – критическое напряжение, определенное при линейном решении задачи на устойчивость по МКЭ

В целях верификации предложенной модели проведено сравнение полученных численных результатов с опытными данными [3, 4].

В табл. 4 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных [4] данных для оболочек с параметрами тонкостенности R/s от 32,5 до 87,7. Параметры оболочек: $R = 0,05$ м; $L/R \approx 2$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $\sigma_T = 500$ МПа. Оболочки изготавливались на токарном станке из одной трубы.

Таблица 4

Сравнение результатов нелинейного расчета на устойчивость с экспериментальными данными

Параметр тонкостенности $\frac{R}{s}$	Критическое осевое напряжение, МПа		Величина геометрических несовершенств $\frac{\delta}{s}$
	$\sigma_{эксп}$, МПа	$\sigma_{кр}$, МПа	
87,7	383	371	0,182
85	391	374	0,177
63	420	407	0,131
59	432	412	0,126
58,2	431	414	0,125
51	480	423	0,114
48,5	470	434	0,1
46,2	475	435	0,1
40,3	465	442,5	0,093
40,3	503	453	0,0799
34,8	503	–	–
34,8	480	–	–
34,4	483	454	0,0788
33,8	503	455,5	0,0772
32,5	503	458	0,0738

В табл. 5 представлены результаты сравнения расчетных и экспериментальных [4] данных для оболочек, изготовленных из листов разной толщины путем прокатки и сварки. Параметры оболочек: $R = 0,35$ м; $L/R \approx 1$; $E = 1,9 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$, $\sigma_T = 290$ МПа. Экспериментальные данные представлены для оболочек толщиной 0,8; 1,0; 1,25 мм.

В таблицах величины ($\sigma_{эксп}$ и $F_{эксп}$ – экспериментальные значения критических осевых напряжений и критического осевого усилия, а величины ($\sigma_{кр}$ и $F_{кр}$ представляют результаты вычислений.

Форма вводимых в конечно-элементную модель «заменяющих» несовершенств – осесимметричная, согласно указанной выше формуле (5). Амплитуда геометрических несовершенств определялась в соответствии с рекомендациями, приведенными в табл. 3.

Данные табл. 4 и 5 показывают, что результаты нелинейного расчета хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований. Учитывая чувствительность величины критической нагрузки цилиндрической оболочки, нагруженной осевой сжимающей силой, к геометрическим несовершенствам, при численном расчете на устойчивость очень важным этапом является выбор формы и величины «заменяющих» несовершенств. В качестве простейшего способа определения «заменяющих» несовершенств предложена классификация оболочек по качеству изготовления. Такая классификация в последующем может быть дополнена другими важными параметрами, такими как размеры оболочки, способ ее изготовления, особенности нагружения и закрепления оболочки.

Заключение

Прикладная методика численного анализа на устойчивость цилиндрических оболочек позволяет использовать ее в качестве инструмента при решении более сложных задач, например при анализе устойчивости оболочки, имеющей отклонения в геометрической форме

Таблица 5

Сравнение результатов нелинейного расчета на устойчивость и экспериментальных данных

Толщина оболочки s , мм	Параметр тонкостенности $\frac{R}{s}$	Критическая осевая сила, кН		Величина геометрических несовершенств $\frac{\delta}{s}$	Критическое осевое напряжение, МПа $\sigma_{кр}$
		$F_{эксп}$, кН	$F_{кр}$, кН		
0,4	875		54,9	1,85	62,4
0,6	583,35		96,9	1,25	73,4
0,8	437,5	163,0	156	0,93	88,6
		135,9			
		140,6			
		140,0			
1,0	350	242,2	222	0,765	100,9
		232,5			
		219,5			
		247,1			
1,25	280	320,1	328,2	0,6	119,4
		321,0			
		309,8			
		286,7			
1,5	233,35		429,3	0,5	130,1
1,75	200		550,1	0,432	142,9
2,0	175		681,8	0,385	155,0
2,25	155,55		820,5	0,344	165,8
2,5	140		965,9	0,31	175,7
3,0	116,65		1277,7	0,255	193,7
3,5	100		1589,9	0,22	206,6
4	87,5		1928,2	0,192	219,2
4,5	77,5		2255,0	0,172	227,9

(вмятины). Дефекты такого рода в цилиндрических оболочках не являются редкостью и могут появляться в процессе эксплуатации и выполнения ремонтных работ изделий различного назначения.

Очень важным вопросом при исследовании оболочки с дефектами является решение о безопасности дальнейшей эксплуатации конструкции. Ответить на этот вопрос может помочь численный анализ на устойчивость модели оболочки, которая позволяет учитывать особенности реальной цилиндрической оболочки, в том числе и геометрический дефект – вмятину.

Общие подходы при численном анализе на устойчивость цилиндрической оболочки, имеющей определенные отклонения в форме (не «заменяющие» несовершенства) остаются прежними, что и в случае анализа гладких, бездефектных оболочек. Однако появляется дополнительный этап в процессе создания модели – описание вмятины, что может потребовать привлечение дополнительных средств, в виде таких программ САПР, как AutoCad, Unigraphics и

др. Другая особенность численного анализа оболочки с геометрическим дефектом – это учет совместного влияния на устойчивость дефекта и «заменяющих» несовершенств.

Список литературы

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. ANSYS user's manual, ANSYS Inc. USA; 2002.
3. Seung-Eock Kim, Chang-Sung Kim. Buckling strength of cylindrical shell and tank subjected to axially compressive loads // J. Thin Walled Structures. 2002. №40. P. 329-353.
4. Athiannan K. and Palaninathan R. Experimental investigations on buckling of cylindrical shells under axial compression and transverse shear // J. Sadhana. 2004. № 29 (1). P. 93–115.
5. Зубчанинов В.Г. Экспериментальное исследование процесса потери устойчивости цилиндрических оболочек при осевом сжатии // Инженерный журнал. 1965. № 5(3). С. 583–586.