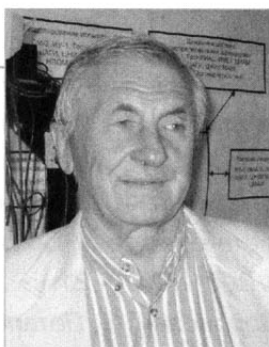


ТЯЖЕЛЫЙ РЕЖИМ ШИРОКОПОЛОСНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВИБРАЦИИ

И.Н. Овчинников

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАШИН И СИСТЕМ



ОВЧИННИКОВ
Игорь Николаевич

Доктор технических наук. Начальник лаборатории виброиспытаний НИИ конструкционных материалов и технологических процессов (НИИ КМ и ТП) МГТУ им. Н.Э. Баумана, руководитель УНЦ «Виброиспытания» университета. Специалист в области вибрационных и усталостных испытаний, диагностики и прогнозирования усталостного разрушения. Автор 75 научных трудов, в том числе 7 авторских свидетельств на изобретения.

Введение

Развитие техники в последние десятилетия характеризуется резким увеличением мощности и скорости движения технологических, энергетических и транспортных машин. Этот процесс сопровождается повышением вибрационной нагруженности конструкций из-за возникновения турбулентных течений, внутренних флуктуаций давления в камерах сгорания двигателей и сил взаимодействия при контакте с внешней средой. Указанные факторы порождают детерминированные и случайные пульсационные и вибрационные процессы, воздействующие на детали машин и механизмов, элементы автоматики, панели приборов. Более половины эксплуатационных отказов в технике обусловлены вибрацией, из-за которой происходят усталостные разрушения элементов конструкций, сбои и поломки электронной техники, транспортируемых грузов.

По мере усложнения машин и сооружений и ужесточения условий их работы резко возрастают масштабы вредных последствий: опасных для жизни человека аварий (авиалайнеров, мостов), катастроф, загрязняющих окружающую среду (танкеров, АЭС, магистральных трубопроводов и т.д.), которые наносят значительный экономический ущерб. В то же время условия эксплуатации ряда конструктивных объектов (ракет, космических аппаратов,

подводных лодок, самолетов и др.) и нарастающая нехватка металла во всем мире требуют уменьшения массы и металлоемкости конструкций.

Нахождение разумного компромисса максимума надежности при минимуме массы следует искать в развитии методов адекватного определения поведения материалов в конструкциях на заданный ресурс и надежность. Этот сложный комплекс экспериментальных и теоретических вопросов включает:

- определение фактического поведения металла при известных эксплуатационных нагрузках (его структурные и деформационные изменения);
- выбор критериев, характеризующих поведение металла;
- проведение испытаний в условиях, близких к эксплуатационным;
- создание испытательного оборудования, воспроизводящего заданные условия и регистрирующего поведение металла;
- использование методов математической статистики, позволяющих объективно оценивать результаты опыта;
- развитие теории усталости;
- создание методов диагностики усталостного разрушения и неразрушающего контроля;
- создание методов прогнозирования долговечности.

1. Требования к проведению испытаний

Международная электротехническая комиссия (МЭК) предъявляет к виброиспытаниям два основных требования: достоверности результатов и их воспроизводимости в различных лабораториях, которая особенно важна при проведении приемо-сдаточных испытаний.

Требование повышения достоверности результатов усталостных испытаний, которые стандартизованы пока только для гармонического воздействия, в последние годы диктует применение нагрузок, близких к эксплуатационным, которые давно используются при вибрационных испытаниях [1].

При эксплуатации техники наиболее распространенным видом является широкополосная случайная вибрация (ШСВ). Как показал наш опыт, достоверность результатов испытаний можно повысить, совершенствуя средства измерений, испытательное оборудование и особенно методику испытаний.

Кроме требований МЭК к качеству виброиспытаний возникли и производственные проблемы. Основными являются проведение ускоренных и эквивалентных испытаний, под которыми понимается замена реальных случайных вибраций испытательным (модельным) детерминированным режимом. В нашей стране исследования в этом направлении велись по причине острого дефицита экспериментального оборудования, необходимого для испытаний на случайную вибрацию, за рубежом – с целью удешевить процесс испытаний. Несмотря на огромное количество экспериментов, универсального решения этой проблемы найдено не было, а эквивалентность режимов устанавливалась только для выбранных конкретных уровней нагрузки.

Усталостные испытания в широком диапазоне нагрузок и видов спектров нагружения показали, что единого коэффициента эквивалентности между случайным и детерминированным нагружением ни по напряжениям, ни по виброскорости в опасном сечении объекта испытаний не существует [2].

Решение известной задачи [3] о реализации тяжелейшего режима (с точки зрения исчерпания усталостной долговечности), где этот режим назван «единственным», на котором следовало бы проводить испытания, – это путь к созданию методики ускоренных испытаний при нагрузках, близких к эксплуатационным. Особенно остро и давно эта проблема стоит в тех областях, где техника эксплуатируется длительное время – в авиации и на транспорте [4, 5], хотя и в других отраслях промышленности она также актуальна [6, 7].

Решение проблемы ускоренных испытаний посредством увеличения амплитуды и частоты гармонического воздействия [8], применявшие-

еся длительное время, нельзя считать полностью удовлетворительным, поскольку оно соответствует лишь гармоническому эксплуатационному нагружению. Увеличение амплитуды нагружения выше некоторых пределов ведет к изменению характера деформирования материала.

В технике существуют также изделия, имеющие очень короткий срок службы и подвергающиеся мощным вибрационным нагрузкам, например, жидкостные ракетные двигатели (ЖРД). Задача формирования тяжелейшего вибрационного режима на испытательном оборудовании с ограниченной мощностью, что обычно бывает на практике, для ЖРД является необходимой. В этом случае испытания уже не ускоренные, а скорее «замедленные», так как продолжаются значительно дольше времени эксплуатации.

Проблема формирования тяжелейшего режима первоначально возникла в практике виброиспытаний. Но поскольку единственным достоверным критерием опасности режима пока остается время до разрушения нагружаемого объекта, поиск тяжелейшего режима проводился в процессе усталостных испытаний и термин «тяжелейший режим» был конкретизирован дополнением «по долговечности». Как будет показано ниже, найденный тяжелейший режим обладает экстремальными значениями по времени до разрушения, по напряжению и виброскорости (вибронагруженности), т.е. является достаточно универсальным.

Отсутствие эквивалентности между случайными и детерминированными режимами не оставляет выбора при поиске тяжелейшего режима вибронагружения: он должен соответствовать реальному воздействию и, в первую очередь, ШСВ, как наиболее распространенной эксплуатационной нагрузке. При этом знания о тяжелейшем режиме по долговечности будут полезны не только для проведения ускоренных испытаний, но и для оценки степени опасности эксплуатационной вибрации. Предпосылка к существованию тяжелейшего режима была найдена в трудах ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского [9].

В эксперименте, имитирующем низкочастотные гармонические колебания крыла само-

лета с наложенной вибрацией от закрепленного на нем турбовинтового двигателя, при бигармоническом режиме образцы материала разрушались намного быстрее (в 2,5–4,5 раза), чем при гармоническом с той же амплитудой напряжений. Отсюда следует, что за счет изменения состава спектра нагружения можно искать более опасные режимы, чем гармонический. Тот факт, что при бигармоническом режиме образцы разрушались в 2,5–4,5 раза быстрее, чем при гармоническом (при разных значениях амплитуд и частот (!) режима с более высокой частотой) говорит о том, что среди серии бигармонических режимов существует и наиболее опасный, т.е. тяжелейший по долговечности в данном классе спектров режим нагружения. Аналогичный результат с большей опасностью полигармонического режима по сравнению с гармоническим представлен в работе [10], но расхождения в долговечности здесь уже более существенные (до 7,5 раз).

Из опыта известно, что при детерминированном нагружении тяжелейший режим – резонансный, при таких испытаниях используется динамика самого объекта, возбуждение на его собственных частотах. И эти испытания легко воспроизвести. В последние годы отработка вибропрочности ответственных конструкций проводится на испытаниях, как правило, при ШСВ с равномерным спектром в заданном частотном диапазоне путем «нивелирования» динамики объекта. Такие испытания, названные в известной монографии С. Кренделла [1] испытаниями «грубой силой», не решают полностью проблемы воспроизводимости результатов испытаний. Тем не менее, именно такие зарубежные испытательные стандарты сейчас внедряются в отечественную практику [11].

В начале нашего исследования было принято допущение, что возбуждение объекта ШСВ в частотной области ряда его первых собственных частот позволит найти тяжелейший по долговечности режим, а привязка режима к собственным частотам объекта и его параметрам даст возможность решить проблему воспроизводимости результатов испытаний.

2. Свойства случайного процесса

Эксперимент по долговечности, без результатов которого нельзя обосновать существование тяжелейшего по долговечности режима, представляли теоретические исследования свойств случайного процесса, воздействующего на безинерционный объект (на сигнальном уровне) [12].

Для оценки значимости величины виброн нагруженности (виброскорости) и широкополосности процесса использована формула Райса [13], которая позволяет определить число положительных пересечений нормальным случайным процессом заданного уровня, по существу – числа циклов N , определяющих долговечность:

$$N = \frac{D_{\dot{x}}}{2\pi D_x} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2D_x^2}\right), \quad (1)$$

где $D_{\dot{x}}$ – дисперсия виброскорости процесса; D_x – дисперсия перемещения процесса; a – математическое ожидание процесса.

Показано, что при вибровоздействии на безинерционный объект широкополосным сигналом типа белого шума по перемещению (рис. 1) и сигналом с произвольным унимодальным спектром (рис. 2), дисперсия скорости перемещения объекта $D_{\dot{x}_1}^2$ при первом сигнале всегда будет больше, чем дисперсия скорости перемещения $D_{\dot{x}_2}^2$ при воздействии вторым сигналом, при условии, что мощность спектров обоих сигналов одинакова.

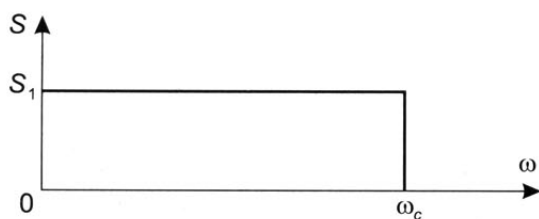


Рис. 1. Спектральная плотность ограниченного белого шума

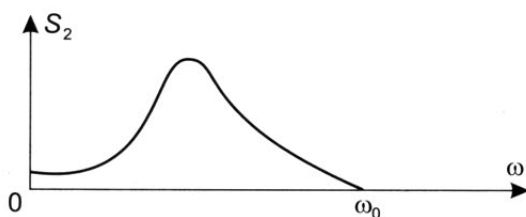


Рис. 2. Унимодальная спектральная плотность

Вариационная задача на минимум среднего квадрата виброперемещений при заданных среднем квадрате вибровоздействий и пиковом значении виброперемещений в момент времени t также приводит к требованию постоянства спектра виброперемещений. Такой сигнал имеет и максимальную виброскорость. Таким образом, виброн нагружение с равномерным спектром приводит к максимуму дисперсии и самой виброскорости и к минимуму среднего квадрата виброперемещения.

При подстановке этих величин в формулу Райса (1) в числителе оказывается максимальное значение из возможных, в знаменателе – минимальное, т.е. максимальное «число циклов» случайного процесса, а значит и минимальная долговечность, реализуются при более широкополосном спектре нагружения. Динамика реального объекта при эксперименте внесет определенную коррекцию, но качественный вывод очевиден: ширина спектра влияет на виброн нагруженность и долговечность (число циклов), и расширение спектра делает режим более опасным.

3. Задачи эксперимента

Для дальнейшего исследования становится естественной постановка задачи. Формирование тяжелейшего режима – это, по сути, задача оптимизации вибровоздействия при заданной мощности. Она сводится к нахождению класса воздействий $p(x,t)$, создающих экстремальные условия нагружения объекта. Математически это выражается соотношением:

$$\text{extr}_{f(x,t)} F[y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^n(x,t), x, t, p(x,t)], \quad (2)$$

при $p(x,t) \in \Phi$,

где F – функционал, характеризующий вибрационное движение объекта; $y(x,t)$ – перемещение точек объекта; x – пространственная координата; t – время; Φ – заданное множество воздействий.

В общем случае задачу (2) решить трудно, но при практической реализации испытаний возникают ограничения на вид воздействия (по мощности, числу гармоник), по координатам

контроля за движением объекта (опасному сечению) и т.д., что позволяет перейти к частным задачам такого типа:

$$\max_{f(x,t)} \dot{y}_{x=u}, t \in T, \quad (3)$$

$$\max_{f(x,t)} D_{y_{x=u}}, t \in T, \quad (4)$$

$$\min_{f(x,t)} t_p, t \in T \text{ при } \frac{1}{T} \int_0^T f^2 dt < C, \quad (5)$$

где t_p – время до разрушения; C – константа.

Таким образом, необходимо найти вибровоздействие, при котором виброскорость (3) или дисперсия виброскорости (4) в сечении $x = u$ за время t будут максимальны, а время до разрушения объекта t_p (5) будет минимально при ограниченной заданной мощности нагружения.

4. Экспериментальное исследование долговечности

Существование тяжелейшего режима вибровоздействия в классе широкополосных сплошных спектров первоначально было выявлено в эксперименте. Однако эксперимент по долговечности со случайным нагружением достаточно сложен и в объеме, представленном в работах [14–16], т.е. на десяти режимах с восемью различными спектрами, в том числе с шестью случайными, в других лабораториях, в том числе зарубежных, проведен до сих пор не был. Поэтому аналогов у представленных результатов пока нет.

Представленный выше результат по свойствам случайного процесса конкретизировал задачу экспериментального исследования: необходимо, изменяя ширину спектра, найти вибровоздействие, при котором виброскорость в заданном сечении будет максимальна, а время до разрушения объекта – минимально. Выбор виброскорости в опасном сечении объекта, а не виброускорения как параметра, характеризующего виброн нагруженность объекта, объясняется пропорциональностью амплитуде этой величины напряжения в материале [17].

Поведение объекта описывается соотношением параметров «входа», измеряемых при виброиспытаниях (ускорение g и виброскорость

v вибростол), и параметров «выхода», характеризующих испытания на усталость (деформация ε и напряжение σ в опасном сечении образца). Методики этих видов испытаний были объединены [18]. Измерялся только полный сигнал с датчиков, никакая схематизация процессов не проводилась. Текущие средние значения параметров и их среднеквадратические значения равны:

$$v_{cp,i} = \frac{1}{T} \int_0^T |v| dt, v_{cp,i}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt,$$

$$\sigma_{cp,i} = \frac{1}{T} \int_0^T |\sigma| dt, \sigma_{cp,i}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma^2 dt,$$

где T – время измерения (15 или 30 с), проводимое постоянно с начала и до завершения испытания; i – номер измерения.

Окончательно средние значения параметров определялись как

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{cp,i}, v_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_{cp,i},$$

где n – количество измерений в ходе испытания.

Кроме того, измерялись такие параметры, как A_{max} и f – амплитуда свободного конца образца и его частота; P – мощность электрического тока, поступающего на катушку вибратора; t_p – время до разрушения образца, которое и было мерилем степени опасности (тяжести) режимов с различными спектрами.

Для измерения деформаций использовался специально разработанный бесконтактный емкостной датчик изгибных деформаций [19], который, в отличие от тензорезистора, при длительном нагружении не изменяет своих метрологических характеристик, не разрушается и не отклеивается. С целью повышения достоверности усталостных испытаний на детерминированных режимах была создана установка «самовозбудитель автоколебательного режима» (САКР), возбуждающая колебания на первых трех собственных частотах объекта с поддержанием постоянного уровня деформации в обратной связи системы по сигналу с емкостного датчика деформаций. Испытания на всех режимах были проведены по единой методике [18], что, пожалуй, впервые позво-

лило сравнивать параметры нагружения на всех спектрах.

Для исследования влияния ширины спектра вибрации Δf на виброн нагруженность (виброскорость) и долговечность консольно закрепленной балки при кинематическом возбуждении проводились испытания при значениях Δf , равных 10; 30; 100; 300 Гц. Ширина спектра описывалась граничными частотами (начальной $f_{1гр}$ и конечной $f_{2гр}$) фильтров, формирующих испытательный спектр из «белого» шума. Средняя частота спектра f_{cp} была равна первой собственной частоте образца $f_1 = 27$ Гц (рис. 3). При этом заметно возбуждался образец на второй и третьей собственных частотах ($f_2 = 175$ Гц, $f_3 = 475$ Гц).

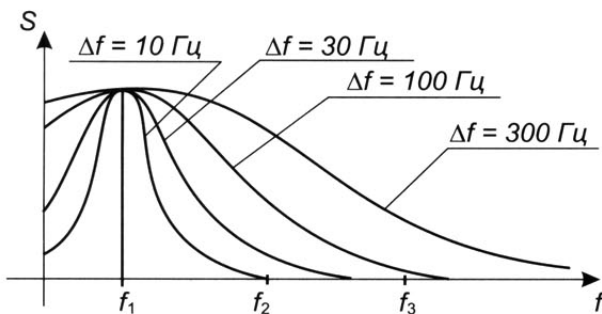


Рис. 3. Сплошные спектры входного вибровоздействия

Для установления степени опасности режимов ШСВ относительно других эксплуатационных нагрузок были также проведены испытания при нагрузках со спектрами (рис. 4): моногармоническом (режимы № 1 и № 9); полигармоническом (режимы № 2 и № 10); случайном узкополосном одномодальном (режим № 3); случайном узкополосном трехмодальном (режим № 4). Режимы ШСВ обозначены номерами №№ 5–8.

Переход от одного режима к другому осуществлялся по принципу расширения спектра. Эксперимент проведен для семи способов расширения спектра:

- 1) в области первой собственной частоты образца (№ 1, 9 и 5);
- 2) с первой на три первые собственные частоты образца (№ 1 и 2, 9 и 10);

3) с области около первой на область около первых трех собственных частот образца (№ 3, 4);

4) с первых трех на область около первых трех собственных частот образца (№ 10 и № 4);

5) с области около первых трех на область, охватывающую первые три собственные частоты образца (№ 4 и № 7);

6) с первых трех на область, охватывающую первые три собственные частоты образца (№ 10 и № 7);

7) расширение сплошного спектра (№ 5–8).

На всех режимах, кроме № 9 и № 10, нагрузка на вибростол поддерживалась заданной (постоянной) – виброскорость и виброускорение, а на режимах № 9 и № 10 – деформация в опасном сечении объекта. На режимах № 1–8 в течение всего процесса нагружения деформация измерялась через определенные промежутки времени.

Исследование долговечности на десяти режимах показало, что расширение спектра вибровоздействия во всех случаях, кроме одного (5-й способ), ведет к уменьшению долговечности объекта испытаний и позволило установить степень опасности режимов при равных значениях σ_{cp} в порядке ее возрастания: гармонические; полигармонические (резонансные детерминированные режимы, формируемые генераторами, более «слабые», чем формируемые системой автоколебательного режима [19]); узкополосные одномодальные; широкополосные со сплошным спектром; узкополосные многомодальные (см. рис. 4). В 5-м способе проявилось известное из практики явление, что энергию при виброиспытаниях целесообразно передавать объекту в области собственных частот. Эти результаты иллюстрируются кривыми усталости (рис. 5).

При построении кривых усталости по оси абсцисс откладывался логарифм времени t_p в минутах, деленных на единицу измерения.

Впервые экспериментально получены «кривые виброн нагруженности» объекта – зависимости времени до разрушения объекта t_p от средней виброскорости v_{cp} в опасном сечении

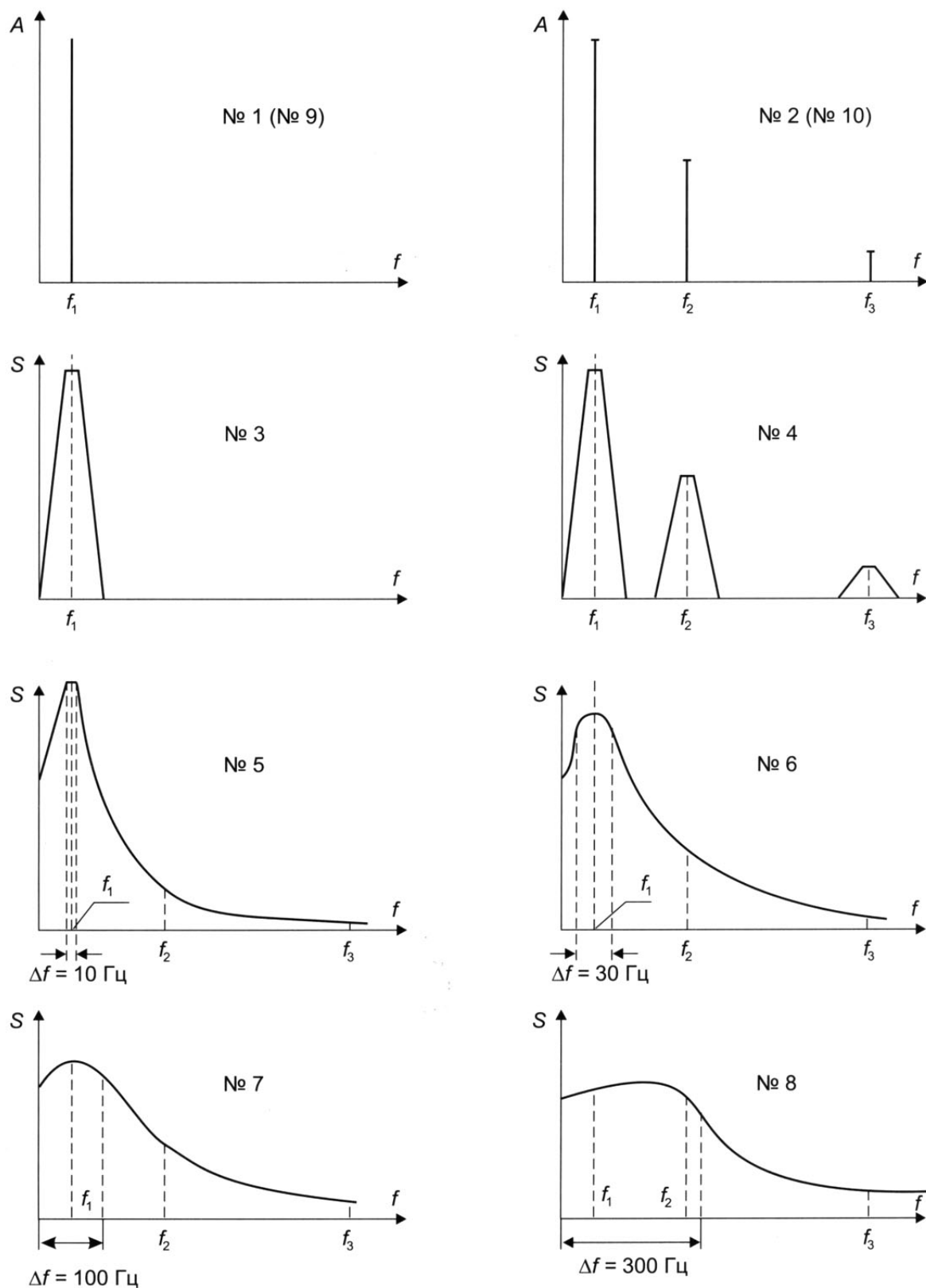


Рис. 4. Амплитудно-частотные спектры испытательных режимов:

A – амплитуда спектра вибровоздействия; f_1, f_2, f_3 – собственные частоты испытываемых образцов;

$S(f)$ – спектральная плотность мощности вибровоздействия;

Δf – ширина спектра формирующих режимы фильтров

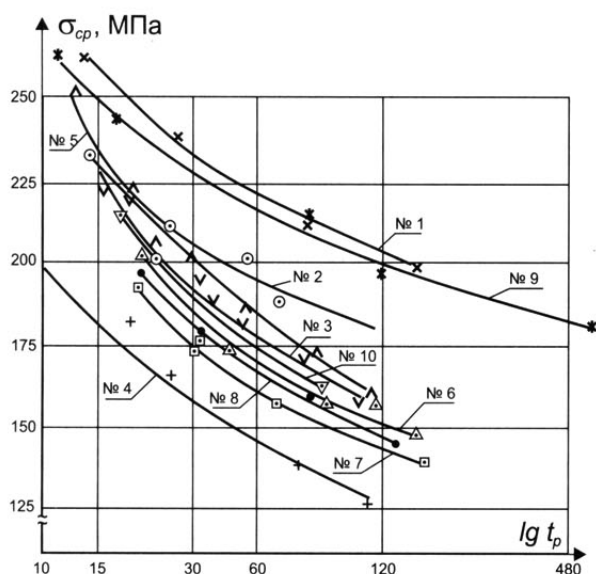


Рис. 5. Кривые усталости десяти испытательных режимов

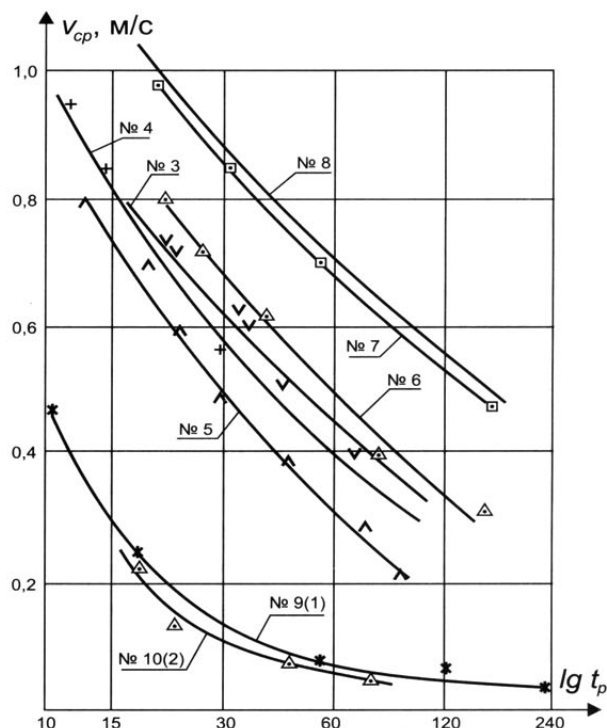


Рис. 6. Зависимости t_p образцов от v_{cp} в опасном сечении балки (кривые «вибронегруженности»)

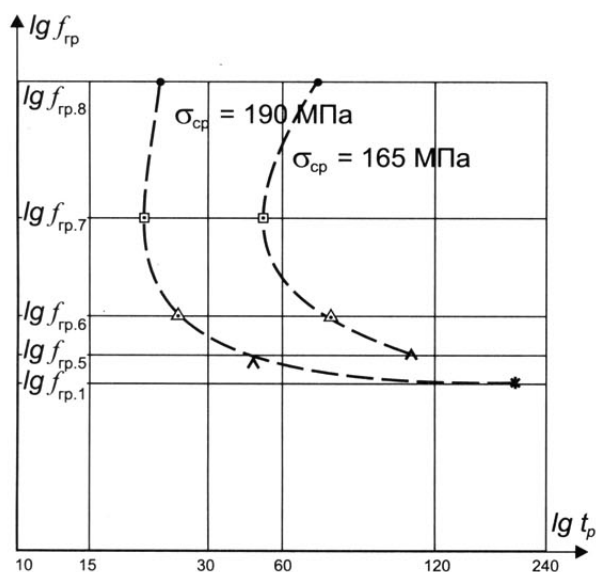


Рис. 7. Зависимость t_p образцов от Δf при постоянном среднем напряжении:

$f_{gp,n}$ – граничная частота спектра n -го режима

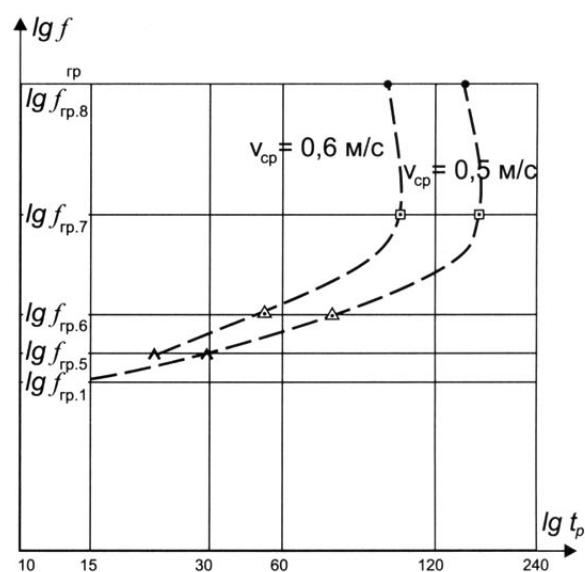


Рис. 8. Зависимость t_p образцов от Δf при постоянной средней виброскорости:

$f_{gp,n}$ – граничная частота спектра n -го режима

объекта (рис. 6), также позволяющие оценивать степень опасности режима от типа его спектра по виброскорости.

Эти кривые позволяют прогнозировать остаточный ресурс конструкции после вибра-

ционных испытаний, если предварительно со «слабыми» элементами конструкции проведены испытания до разрушения. Кривые вибронегруженности в зависимости от типа спектра нагружения расположены в порядке, прак-

тически обратном кривым усталости. Те же зависимости от виброускорения по отношению к кривым усталости имеют несколько другое расположение, что говорит о большей информативности виброскорости, чем виброускорения.

При воздействии на консольную балку ШСВ в эксперименте обнаружено существование экстремумов в зависимостях долговечности t_p при постоянных значениях среднего напряжения σ_{cp} и средней виброскорости v_{cp} (рис. 7 и 8); среднего напряжения σ_{cp} при постоянных значениях средней виброскорости v_{cp} (рис. 9) и средней виброскорости v_{cp} при постоянных значениях среднего напряжения σ_{cp} (рис. 10), инвариантных к ширине спектра Δf . Эта ширина сплошного спектра вибровоздействия названа эффективной шириной спектра $\Delta f^{эф}$ и именно ей соответствует тяжелейший по долговечности режим нагружения среди ШСВ, характеризуемый

минимальной долговечностью при равных напряжениях – режим №7 (см. рис. 5).

Существование экстремумов в экспериментальных зависимостях параметров при одной и той же ширине спектра нагружения объясняется, как и предполагалось, влиянием динамики объекта нагружения. Поэтому условия нагружения надо каким-то образом увязывать с динамикой объекта, чтобы для одинаковых объектов получать одинаковые (или, на начальном этапе, сравнимые) результаты испытаний, проведенных на различном испытательном оборудовании, как это происходит с испытаниями на гармонических режимах. Таким образом, возникает перспектива стандартизации испытательных нагрузок, назначенных с учетом динамики испытываемого объекта. В первую очередь – для образцов материалов, а также для типовых деталей, элементов и узлов машин и приборов (лопаток турбин, панелей телевизио-

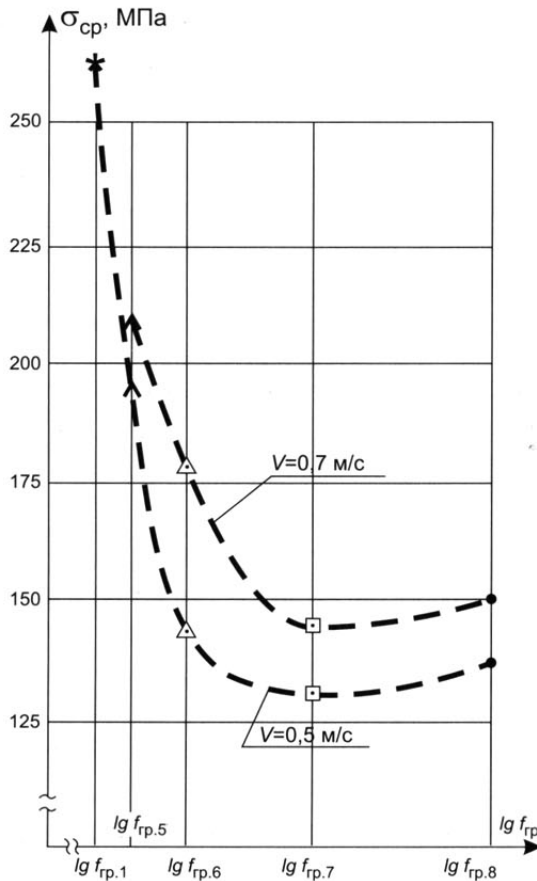


Рис. 9. Зависимость $\sigma_{ср}$ от Δf при постоянной средней виброскорости

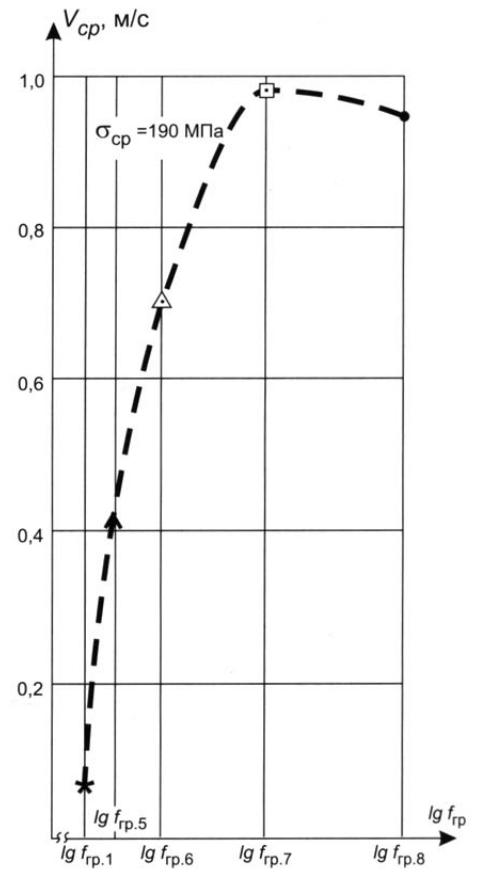


Рис. 10. Зависимость $v_{ср}$ от Δf при постоянном среднем напряжении

ров и т.д.). Через стандартизацию испытательных нагрузок лежит путь к решению проблемы воспроизведения результатов испытаний, проводимых в различных лабораториях.

5. Моделирование случайного вибронегрузения со сплошным широкополосным спектром

Путем численного моделирования были исследованы зависимости среднего квадрата виброскорости $\langle v^2 \rangle$ объекта в опасном сечении при заданном среднем квадрате вибронегрузения $\langle \sigma^2 \rangle$ от ширины спектра вибровоздействия, а также среднего квадрата вибронегрузения при постоянном среднем квадрате виброскорости [20]. Структурная схема имитационного моделирования показана на рис. 11.

В качестве генератора случайного воздействия использовалась стандартная подпрограмма. Для формирования спектра нагружения типа белого шума (рис. 12) применялись фильтры, дающие сигналы со спектрами, показанными на рис. 4. На рис. 12 введены обозначения: $f_{1гр}$ – начальная (нижняя) граничная частота спектра, $f_{2гр}$ – конечная (верхняя) граничная частота спектра, значение которой варьируется в соответствии с выбранным фильтром.

Реальный эксперимент на долговечность проводился на консольно закрепленной на вибростенде балке при кинематическом возбуждении. Вибрационное воздействие на балку пропорционально ускорению стола. Спектр ускоре-

ния вибростол, соответствующий равномерно-му спектру перемещения, показан на рис. 13.

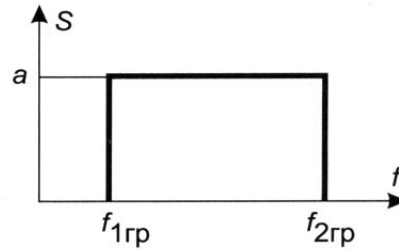


Рис. 12. Спектр перемещения вибростол

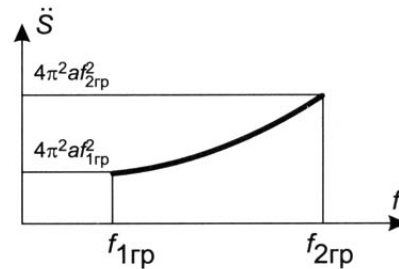


Рис. 13. Спектр ускорения вибростол

Имитационная модель строилась на основе уравнения изгибных колебаний балки

$$m_o \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \alpha \frac{\partial y}{\partial t} = p(x, t) \quad (6)$$

при граничных условиях:

$$y(0, t) = 0; y'(0, t) = 0;$$

$$y'(l, t) = 0; y''(l, t) = 0,$$

где $y(x, t)$ – прогиб балки; x – осевая координата; $m_o = \rho F$ – масса единицы длины балки; ρ – плотность материала балки; F – площадь поперечного сечения; l – длина балки; E – модуль упругости материала балки; I – инерцион-

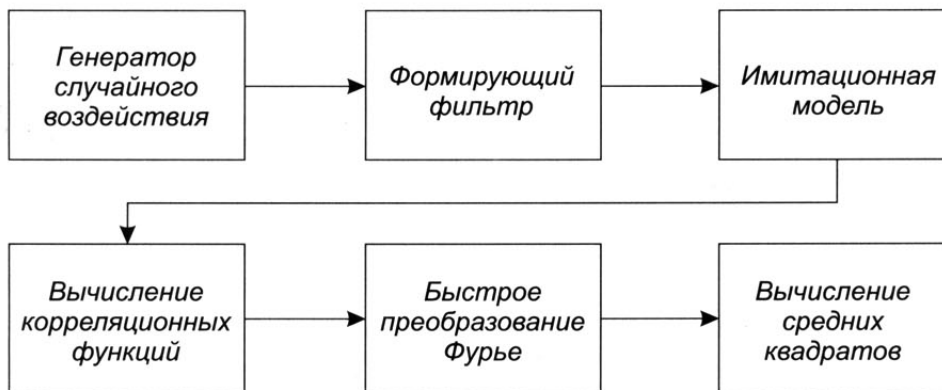


Рис. 11. Структурная схема имитационного моделирования

ный момент сечения; α – коэффициент демпфирования; $p(x, t)$ – внешняя нагрузка.

При кинематическом возбуждении внешняя нагрузка описывается следующим выражением:

$$p(x, t) = -m_0 \ddot{S}(t),$$

где $\ddot{S}(t)$ – ускорение стола вибратора (закрепленного конца балки).

Перейдем от уравнения (6) к безразмерной форме его записи

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{EI}{m_0 l^4} \cdot \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \frac{\alpha}{m_0} \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\ddot{S}}{l}, \quad (7)$$

где $\xi = x/l$, $\eta = y/l$.

$$\eta(\xi, t) = \sum_{k=1}^3 Y_k(\xi) \cdot T_k(t);$$

$$Y_k(\xi) = k_2(\lambda_k \xi) \cdot k_3(\lambda_k \xi) - k_1(\lambda_k \xi) \cdot k_4(\lambda_k \xi);$$

$$\lambda_1 = 1,875; \lambda_2 = 4,694; \lambda_3 = 7,854;$$

$$\begin{cases} \ddot{T}_1 \int_0^1 Y_1^2(\xi) d\xi + \dot{T}_1 \cdot \frac{\alpha}{m_0} \int_0^1 Y_1^2(\xi) d\xi + \frac{EI}{m_0 l^3} \cdot \lambda_1^4 \cdot \int_0^1 Y_1^2(\xi) d\xi = -\frac{\ddot{S}}{l} \int_0^1 Y_1(\xi) d\xi \\ \ddot{T}_2 \int_0^1 Y_2^2(\xi) d\xi + \dot{T}_2 \cdot \frac{\alpha}{m_0} \int_0^1 Y_2^2(\xi) d\xi + \frac{EI}{m_0 l^3} \cdot \lambda_2^4 \cdot \int_0^1 Y_2^2(\xi) d\xi = -\frac{\ddot{S}}{l} \int_0^1 Y_2(\xi) d\xi \\ \ddot{T}_3 \int_0^1 Y_3^2(\xi) d\xi + \dot{T}_3 \cdot \frac{\alpha}{m_0} \int_0^1 Y_3^2(\xi) d\xi + \frac{EI}{m_0 l^3} \cdot \lambda_3^4 \cdot \int_0^1 Y_3^2(\xi) d\xi = -\frac{\ddot{S}}{l} \int_0^1 Y_3(\xi) d\xi, \end{cases} \quad (8)$$

где $k_1, \dots, k_4$ – функции Крылова;

Система (8) численно интегрировалась методом Рунге-Кутты при случайном воздействии $\ddot{S}(t)$, формируемом, как указывалось, генератором случайного сигнала и фильтрами.

В результате получены зависимости среднего квадрата напряжения в функции граничной частоты вибрационного воздействия $f_{2гр}$ (рис. 14) при постоянном среднем квадрате виброскорости

$$\langle \sigma^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma^2 dt; \quad \langle v^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{S}^2 dt = const.$$

Также получена зависимость среднего квадрата виброскорости $\langle v^2 \rangle$ от граничной частоты входного воздействия $f_{2гр}$ при заданном постоянном значении среднего квадрата напряжения $\langle \sigma^2 \rangle = const$ (рис. 15).

На основании метода Галеркина [21] от уравнений (7) осуществлялся переход к системе линейных дифференциальных уравнений.

Было проведено исследование точности моделирования, при этом в качестве эталона использовалось приближение Галеркина, содержащее 16 членов. Результаты исследования показали, что с достаточной точностью можно использовать три члена в приближении Галеркина, что и было принято в дальнейшем. Тогда решение уравнения (7) представлялось в следующем виде:

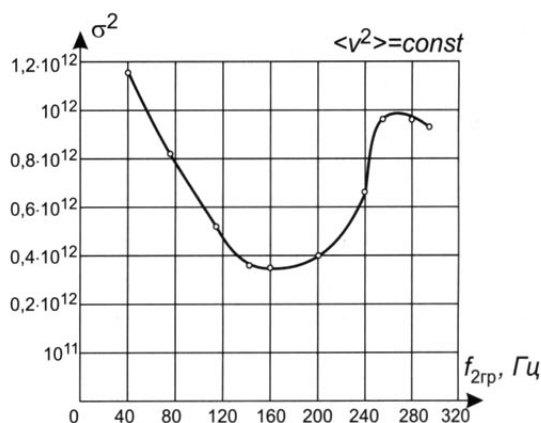


Рис. 14. Зависимость среднеквадратичного значения напряжения от граничной частоты вибрационного воздействия

Полученные зависимости имеют экстремум при граничной частоте $120 \text{ Гц} < f_{2гр} < 160 \text{ Гц}$ (см. рис. 14 и 15). Можно принять $f_{экстр} \approx 140 \text{ Гц}$.

При этом резонансные частоты для модели имеют значения:

$$f_1 = 28 \text{ Гц}, f_2 = 175 \text{ Гц}, f_3 = 485 \text{ Гц}.$$

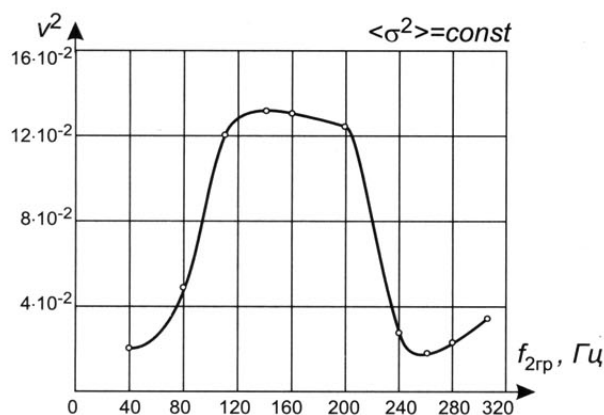


Рис. 15. Зависимость среднеквадратичного значения виброскорости от граничной частоты вибрационного воздействия

Проведенное исследование позволяет считать, что при постоянном среднем квадрате напряжения (виброскорости) балки зависимость среднего квадрата виброскорости (напряжения) от граничной частоты вибровоздействия имеет экстремум, лежащий в области значений между резонансными частотами балки, но значительно ближе к ее n -й собственной частоте.

Полученный при моделировании результат достаточно хорошо согласуется с экспериментом на усталость [14–16], в котором вибровоздействие формировалось третьоктавными фильтрами аппаратуры фирмы RFT со средней частотой $f_{cp} = f_1$ и шириной спектра $\Delta f = 10, 30, 100$ и 300 Гц. Экстремальные значения $\langle v^2 \rangle$ и $\langle \sigma^2 \rangle$ получены для режима с $\Delta f = 100$ Гц, граничная частота $f_{гр}$ которого с учетом пологости характеристики фильтра близка к значению $f_{2гр}$, соответствующему расчетным экстремумам. На режиме с $\Delta f = 100$ Гц и время до разрушения балки было наименьшим, т.е. указанный режим оказался тяжелейшим.

На первых этапах выявления экстремумов в описанных зависимостях не столь важна точность совпадения экспериментальных и расчетных результатов, тем более, что формирование спектра нагружения в этих методах несколько отличалось. Важен сам факт обнаружения и в эксперименте, и в расчете эффективной ши-

рины спектра, которой соответствуют экстремальные параметры нагружения.

Моделирование воздействия широкополосного случайного спектра на консольно закрепленную балку описанным методом проведено в диапазоне шестнадцати первых собственных частот балки; его результаты аналогичны представленным на рис. 14 и 15 и для трех первых собственных частот иллюстрируются на рис. 16–18.

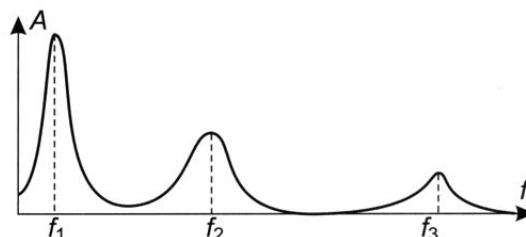


Рис. 16. АЧХ объекта испытаний

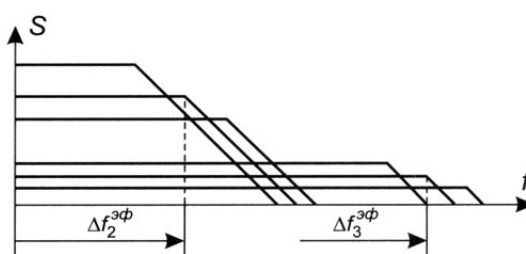


Рис. 17. Спектральная плотность внешнего воздействия

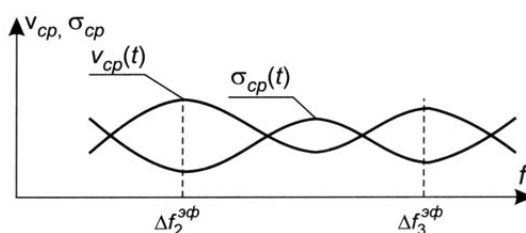


Рис. 18. Параметры реакции объекта испытаний

На рис. 16 дана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) консольной балки в области трех первых собственных частот. На рис. 17 представлены по три спектра равной мощности, несколько отличающихся шириной и, естественно, амплитудой, достаточно интенсивно возбуждающих балку в области первых двух и первых трех собственных частот, сформированные системой управления вибратором в месте закрепления балки. На рис. 18 показаны изменения среднего напряжения и средней виброс-

корости в заделке балки в зависимости от ширины спектра внешнего воздействия. При некоторой ширине этого спектра (для наглядности это средний спектр, рис. 17) виброскорость имеет максимум, а напряжение – минимум. Такая картина повторяется при охвате спектром внешнего вибровоздействия первых двух, трех и т.д. собственных частот балки. Кривые на рис. 18 фактически являются своеобразными аналогами АЧХ балки, характеризующими ее реакцию на изменяющееся по ширине случайное вибронагружение.

Полученный результат можно трактовать, как существование у механических систем «собственных полос спектра» (полос пропускания), в смысле чувствительности к вибровоздействию аналогичных собственным частотам, но проявляющимся при широкополосном случайном вибронагружении.

Поскольку «собственные полосы спектра» (полосы пропускания сигнала) и «эффективная ширина спектра», обнаруженная ранее в эксперименте, имеют идентичные экстремумы средних напряжений (см. рис. 9 и 14) и виброскорости (см. рис. 10 и 15) в зависимости от граничной частоты спектра нагружения, эти термины можно считать эквивалентными, характеризующими одно и то же свойство механической системы. По результатам моделирования обозначению эффективной ширины спек-

тра, которой соответствует тяжелейший по долговечности режим нагружения, можно придать индекс « n » – $\Delta f_n^{\text{эф}}$, где $n \geq 2$ определяет количество учитываемых при колебаниях собственных частот объекта.

Ранее понятие эффективной ширины спектра использовалось для оценки частотного диапазона случайных процессов в радиотехнике [22]. В данной работе это понятие предлагается ввести и для механических систем.

Существование эффективной ширины спектра механической системы [23] можно наглядно пояснить на следующем примере (рис. 19).

На представленных трех графиках для ясности показано различное соотношение амплитуд напряжений в заделке при одновременных колебаниях балки по первому и второму тону, которые наблюдаются при расширении спектра постоянной мощности. Амплитуда напряжений первого тона постепенно уменьшается, а второго – возрастает: $\sigma_1^1 > \sigma_1^2 > \sigma_1^3$ и $\sigma_2^1 < \sigma_2^2 < \sigma_2^3$, где нижний индекс соответствует номеру тона колебаний, а верхний – номеру спектра возбуждения. Естественно, каждое из этих трех соотношений амплитуд напряжений приводит в процессе нагружения к различной долговечности балки. Эффективной ширине спектра как раз соответствует такое соотношение амплитуд напряжений, вибровоздействие с которым приводит к экстремальным парамет-

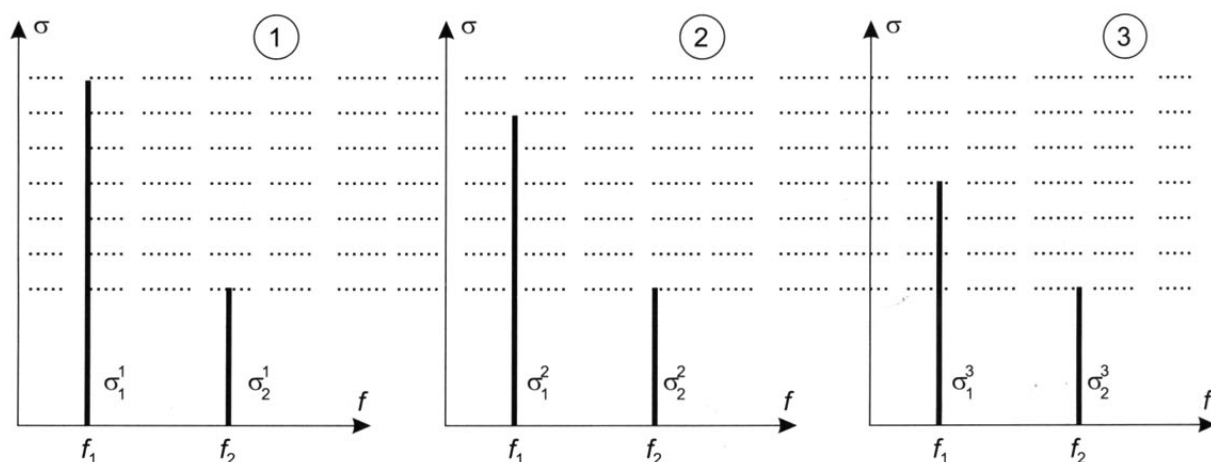


Рис. 19. Соотношения амплитуд в опасном сечении консольной балки при колебаниях по первому и второму тону при расширении спектра вибровоздействия равной мощности

рам нагружения и к минимальной долговечность балки.

Будем считать наиболее опасным соотношение амплитуд напряжений, показанное на среднем графике (см. рис. 19). Для наглядности проведем аналогию между этими рисунками и реальными спектрами нагружения, использованными при испытаниях образцов материала. Тогда первый график будет соответствовать режиму № 6, второй – режиму № 7, а третий – режиму № 8.

Учитывая относительную малость напряжений в заделке балки при колебаниях по второму, третьему и т.д. тонам колебаний относительно величины напряжения на первом тоне, колебания на более высоких тонах, как и вынужденные колебания, можно считать «наложением», и причем весьма опасным, на колебания по первому тону. Необходимо только эти «наложения» учитывать. В работе [1] указывалось, что при прохождении сигнала от датчика деформаций через три третьооктавных фильтра, средние частоты которых равны первым трем собственным частотам образца, значение измеряемого напряжения увеличивается на 10-15% по сравнению с напряжением, измеренным только на собственных частотах образца. Если же измерять полный сигнал от датчика вообще без какой-либо фильтрации, как это и было в нашем эксперименте, напряжение возрастает до 30%, что во много раз снижает долговечность образцов. К тому же в наших испытаниях деформация измерялась в течение всего времени нагружения, что значительно повысило достоверность результатов испытаний.

Полученные результаты исследования, показывающие, что минимальному времени до разрушения образцов материала соответствует инвариантный к ширине спектра случайный режим с максимальной средней виброскоростью (кинетической энергией) и минимальным средним напряжением (потенциальной энергией), не противоречат основным законам механики: закону сохранения энергии, принципу минимума потенциальной энергии, теореме о минимуме полной потенциальной энергии.

6. Использование тяжелейшего режима вибронагружения

Обнаруженное при моделировании свойство механической системы иметь «собственные полосы спектра» (полосы пропускания сигнала) и эквивалентное этому свойству установленное ранее в эксперименте существование тяжелейших по долговечности режимов вибронагружения в классе широкополосных случайных процессов (при эффективной ширине спектра) позволяют решить две важнейшие для практики проблемы [24].

Первая: *воспроизводимость результатов испытаний, стандартизация испытательных режимов и унификация различных видов испытаний*, которая уже была упомянута во «Введении». Использование различных типов испытательной аппаратуры и методик не позволяют сейчас получать близкие (воспроизводимые) результаты в различных лабораториях при широкополосном случайном вибронагружении однотипных объектов. И тем более в экспериментах по долговечности, когда разброс результатов испытаний достаточно велик. Наличие собственных полос спектра механических объектов, определяемых, как и собственные частоты, параметрами объектов, дает возможность назначать стандартные испытательные режимы исходя из свойств объекта, а не из возможностей экспериментальной техники, опыта и квалификации персонала, оценок эксплуатационного нагружения и т.д.

Вторая: *ускоренные испытания*. Этот вид испытаний может быть естественно реализован на тяжелейшем по долговечности режиме нагружения, в отличие от форсирования амплитуды или частоты вибровоздействия, способных сильно изменить характер процесса накопления повреждений по сравнению с этим процессом в эксплуатации.

При методологии формирования испытательных режимов по критерию максимального нагружения (на эффективной ширине спектра) стирается грань между ускоренными и обычными испытаниями. Стандартные испы-

тания будут одновременно и ускоренными испытаниями, т.е. единственными, как и предполагалось в работе [3]. Это позволит существенно сократить не только время испытаний, но и количество видов испытаний (например, для ЖРД – на вибропрочность, контрольно-выборочные, конструкторско-доводочные и др.), т.е. унифицировать их, а, значит, существенно сократить количество методик и объем научно-технической документации, упростить работу персонала.

Использование на испытаниях режимов с эффективной шириной спектра при ограниченной мощности воздействия, что всегда имеет место на практике, дает следующие преимущества:

- 1) возможность создавать более тяжелые условия по вибронагруженности для элементов высоконапряженных конструкций и особенно элементов двигателей;
- 2) экономить ресурс стендов;
- 3) экономить электроэнергию.

Так, тяжелейший по долговечности режим нагружения среди использованных в эксперименте (№ 7), кроме описанных преимуществ перед остальными сплошными широкополосными спектрами, еще и потребляет в 1,5 раза меньше энергии и требует в 1,5 раза меньшей мощности, чем более широкополосный режим № 8.

Существование ряда тяжелейших режимов нагружения в зависимости от количества возбуждаемых собственных частот объекта ($n \geq 2$) позволяет удовлетворить любым техническим условиям (ТУ) при испытаниях по ширине спектра $\Delta f_{\text{ТУ}}$. В тех случаях, когда $f_n^{\text{эф}} < \Delta f_{\text{ТУ}} < \Delta f_{n+1}^{\text{эф}}$, что, как правило, и бывает на практике, достаточно принять $\Delta f_{\text{ТУ}} = \Delta f_n^{\text{эф}}$. Проиллюстрировать такое заключение можно результатами проведенного эксперимента. Если заданный в ТУ на испытания спектр нагружения (например, режим № 8) шире, чем эффективная ширина спектра (режим № 7), то ТУ могут (должны) быть подкорректированы в сторону сужения спектра до ширины спектра на режиме № 7. Это приведет к значительной экономии энергетичес-

ких затрат на испытания и сокращению времени испытаний, так как будет реализован тяжелейший по долговечности режим нагружения. Качественный результат испытаний от такого уменьшения ширины спектра не изменится, так как количество возбуждаемых собственных частот объекта в диапазоне между $\Delta f_n^{\text{эф}}$ и $\Delta f_{n+1}^{\text{эф}}$ постоянно.

Наш опыт экспериментального исследования и моделирования процессов вибронагружения механических систем показывает, что при испытаниях на долговечность и вибропрочность наиболее целесообразно (оптимально) нагружать объект в области, не большей трех первых его собственных частот.

Заключение

Условием аппаратурной реализуемости полученных результатов является, во-первых, возможность определения АЧХ объекта до начала испытаний. Для выбора параметров настройки режима испытаний обратимся к формуле Райса (1), по которой максимальное число пересечений случайным процессом заданного уровня (например, предела усталости материала) пропорционально дисперсии виброскорости процесса и обратно пропорционально дисперсии перемещения процесса. Поскольку изменения дисперсии параметра и самого параметра пропорциональны, можно считать, что полученный в работе экспериментально и моделированием результат полностью согласуется с формулой Райса: тяжелейшему режиму вибронагружения соответствует максимум средней виброскорости (см. рис. 10 и 15) и минимум среднего напряжения (см. рис. 9 и 14), которое для консольной балки пропорционально ее перемещению в опасном сечении.

Наиболее просто эффективная ширина спектра (без эксперимента по усталости) определяется по максимальной средней виброскорости при одинаковом значении среднего напряжения [25]. В настоящее время такое нагружение можно осуществить только «подбо-

ром» режимов. Для оперативного определения эффективной ширины спектра испытываемого объекта на практике нужна новая автоматизированная система управления виброиспытаниями (АСУВ), позволяющая, как и показано на рис. 16–18, осуществлять автоматическое нагружение с одинаковой мощностью и различной шириной спектра, а также с постоянным напряжением (деформацией) и постоянной виброскоростью. Такая АСУВ сейчас разрабатывается. На существующей аппаратуре настройка на тяжелейший режим возможна лишь вручную, подгонкой ширины спектра для получения экстремальных параметров, что чревато существенными ошибками, так как необходимо поддерживать постоянную мощность спектра, а эта характеристика определяется с большой погрешностью, поскольку трудно установить точные границы спектра. Большим препятствием в решении описываемой задачи является отсутствие единицы измерения ширины спектра.

Список литературы

1. Случайные колебания / Под ред. С. Кренделла. – М.: Мир, 1967. – 356 с.
2. Овчинников И.Н. О замене случайного вибрационного воздействия детерминированным режимом нагружения // Вопросы прочности, надежности и механики машин, процессов и изделий текстильной и легкой промышленности: Межвузовский сборник научных трудов. – М.: ВЗМИ, 1987. С. 92–102.
3. Вибрация в технике: Справочник в 6 томах / Под ред. В.Н. Челомея (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. Т.5. Измерения и испытания / Под ред. М.Д. Генкина, 1981. – 496 с.
4. Сидоров В.Д. Ускорение виброиспытаний на надежность // Качество и надежность изделий. 1991. № 2(14). С. 49–72.
5. Овчинников И.Н. Проблемы авиастроения в программе учебно-научного центра «Виброиспытания» // 5-й международный научно-технический симпозиум «Авиационные технологии 21 века». Сборник трудов. Т. 1. 1999. С. 865–872.
6. Кугель Р.В. Ускоренные ресурсные испытания в машиностроении. – М.: Знание, 1968. – 88 с.
7. Овчинников И.Н. Основные проблемы усталостных и вибрационных испытаний при эксплуатационных нагрузках // Вестник машиностроения. 1998. № 11. С. 23–27.
8. Кузьменко В.А., Матохнюк Л.Е., Писаренко Г.Г. и др. Усталостные испытания на высоких частотах нагружения. – Киев: Наукова думка, 1979. – 335 с.
9. Оболенский Е.П., Богданов Б.Ф. Статистический метод определения параметров выносливости при бигармоническом нагружении // Труды ЦАГИ. 1973. Вып. 1450. С. 24–31.
10. Овчинников И.Н. О точности воспроизведения полигармонического режима при усталостных испытаниях // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1985. № 5. С. 25–28.
11. Испытания на воздействие случайной широкополосной вибрации с использованием цифровой системы управления виброиспытаниями. ГОСТ Р 51502-99 (Международный стандарт МЭК 60068-2-64-93).
12. Френкс Л. Теория сигналов. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с.
13. Арутюнов С.К., Овчинников И.Н. О влиянии ширины и формы спектра вибрационного воздействия на виброн нагруженность объектов // Проблемы прочности. 1981. № 2. С. 120–124.
14. Арутюнов С.К., Овчинников И.Н. Экспериментальное исследование влияния ширины и формы спектра вибрационного воздействия на виброн нагруженность и долговечность объектов // Проблемы прочности. 1981. № 8. С. 92–95.
15. Овчинников И.Н. Долговечность образцов из сплава АМг6Б при моно-, полигармоническом и случайном виброн нагружении // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1984. №7. С. 18–20.

16. Арутюнов С.К., Колесников К.С., Овчинников И.Н. Закономерности усталостного разрушения при случайном вибрационном нагружении // *Машиноведение*. 1985. № 1. С. 81–86.
17. Сидоренко М.К. Виброметрия газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1973. – 224 с.
18. Овчинников И.Н. Методика испытаний при сложном вибрационном нагружении // *Заводская лаборатория*. 1986. № 10. С. 69–74.
19. Овчинников И.Н. Емкостной датчик для измерения изгибных деформаций // *Приборы и системы управления*. 1995. № 3. С. 25.
20. Арутюнов С.К., Овчинников И.Н. Моделирование нагружения механических систем широкополосным случайным воздействием // *Сб. трудов международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы надежности технологических, энергетических и транспортных машин»*. – Самара, 2003. М.: Машиностроение. Т.1. С. 45–49.
21. Зарубин В.С., Селиванов В.В. Вариационные и численные методы механики сплошной среды: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ, 1993. – 360 с.
22. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Советское радио, 1969. – 752 с.
23. Овчинников И.Н. Экстремальные параметры нагружения при испытаниях механических систем на широкополосную случайную вибрацию // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2004. № 2. С. 43–46.
24. Ovchinnikov I. N. The usage of the «Transparency frequency bands», of mechanic systems for the standardization of tests to random vibration // *Proceedings of Twelfth International Congress on Sound and Vibration*. – Portugal, Lisbon. 2005. P. 105.
25. Арутюнов С.К., Овчинников И.Н. Способ вибрационных испытаний. А.с. СССР. №1791174 А1 от 30.01.93 // *Б.И.* 1993. № 4.