

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА УТЕЧЕК ЧЕРЕЗ ТОРЦЕВОЙ ЗАЗОР ПЛАСТИНЧАТОГО НАСОСА ДВУКРАТНОГО ДЕЙСТВИЯ

Д.П. Алексеев, А.А. Шейпак

*Проведено исследование течения рабочих жидкостей в торцевом зазоре пластинчатого насоса двукратного действия. Исследовано влияние чисел Рейнольдса и Зоммерфельда на коэффициент расхода жидкостей через торцевой зазор. Изучено влияние вязкости рабочей среды на характеристики течения в зазоре. В процессе численного моделирования использован программный CFD-комплекс STAR CCM+ (версия 6.04). Получены зависимости коэффициента расхода утечек от чисел Рейнольдса и Зоммерфельда. Проведено сравнение результатов, полученных численным методом, с результатами, полученными с помощью полуэмпирической формулы. Показано определяющее влияние безразмерного критерия Зоммерфельда и слабое влияние числа Рейнольдса на результаты расчета утечек в торцевых зазорах пластинчатых насосов.*

**Ключевые слова:** пластинчатый насос, торцевой зазор, вычислительная гидродинамика, граничные условия, математическая модель, утечки, КПД.

## Введение

Пластинчатые насосы широко применяются в различных областях техники, в частности в системах гидропривода и наземных транспортных средствах. Особенностью рабочего процесса в пластинчатых насосах является наличие ламинарного течения жидкости через зазоры с неподвижными и подвижными стенками, через которые происходят основные потери энергии [1].

Потери, связанные с утечками жидкости через зазоры в гидромашинах, играют существенную роль и оказывают влияние на их КПД. Определение утечек является важной задачей при расчетах пластинчатых насосов. В этих насосах основные утечки жидкости происходят через торцевой зазор между стенкой вращающегося ротора и стенкой прижимного диска. Утечки, приводящие к потере энергии, затраченной на повышение давления жидкости, должны быть сведены к минимуму. На практике утечки определяют либо экспериментально, либо с помощью полуэмпирических формул, полученных при изучении плоского течения жидкости в щелях [2].

В настоящее время все более популярным становится численное моделирование течения рабочих сред в проточных частях гидромашин при их проектировании на базе программных

комплексов с закрытыми и открытыми исходными кодами (STAR CCM+, ANSYS CFX, OpenFoam, XFlow). Это объясняется преимуществами численного моделирования перед широко используемыми при проектировании гидромашин полуэмпирическими методиками, а также перед экспериментальными методами определения утечек: уменьшением стоимости и времени проектирования, а также возможностью исследования структуры потока в зазорах. Поскольку размеры зазоров по сравнению с размерами проточных частей гидромашин малы, то исследование течения рабочих сред в проточных частях гидромашин чаще всего проводят без учета структуры потока в зазорах [3]. Эту проблему можно обойти снижением требовательности к вычислительным мощностям за счет ряда допущений. Например, это достигается при решении задачи в стационарной постановке с «замораживанием» ротора гидромашин [4], расчете с использованием «вращающейся системы координат» вместо вращения самого ротора [5] или при расчетах гидромашин, в которых рассматривается только зазор или уплотнение [6, 7].

Важное значение для анализа результатов расчета имеет форма их представления. Чаще всего для этого используют зависимость коэф-

коэффициента расхода от числа Рейнольдса, однако такая оценка не учитывает влияния, например геометрических параметров зазора.

Цель работы – определение утечек двух рабочих жидкостей через зазор шириной  $\Delta z$  (размер зазора по оси  $z$  декартовой системы координат) при четырех перепадах давлений в насосе (0,5; 1; 1,5; 2 МПа) и оценка влияния числа Зоммерфельда на коэффициент расхода утечек.

В качестве рабочих жидкостей использовали глицерин (кинематическая вязкость  $\nu = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ , плотность  $\rho = 1280 \text{ кг/м}^3$ ) и синтетическое масло (кинематическая вязкость  $\nu = 1,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , плотность  $\rho = 873 \text{ кг/м}^3$ ) при температуре 293 К.

### Математическая модель течения рабочей жидкости через торцевой зазор

Течение рабочей среды рассматривали в торцевом зазоре пластинчатого насоса двукратного действия. Схема геометрической модели зазора показана на рис. 1. Зазор образован поверхностью  $\Omega_1$  стенки ротора и поверхностью  $\Omega_2$  стенки прижимного диска. Ширина зазора  $\Delta z = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 \text{ мм}$ ;  $a = 57,3 \text{ мм}$ ;  $b = 60,8 \text{ мм}$ .

Рабочая жидкость попадает в зазор через поверхности  $\Omega_3, \Omega_6$ , а возвращается в насос

через поверхности  $\Omega_4$  и  $\Omega_5$ . Площади поверхностей  $\Omega_3 - \Omega_6$  равны.

Процесс численного моделирования включает в себя следующие этапы: создание трехмерной геометрической модели проточной части исследуемого зазора, дискретизацию пространства проточной части на основе многогранных ячеек с использованием лицензионного программного CFD-комплекса STAR CCM+ (версия 6.04), решение уравнений движения жидкости методом контрольного объема [8] с использованием решателя данного пакета [9].

В данной работе приняты следующие допущения: превышение перетечками из области высокого давления в область низкого давления утечек через области, расположенные между пластинами насоса; рабочая среда – ньютоновская несжимаемая жидкость; режим течения – ламинарный, установившийся, изотермический; нагрев рабочей среды вследствие вращения стенки ротора отсутствует.

Математическая модель задачи включает в себя уравнения неразрывности и Навье-Стокса. Уравнения записываются в декартовой системе координат ( $x, y, z$ ) с началом координат в центре вращения на торцевой поверхности ротора (см. рис. 1). Система уравнений, отражающая математическую модель задачи, имеет вид [10]

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0; \quad (1)$$

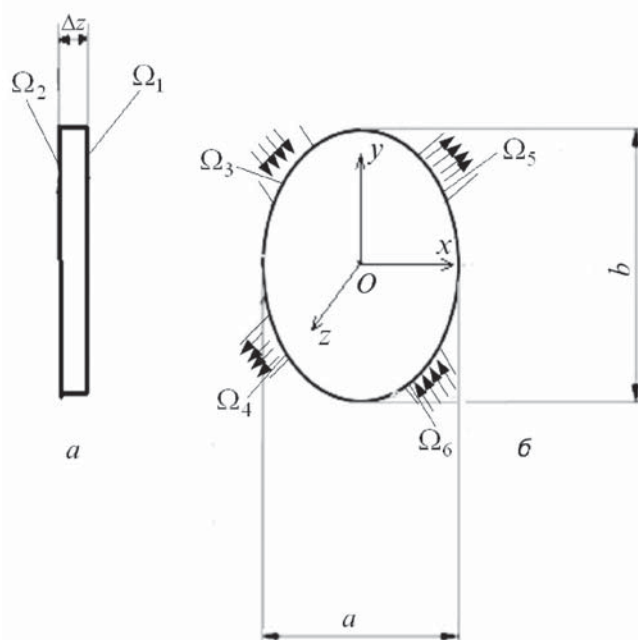


Рис. 1. Схема геометрической модели торцевого зазора в двух проекциях (а, б):

$\Omega_1$  – стенка ротора;  $\Omega_2$  – стенка прижимного диска;  $\Omega_3, \Omega_6$  – поверхности входа в зазор;  
 $\Omega_4, \Omega_5$  – поверхности выхода из зазора

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \nabla^2 \vec{V}, \quad (2)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости жидкости;  $p$  – давление жидкости;  $\nabla^2 \vec{V}$  – лапласиан;  $\vec{F}$  – вектор объемных сил.

Граничные условия Дирихле и Неймана для функций параметров потока имеют следующий вид:

на поверхности  $\Omega_1$ :

$$V_z|_{\{x,y\} \in \Omega_1} = 0; \quad V_{xy}|_{\{x,y\} \in \Omega_1} = V_{xy}(x,y);$$

$$\frac{\partial p}{\partial n}|_{\{x,y\} \in \Omega_1} = 0;$$

на поверхности  $\Omega_2$ :

$$\vec{V}|_{\{x,y\} \in \Omega_2} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial n}|_{\{x,y\} \in \Omega_2} = 0;$$

на поверхностях  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$ :

$$p|_{\{x,y,z\} \in \Omega_3} = p_n; \quad \frac{\partial V_x}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_4} = 0;$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_4} = 0; \quad \frac{\partial V_z}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_4} = 0;$$

на поверхностях  $\Omega_5$  и  $\Omega_6$ :

$$p|_{\{x,y,z\} \in \Omega_5} = p_a; \quad \frac{\partial V_x}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_6} = 0;$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_6} = 0; \quad \frac{\partial V_z}{\partial n}|_{\{x,y,z\} \in \Omega_6} = 0,$$

где  $V_{xy}$  – тангенциальная составляющая скорости потока;  $V_x, V_y, V_z$  – проекции вектора скорости потока  $\vec{V}$  на оси координат;  $n$  – нормаль к поверхности;  $p_n$  – давление в области нагнетания;  $p_a$  – давление окружающей среды.

Интегрирование уравнений (1) и (2) проведено методом контрольного объема [8]. Для функции переноса  $\phi$  (давление  $p$ , скорость  $\vec{V}$  и т.п.) в каждом контрольном объеме решают обобщенное уравнение

$$\oint_A \rho \phi (\vec{V} - \vec{V}_g) dA_f = \oint_A G \nabla \phi dA_f + \int_V I_\phi dV, \quad (3)$$

где  $\oint_A \rho \phi (\vec{V} - \vec{V}_g) dA_f$  – конвективный член;  $\oint_A G \nabla \phi dA_f$  – диффузионный член;  $\int_V I_\phi dV$  – источник функции переноса ( $I_\phi = 0$ );  $G$  – коэффициент диффузии;  $\vec{V}_g$  – скорость движения сетки ( $\vec{V}_g = 0$ );  $A_f$  – площадь грани многогранной ячейки.

Связь между уравнениями для определения давления  $p$  и скорости  $\vec{V}$  осуществлена с помощью алгоритма SIMPLE [8].

### Математическая постановка задачи расчета характеристик течения в зазоре

Расход утечек  $Q_{\text{ут}}$  определен интегрированием полученного в результате решения задачи поля скоростей по площади поверхности, через которую жидкость попадает в зазор

$$Q_{\text{ут}} = \int \rho \vec{V} n dA_f. \quad (4)$$

Площадь поверхности вычисляли с помощью средств используемого программного комплекса. По результатам расчетов построены зависимости коэффициента расхода  $\mu$  от числа Зоммерфельда  $S$ .

Коэффициент расхода вычисляли по формуле [11]

$$\mu = \frac{Q_{\text{ут}}}{A_{\text{п}}} \sqrt{\frac{\rho}{2\Delta p}}, \quad (5)$$

где  $\Delta p$  – перепад давлений между областями нагнетания и всасывания;  $A_{\text{п}}$  – площадь поверхностей  $\Omega_3$ ,  $\Omega_4$ ,  $\Omega_5$  и  $\Omega_6$ .

Число Зоммерфельда [12] определяли по следующему выражению:

$$S = \left(\frac{d}{\Delta z}\right)^2 \frac{\nu n_p}{\rho \Delta p}, \quad (6)$$

где  $d$  – диаметр прижимного диска;  $n_p$  – частота вращения ротора насоса.

Число Рейнольдса вычисляли согласно выражению [11]

$$\text{Re} = \frac{\bar{V} d}{\nu},$$

где  $\bar{V}$  – средняя по центральному поперечному сечению зазора скорость рабочей среды (сечение определено в плоскости  $xu$  при  $z = \Delta z/2$ ).

Механический КПД вычисляли по формуле [11]

$$\eta_m = \frac{N_{\text{п}} - N_{\text{тр}}}{N_{\text{п}}}; \quad (7)$$

$$N_{\text{п}} = \frac{\rho g H Q}{1000};$$

$$N_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} n_p,$$

где  $N_{\text{п}}$  – полезная мощность;  $Q$  – объемная подача насоса;  $H$  – напор;  $N_{\text{тр}}$  – потери мощности на трение;  $M_{\text{тр}}$  – момент трения на стенке ротора насоса.

Потерями мощности на трение в подшипниках пренебрегаем в силу их малости.

Момент трения определяли в процессе вычислений для всей поверхности путем сложения моментов, вычисленных для каждой грани приграничных ячеек:

$$M_{\text{тр}} = \sum_f r_f \tau_f A_f,$$

где  $r_f$  – расстояние от оси, относительно которой берется момент, до центра грани ячейки;  $\tau_f$  – касательные напряжения;  $f$  – индекс грани.

Объемный КПД определяли по формуле [11]

$$\eta_o = \frac{N_{\pi} - N_{\text{об}}}{N_{\pi}}; \quad N_{\text{об}} = \frac{\rho g H Q_{\text{ут}}}{1000},$$

где  $N_{\text{об}}$  – потери мощности, связанные с утечками рабочей жидкости через торцевой зазор.

В данной работе число Зоммерфельда используется как аргумент в зависимости коэффициента расхода  $\mu$  от ширины зазора  $\Delta z$ .

### Результаты исследования

Качество дискретизации расчетной области может существенно сказываться на результатах численного моделирования. В связи с этим проведена серия тестовых расчетов для проверки полученных результатов на «сеточную независимость». Для моделей торцевых зазоров были построены четыре сеточные модели (неструктурированная сетка) с различным количеством многогранных ячеек, описывающих расчетную область. Необходимо отметить, что для построенных сеточных моделей на величину зазора приходилось от 3 до 20 многогранных ячеек.

Результаты расчетов при  $\Delta z = 0,8$  мм для глицерина, представленные ниже, показали, что при увеличении количества ячеек в сетке со 100 тыс. до 400 тыс. расход рабочей жидкости через зазор значительно изменяется, а при увеличении количества ячеек с 400 тыс. до 1 млн. расход рабочей жидкости изменяется незначительно. Из этого можно сделать вывод о дальнейшей нецелесообразности измельчения сетки. Аналогичные результаты получены для остальных зазоров и рабочих жидкостей.

Окончательные расчеты проведены на сеточной модели, в которой количество ячеек составило 400 тыс. для двух рабочих сред при четы-

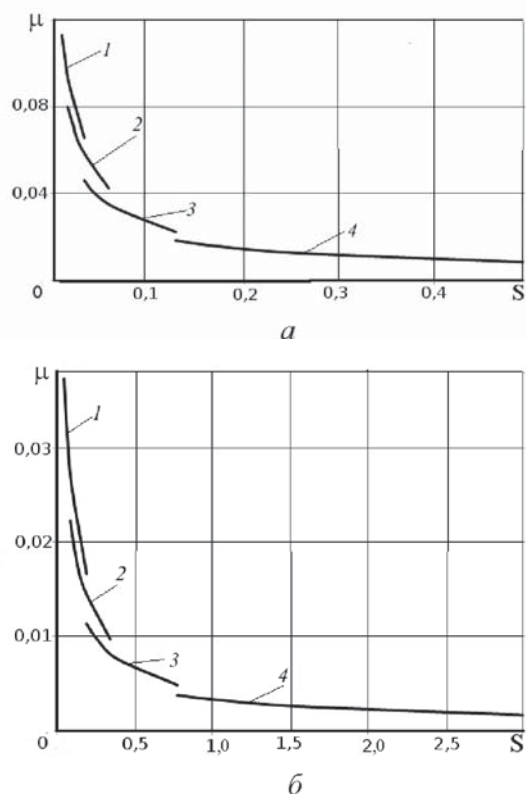


Рис. 2. Зависимость коэффициента расхода  $\mu$  синтетического масла (а) и глицерина (б) от числа Зоммерфельда  $S$ :

1 – при  $\Delta z = 0,8$  мм; 2 – при  $\Delta z = 0,6$  мм;  
3 – при  $\Delta z = 0,4$  мм; 4 – при  $\Delta z = 0,2$  мм

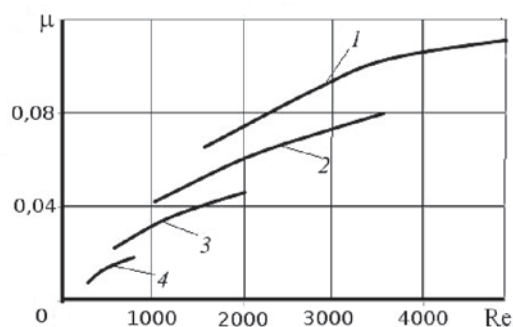


Рис. 3. Зависимость коэффициента расхода  $\mu$  синтетического масла от числа Рейнольдса  $Re$ :

1–4 – то же, что и на рис. 2

|                                                                             |                 |                  |                  |                   |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|
| Размер сетки<br>(количество ячеек).....                                     | $75 \cdot 10^3$ | $100 \cdot 10^3$ | $400 \cdot 10^3$ | $1000 \cdot 10^3$ |
| Расход утечек рабочей<br>жидкости $Q_{\text{ут}}$ , кг/м <sup>3</sup> ..... | 1,8             | 1,2              | 0,126            | 0,124             |

рех значениях ширины торцевого зазора.

На рис. 2 показано влияние числа Зоммерфельда на коэффициент расхода синтетического масла и глицерина через торцевой зазор различной ширины. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент расхода синтетического масла показано на рис. 3.

На рис. 4, 5 представлены некоторые результаты по расчету полного и объемного КПД насоса в зависимости от числа Зоммерфельда.

Связь между числами Зоммерфельда и Рейнольдса на примере глицерина в качестве рабочей среды показана на рис. 6

С увеличением в насосе перепада давлений изменение числа Зоммерфельда в зависимости от числа Рейнольдса уменьшается, а в области больших зазоров практически прекращается.

При более вязкой рабочей жидкости объемный КПД в зависимости от перепада давлений для различных зазоров изменяется незначительно. Установлено, что при частоте вращения вала насоса 1200 об/мин и ширине торцевого зазора 0,2 мм точка равного КПД (точка, в

которой объемный и механический КПД равны) соответствует числу Зоммерфельда  $S=0,223$  (перепад давлений 0,9 МПа.). На рис. 4 показана зависимость полного КПД от числа Зоммерфельда. При исследуемом режиме работы максимально возможный КПД насоса соответствует числу Зоммерфельда  $S=0,223$ .

Зависимость объемного КПД при любых зазорах и вязкостях рабочей жидкости от числа Зоммерфельда представляет собой практически сплошную кривую (см. рис. 5), а значит, использование этого критерия вместо числа Рейнольдса для таких расчетов является более информативным.

На рис. 7 представлена зависимость коэффициента расхода  $\mu$  от числа Зоммерфельда для двух методов расчета утечек. Как видно из рис. 7, утечки, рассчитанные с помощью CFD-метода, больше утечек, рассчитанных с помощью аналитической формулы, предложенной в работе [2].

Таким образом, учет трехмерной структуры потока в зазоре существенно влияет на результаты расчета, а использование критерия

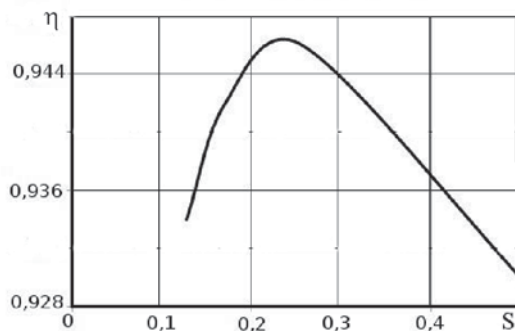


Рис. 4. Зависимость полного КПД  $\eta$  от числа Зоммерфельда  $S$  при  $\Delta z=0,2$  мм (рабочая жидкость – синтетическое масло 10w40)

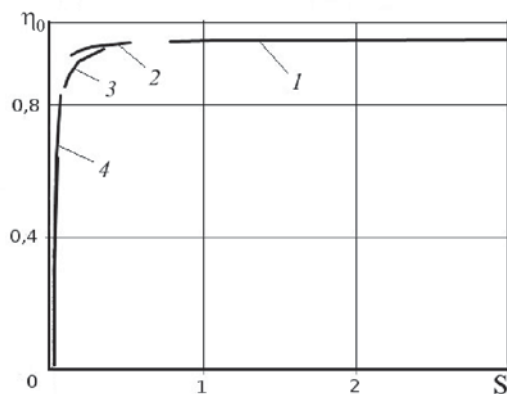


Рис. 5. Зависимость объемного КПД  $\eta_0$  от числа Зоммерфельда  $S$ :  
1–4 – то же, что и на рис. 2

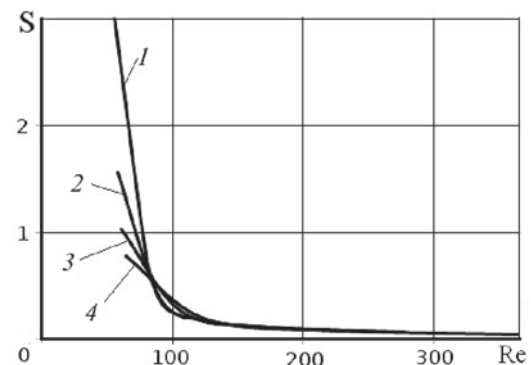


Рис. 6. Зависимость числа Зоммерфельда  $S$  от числа Рейнольдса  $Re$ :  
1–4 – то же, что и на рис. 2

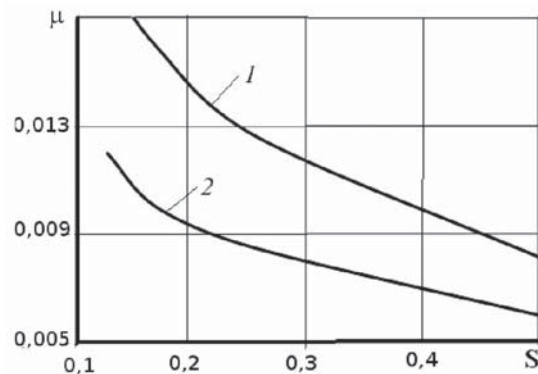


Рис. 7. Зависимость коэффициента расхода  $\mu$  от числа Зоммерфельда  $S$  при двух методах расчета утечек масла:  
1 – CFD-метод; 2 – аналитическая формула [2]

Зоммерфельда при расчете утечек является предпочтительным по отношению к использованию числа Рейнольдса, поскольку критерий Зоммерфельда учитывает все необходимые при проектировании торцевых уплотнений параметры (геометрические и физические).

### Заключение

Расчет утечек в зазорах гидромашин является одной из наиболее актуальных задач на этапе их проектирования. В связи с этим оценка эффективности различных подходов к расчетам утечек, правильный выбор формы представления результатов расчета, а также исследование течения жидкости в торцевых зазорах пластинчатых насосов с учетом трехмерной структуры потока имеет важное практическое значение.

Представленный в работе метод позволяет проводить расчеты утечек в торцевых зазорах как пластинчатых насосов различных типов, так и других роторных гидромашин (шестеренных насосов, насосов Рутс).

### Список литературы

1. Зайченко И.З., Мышлевский Л.М. Пластинчатые насосы и гидромоторы. – М.: Машиностроение, 1970. – 233 с.
2. Шейпак А.А. Гидравлика и гидропневмопривод: учебное пос. Ч.1. Основы механики жидкости и газа. – М.: Изд-во МГИУ, 2003. – 192 с.
3. Steffen Hain-Würtenberger. Simulation of Cavitating Flow in Vane Pumps // EACC 3 European Automotive CFD Conference. 2007. 5–6 July. P. 285–293.
4. Joshi A.M., Blekhman D.I., Felske J.D. et al. Clearance analysis and leakage flow CFD model of a two-lobe multi-recompression heater // International Journal of Rotating Machinery. 2006. No. 6. P. 1–10.
5. Ozturk A., Aydin K., Sahin B., Pinarbasi A. Effect of impeller-diffuser radial gap ratio in a centrifugal pump // Journal of Scientific & Industrial Research. 2009. No. 68. P. 203–213.
6. Du Yu, Schöfer M. Fluid structure interaction in labyrinth seals // ANSYS Conference & 26 CADFEM Users' Meeting. Darmstadt. 2008.
7. Aksenov A., Iliine K., Luniewski T. et al. Oil Leakage Through a Valve Stem Seal // ABAQUS Users' Conference. 2005. P. 1–14.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
9. Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. – Berlin: Springer, 2002. – 423 p.
10. Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2011. – 840 с.
11. Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б. и др. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы. – М.: Машиностроение, 1982. – 424 с.
12. Shigley J.E., Mischke C.R. Mechanical Engineering Design. – New York: McGraw-Hill Science Engineering, 2006. – 779 p.

Материал поступил в редакцию 16.03.2012

#### АЛЕКСЕЕВ Дмитрий Павлович

Тел.: (965) 274-07-00 (моб.)

Ассистент кафедры электротехники, теплотехники, гидравлики, энергетических машин ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов – механика жидкости и газа, вычислительная гидродинамика, многофазные течения, гидромашин, пакеты прикладных программ.

#### ШЕЙПАК Анатолий Александрович

E-mail: asheyp@mail.msiu.ru  
asheyp@msiu.ru  
Тел. +7 (495) 620-39-55

Доктор технических наук, профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, изобретатель СССР, профессор кафедры электротехники, теплотехники, гидравлики и энергетических машин ФГБОУ ВПО «МГИУ». Сфера научных интересов – механика жидкости и газа, лопаточные машины, термодинамика и теплопередача, биомеханика, история науки и техники, ракетная техника и технология, двигатели внутреннего сгорания и технология автомобилестроения. Автор более 200 научных работ, в том числе трех монографий, учебника, 40 изобретений.