

УДК 536.24: 519.63

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОХЛАЖДЕНИЯ ПОТОКОМ ВОДЫ И ВОЗДУХА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СПЛОШНОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

А.М. Липанов, С.С. Макаров

Рассмотрено построение математической модели охлаждения сплошного цилиндра для исследования нестационарного теплообмена высокотемпературных металлических тел в продольных квазистационарных потоках воды и воздуха. Приведены математическая модель и алгоритм численного решения задачи, а также результаты расчетов параметров теплообмена цилиндра и потока среды в зависимости от геометрии, теплофизических свойств и времени процесса. Проведена верификация численного решения задачи.

Ключевые слова: математическая модель, охлаждение, цилиндр, параметры теплообмена, поток воздуха, поток воды, численный расчет

Введение

В машиностроении при изготовлении металлических осесимметричных заготовок, таких как оси, пальцы, втулки и т.д. широко применяют технологические операции термообработки. Важным этапом получения заданных физико-механических свойств материала заготовки является охлаждение. Часто в качестве охлаждающих сред применяют движущиеся потоки воды и воздуха. В связи с этим исследования изменения параметров заготовки цилиндрической формы при охлаждении пото-

ками воды и воздуха, определение температур и скоростей охлаждения является актуальной задачей.

В работе [1] приведено численное решение задачи охлаждения высокотемпературного сплошного металлического цилиндра. Рассмотрим два расчетных случая: первый – нестационарный теплообмен между цилиндром, состоящим из однородного материала (металла), и окружающей средой и второй нестационарный теплообмен между цилиндром, состоящим из двух материалов: металла и жидкости, и окружающей средой. Численные результаты получены при условии постоянства коэффициента теплоотдачи с поверхностью охлаждения, а также принято допущение об отсутствии конвекции в слое жидкости.

Представленная работа является продолжением исследований, связанных с построением математической модели и численным расчетом нестационарного теплообмена высокотемпературного металлического цилиндра, обтекаемого квазистационарными потоками воды и воздуха, движущихся симметрично продольной оси цилиндра. Решается задача определения

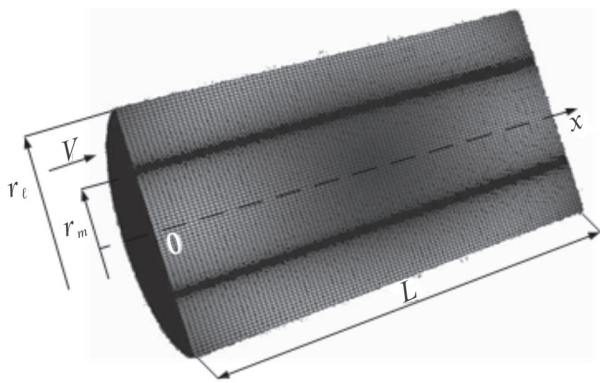


Рис. 1. Расчетная схема металлический цилиндр – охлаждающая среда

температур потоков воды, воздуха и охлаждаемого цилиндра как функции времени.

На рисунке 1 приведена расчетная схема сплошного металлического цилиндра внешним радиусом r_m и длиной L , охлаждаемого продольно движущимся в направлении оси x со скоростью V потоком среды, находящимся между внутренним и внешним радиусами r_m и r_c .

Математическая модель охлаждения цилиндра квазистационарным потоком воды и воздуха

Рассмотрим случай, когда поверхность высокотемпературного сплошного цилиндра по направлению вдоль продольной оси x обтекает квазистационарный одномерный поток газа, для которого справедливо уравнение состояния:

$$p = \rho_l RT_l, \quad (1)$$

где p – давление; ρ_l – плотность среды; R – удельная газовая постоянная; T_l – температура охлаждающего потока среды.

Поскольку в движущемся газе затухание нестационарных явлений определяется процессами, скорости протекания которых на несколько порядков больше, чем распространение теплоты в твердых телах, использование квазистационарных уравнений вполне обосновано [2].

Поэтому одномерное уравнение неразрывности можно записать в виде:

$$F \rho_l V = \text{const}, \quad (2)$$

где F – площадь поперечного сечения потока.

Примем $F = \text{const}$, тогда получим $\rho_l V = \text{const}$. Обозначим $\rho_l V = a$.

Уравнение движения имеет вид:

$$\frac{d}{dx} (F \rho_l V^2) + F \frac{dp}{dx} = -\Pi \tau, \quad (3)$$

где Π – смоченный периметр поперечного сечения потока; τ – напряжение трения, возникающие в среде при контакте со стенкой.

Принимая во внимание уравнение (2), перепишем уравнение (3) в виде:

$$\frac{d}{dx} (aV + p) = -\frac{\Pi \tau}{F}.$$

Обозначив $i = aV + p$, уравнение движения запишется так:

$$\frac{di}{dx} = -\frac{\Pi \tau}{F}. \quad (4)$$

Уравнение энергии запишем в виде:

$$\frac{d}{dx} F \rho_l V \left(E + \frac{p}{\rho_l} \right) = \Pi \alpha (T_m - T_l), \quad (5)$$

$$E = \frac{V^2}{2} + c_v T_l,$$

где E – удельная энергия газа, c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме; α – коэффициент теплоотдачи; T_m – температура поверхности цилиндра.

Преобразуем уравнение (5) к виду:

$$\frac{d}{dx} \left(E + \frac{p}{\rho_l} \right) = \frac{\Pi \alpha (T_m - T_l)}{Fa}$$

или

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho_l} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT \right) = \frac{\Pi \alpha (T_m - T_l)}{Fa},$$

где k – показатель адиабаты.

Примем следующее обозначение:

$$\Theta = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho_l}.$$

Тогда уравнение энергии запишется в виде:

$$\frac{d\Theta}{dx} = \frac{\Pi \alpha (T_m - T_l)}{Fa}. \quad (6)$$

Для расчета скорости V течения газового потока запишем:

$$\Theta = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{pV}{a} = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{(i - aV)V}{a} = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{iV}{a} - \frac{kV^2}{k-1}.$$

Далее имеем

$$\frac{1}{2} - \frac{k}{k-1} = \frac{k-1-2k}{2(k-1)} = -\frac{1}{2} \frac{(k+1)}{(k-1)},$$

и для определения V получаем квадратное уравнение:

$$-\frac{1}{2} \frac{(k+1)}{(k-1)} V^2 + \frac{ki}{(k-1)a} V - \Theta = 0$$

или

$$V^2 - \frac{2ki}{(k+1)a} V - \frac{(k-1)}{(k+1)} 2\Theta = 0;$$

отсюда

$$V = \frac{ki}{(k+1)a} \pm \sqrt{\frac{k^2 i^2}{(k+1)^2 a^2} - \frac{k-1}{k+1} 2\Theta}.$$

Принимая перед квадратным корнем минус, получим формулу для определения V :

$$V = \frac{\frac{k-1}{k+1} 2\Theta a}{\frac{ki}{(k+1)} + \sqrt{\frac{k^2 i^2}{(k+1)^2} - \frac{k-1}{k+1} 2\Theta a^2}} \quad (7)$$

Давление определим из соотношения (4) с учетом (7):

$$p = i - aV.$$

Поскольку $\left(\Theta - \frac{V^2}{2}\right) \frac{k-1}{k} = \frac{p}{\rho_l}$, то из этого

выражения при известных p и V найдем плотность газа:

$$\rho_l = \frac{kp}{(k-1) \left(\Theta - \frac{V^2}{2}\right)}.$$

Зная p и ρ из уравнения состояния (1), найдем температуру:

$$T_l = \frac{p}{\rho_l R}.$$

Полученные уравнения позволяют найти значения скорости V , давления p , плотности среды ρ_p , температуры охлаждающего потока среды T_l вдоль продольной координаты x .

Для несжимаемой жидкости по тем же соображениям, что и для газа, используем квазистационарные соотношения. Тогда из уравнения (3) с учетом (2), **уравнение движения** запишем в виде:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Pi \tau}{F}. \quad (8)$$

Уравнение энергии запишем так:

$$F \rho_l V \left(\frac{dE}{dx} + \frac{d}{dx} \frac{p}{\rho_l} \right) = \Pi \alpha (T_m - T_l);$$

или

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2} + c_l T_l + \frac{p}{\rho_l} \right) = \frac{\Pi \alpha (T_m - T_l)}{Fa},$$

где c_l – удельная теплоемкость несжимаемой жидкости.

Отсюда, с учетом (8):

$$\begin{aligned} c_l \frac{dT_l}{dx} + \frac{1}{\rho_l} \frac{dp}{dx} &= c_l \frac{dT_l}{dx} - \frac{\Pi \tau}{\rho_l F} = \\ &= \frac{\Pi \alpha (T_m - T_l)}{Fa}. \end{aligned} \quad (9)$$

Видим, что в соответствии с уравнением (9)

$\frac{dT_l}{dx} > 0$, и температура в жидкости с ростом x увеличивается. Тогда

$$\frac{dT_l}{dx} = \frac{\Pi}{c_l F} \left(\frac{\tau}{\rho_l} + \frac{\alpha (T_m - T_l)}{a} \right). \quad (10)$$

Полученное уравнение (10) позволяет найти значения температуры охлаждающего потока среды T_l вдоль продольной координаты x .

Распределение температуры цилиндра при условии соблюдения симметрии относительно продольной оси x описывается дифференциальным уравнением теплопроводности Био-Фурье:

$$\frac{\partial}{\partial t} c \rho T = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (11)$$

где t – время процесса; r, x – пространственные координаты, вдоль которых рассматривается процесс теплопроводности; теплофизические характеристики материала цилиндра c – удельная теплоемкость, ρ – плотность, λ – теплопроводность, T – температура.

Для решения задачи используются краевые условия:

Начальные условия

$$t = 0, \quad T_m(x, r, 0) = T_0. \quad (12)$$

Граничные условия

$$\begin{aligned} r = r_m, \quad \alpha (T_m - T_l) &= -\lambda \frac{\partial T_m}{\partial r} \\ r = 0, \quad \frac{\partial T_m}{\partial r} &= 0 \\ x = 0, \quad x = L \quad -\lambda \frac{\partial T_m}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Примем, что на внешней поверхности потока среды при $r = r_l$ процессы теплообмена не происходят. Температура потока среды определяется только теплообменом с поверхностью высокотемпературного цилиндра.

В уравнения входят величины τ, α , значения которых в практических работах и большинстве теоретических работ принято задавать, опираясь на результаты обработки натурных экспериментов. Для рассматриваемой модели эти величины будем определять, основываясь на результатах исследования, изложенных в работе [3], взяв их для основного участка течения полуограниченного струйного потока. Так, в случае течения полуограниченной струи вдоль пространственной координаты x цилиндра уравнение по расчету локального значения коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\alpha_x = 0,0268 \frac{\lambda_l}{b_0} \text{Re}_0^{\frac{13}{15}} \bar{x}^{-\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где λ_l – теплопроводность жидкости; $b_0 = r_l - r_m$ – поперечный размер потока; $Re_0 = Vb_0 / \nu$ – приведенный критерий Рейнольдса; ν – кинематическая вязкость; $\bar{x} = x/b_0$ – относительная текущая координата.

При высоких температурах, особенно на начальных стадиях процесса охлаждения высокотемпературных тел, существенный вклад в интенсивность теплосъема вносит излучение. В этом случае коэффициент теплоотдачи α_Σ рассчитывается как сумма: $\alpha_\Sigma = \alpha_x + \alpha'_x$, где α_x – конвективный коэффициент, рассчитываемый по уравнению (14); α'_x – коэффициент теплоотдачи излучением, который определяется так:

$$\alpha'_x = \frac{\sigma_0 \varepsilon (T_{mx}^4 - T_{lx}^4)}{(T_{mx} - T_{lx})}, \quad (15)$$

где $\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана; ε – степень черноты заготовки; T_{mx} и T_{lx} – температура поверхности цилиндра и среды в расчетных точках по длине цилиндра (считаются по шкале Кельвина).

Величину τ_w касательного напряжения трения на стенке определим из соотношения, приведенного в работе [3]:

$$\tau_w = \rho_l V^2 0,09 Re_0^{-\frac{2}{15}} \bar{x}^{-\frac{12}{15}} \left(1 + 0,0088 \bar{x}^{-\frac{14}{15}} \right)^{\frac{2}{15}}. \quad (16)$$

Последовательность решения численного алгоритма

При начальном условии (12) решаются уравнения двумерной нестационарной задачи теплопроводности (11) методом прогонки. Раз-

ностные уравнения по пространственным координатам x и r записывают в виде локально-одномерной неявной схемы [1]. В граничных условиях (13) значение коэффициента теплоотдачи задается для каждого шага интегрирования по времени и продольной координаты x решением (14) с учетом (15). Температура сред вдоль поверхности охлаждения T_l находится из решения уравнений (4), (6) и зависимостей (1) и (7) для воздуха и уравнения (10) для воды, в которых $T_m = T_{mx} = f(x, t)$ и $T_l = T_{lx} = f(x)$. Дифференциальные уравнения решаются методом Рунге-Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага интегрирования.

Результаты численных расчетов

Пример 1. На графиках, представленных на рис. 2, показаны изменения величины локального коэффициента теплоотдачи, рассчитанного по уравнению (14), а на рис. 3 – значение величины касательного напряжения трения на стенке, рассчитанного по уравнению (16). Теплофизические характеристики воды и воздуха постоянны и выбраны при температуре $T_l = 20^\circ \text{C}$ [4]. Скорость течения сред $V_1 = 1 \text{ м/с}$ и $V_2 = 10 \text{ м/с}$, $b_0 = 0,005 \text{ м}$. Для воздуха $1 - Re_0 = 3,3 \cdot 10^2$, $2 - Re_0 = 3,3 \cdot 10^3$. Для воды $1 - Re_0 = 4,5 \cdot 10^3$, $2 - Re_0 = 4,5 \cdot 10^4$.

Наибольшая интенсивность отвода теплоты находится в начале контакта потока с поверхностью цилиндра, а затем монотонно снижается. Причем как у воздуха, так и у воды снижение интенсивности происходит на порядок.

На рисунке 3 видно, что значение касательного напряжения трения на стенке невели-

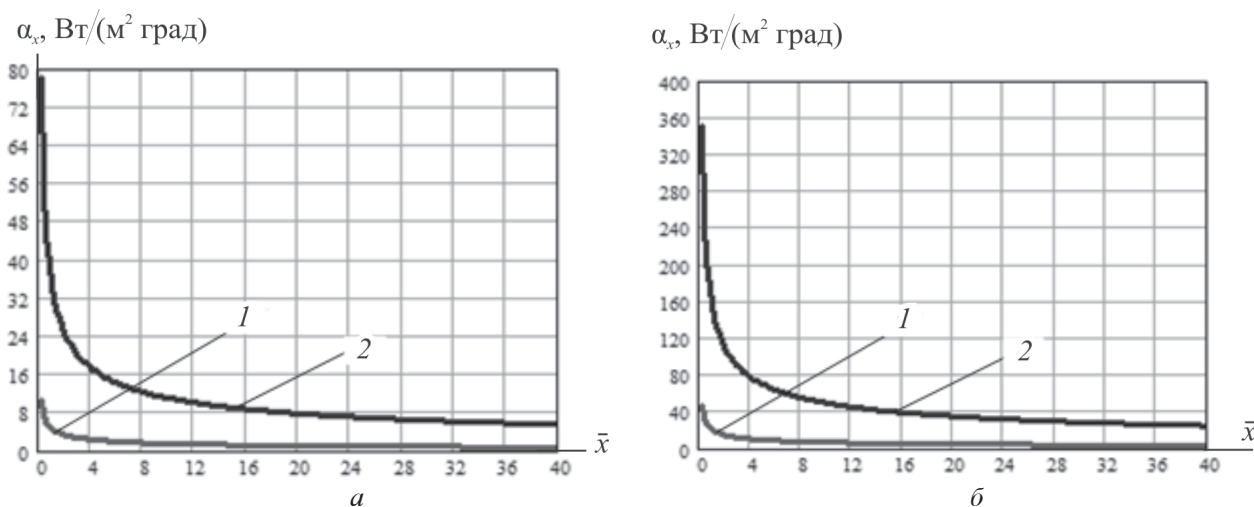


Рис. 2. Значения локального коэффициента теплоотдачи для потока воды (а) и воздуха (б)

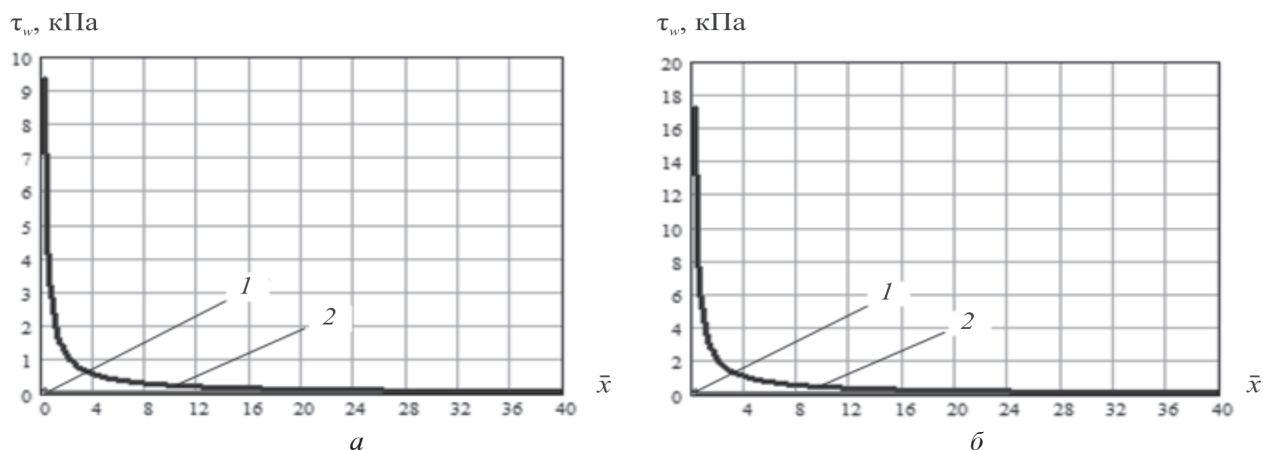


Рис. 3. Значения касательного напряжения трения на стенке для воды (а) и воздуха (б)

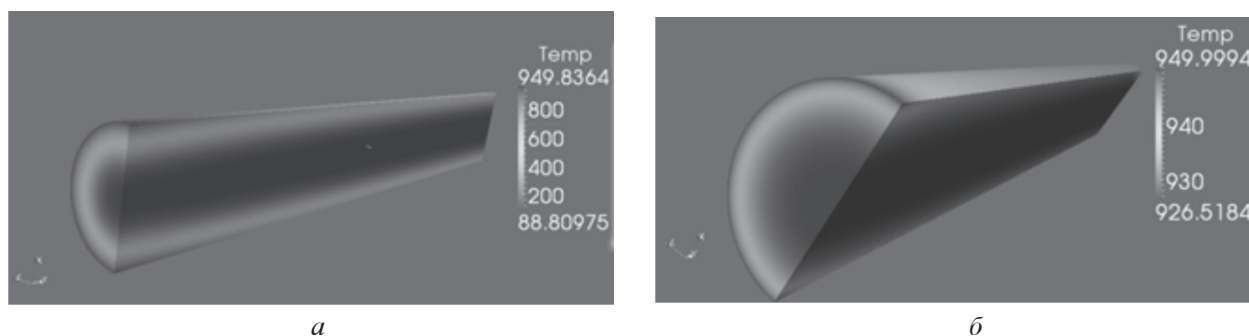


Рис. 4. Температура потока воды и воздуха $t = 10$ с

ко. Наибольшие потери возникают в начале контакта потока с поверхностью цилиндра, а затем также как и коэффициент теплоотдачи монотонно касательное напряжение трения снижается.

Пример 2. На рис. 4 приведено поле температур цилиндра и изменение температуры потока среды расходом $Q = FV$, где $V = 10$ м/с, $F = \pi(r_i^2 - r_m^2)$ с начальной температурой $T_l = 20^\circ\text{C}$ и $b_0 = 0,005$ м вдоль поверхности заготовки диаметром 30 мм, длиной $l = 0,2$ м из стали 30ХГСА с начальной температурой $T_0 = 950^\circ\text{C}$. Теплофизические свойства стали выбраны согласно [5].

Пример 3. Сравним решение по разработанной математической модели с результатами расчета температурного поля проката приведенного в [6], где численно решена задача охлаждения цилиндрической заготовки и проведено сопоставление с натурным экспериментом. Цилиндрический образец диаметром 40 мм из стали Ст3 охлаждается в воздушной среде при скорости движения заготовки 3 м/с с начальной температурой $T_m = 850^\circ\text{C}$. Начальная температура воздуха $T_l = 20^\circ\text{C}$. В расчетах

принимается коэффициент теплоотдачи α_z . Степень черноты заготовки $\epsilon = 0,8$. Результаты сравнения приведены на рис. 5.

Видно, что полученные результаты модельного решения, показывающие изменение во времени температуры наружной поверхности (2) и на оси (1) в центре цилиндра хорошо согласуются с результатами эксперимента и проведенными расчетами в работе [6].

Можно отметить, что значение коэффициента теплоотдачи снижается в процессе охлаждения пропорционально снижению температуры поверхности заготовки, причем в интервале температур от $T_m = 850^\circ\text{C}$ до $T_m = 550^\circ\text{C}$, как показывают расчеты, существенный вклад в теплоотдачу вносит процесс теплового излучения.

Заключение

Приведенный алгоритм численного решения задачи охлаждения потоком воды и воздуха высокотемпературного сплошного металлического цилиндра квазистационарным потоком охлаждающей среды может быть применен, например, для расчета параметров закалочного охлаждения при высокотемпературной термо-

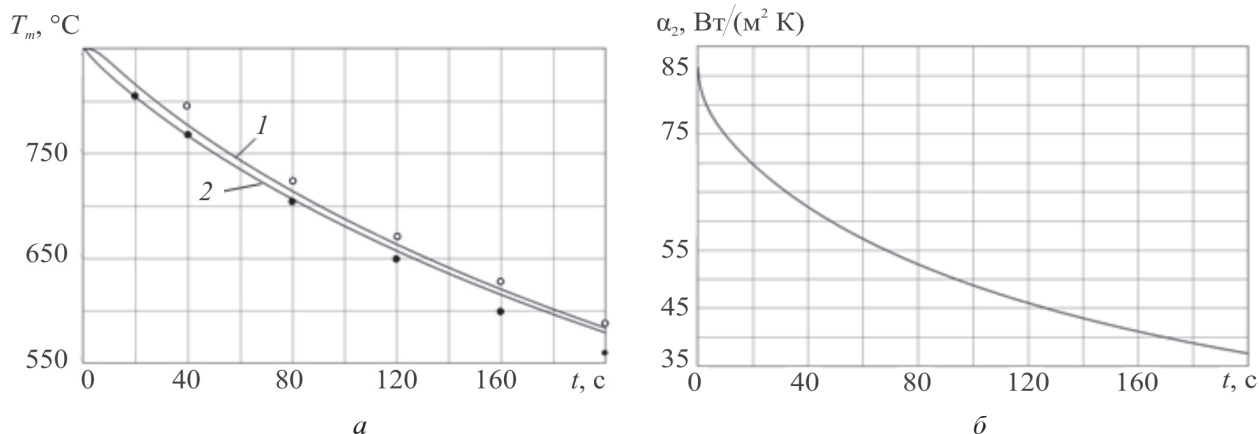


Рис. 5. Параметры охлаждения потоком воздуха во времени металлического цилиндра:

a – температуры наружной поверхности (2) и на оси (1) в центре цилиндра, рассчитанные по разработанной модели; • – экспериментальные значения; о – расчетные значения, полученные в [6];
 b – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный для центральной части цилиндра

механической обработке (ВТМО) или в иных технологических операциях с применением в качестве охлаждающих сред воды и воздуха.

Список литературы

1. Липанов А.М., Макаров С.С. Численное решение задачи охлаждения высокотемпературного сплошного металлического цилиндра // Машиностроение и инженерное образования. – Москва, 2012. – № 4. – С. 33 – 40.
2. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твёрдых ракетных топлив. Акад. Наук СССР, Ин-т химич. физики. – М.: Наука, 1973. – 175 с.
3. Юдаев Б.Н. Теплообмен при взаимодействии струй с преградами. – М.: Машиностроение, 1977. – 247 с.
4. Вукалович М.П. Теплофизические свойства воды и водяного пара. – М.: Машиностроение, 1967. – 160 с.
5. Стали и сплавы. Марочник / Под ред. Сорокина В.Г., Гервасьева М.А. – М.: Интермет Инжиниринг, 2001. – 608 с.
6. Подкустов В.П., Алексеев П.Л. Определение температурного поля проката // Изв. Вузов Черная металлургия, 1999. – № 9 – С. 40–42.

Материал поступил в редакцию 04.12.13

ЛИПАНОВ Алексей Матвеевич

E-mail: ipm@udman.ru
Тел.: (3412) 508200

Академик РАН, председатель Удмуртского научного центра УрО РАН. Научные интересы: математическое моделирование внутрикамерных процессов в твердотопливных ракетных двигателях и установках, использующих твердое топливо (изучение: течений продуктов сгорания (в том числе гетерогенных), горение твердых топлив, уноса теплозащитных покрытий, напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов двигателя); методы численного решения систем трансцендентных алгебраических и дифференциальных уравнений с частными производными для односвязных и многосвязных объемов интегрирования (в том числе при исследовании ламинарных и турбулентных потоков); создание автоматизированных систем (обслуживания, проектирования, обработки экспериментальной информации); теоретическое и экспериментальное исследование наносистем (в том числе с использованием туннельных наноскопов) и создания средств диагностики наноструктур; исследование и разрешение экологических проблем. Автор более 500 публикаций.

МАКАРОВ Сергей Сергеевич

E-mail: ssmak15@mail.ru
Тел.: (3412) 202925
Моб.: (909) 050-30-07

Кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Термодеформационных процессов» ИМ УрО РАН. Научные интересы: гидродинамика и теплообмен в технических объектах и системах; математические модели движения сред в условиях нестационарного теплообмена. Автор 60 публикаций.