

УДК 517. 987

# АВТОМАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО РЕПЕРНЫМ ТОЧКАМ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Л.А. Широков, О.Л. Широкова

Предложен беспоисковый алгоритм для автоматического определения оптимальных настроек регуляторов, обеспечивающих переходные процессы по заданным граничным или реперным точкам, например, по динамической ошибке (первой амплитуде), перерегулированию (второй амплитуде) и др. Беспоисковый процесс в алгоритме обеспечивается применением анализа чувствительности для вычисления вектора-градиента настройки. Автоматическая оптимизация по реперным точкам базируется на применении критерия, основанного не на обычной интегральной оценке всего переходного процесса, а на прямой оценке выполнения требований по отдельным реперным точкам. Эта возможность создается на основе анализа чувствительности.

**Ключевые слова:** автоматическая система регулирования, оптимизация, САПР, параметрический синтез, реперные точки, переходный процесс

## Введение

Одним из стратегических направлений современного научно-технического прогресса является более эффективное использование производственных мощностей, сырья, энергетических ресурсов, повышение производительности труда. Широкое использование ЭВМ в условиях ограниченности людских и материальных ресурсов создает возможности для оптимального решения многих задач в самых различных областях человеческой деятельности, что в конечном итоге обеспечивает основной прирост выпускаемой продукции, увеличение национального дохода только за счет интенсификации производства, возрастаания производительности труда. Для этого эффективно внедрение гибких перестраиваемых производств на базе машин и оборудования со встроенными средствами микропроцессорной техники, систем числового программного управления, робототехнических комплексов, систем автоматизированного проектирования, интегрированных автоматизированных систем управления (ИАСУ).

В комплексе функций и задач ИАСУ можно выделить одну из весьма важных выполняемых ими функций – функцию регулирования. Эта функция весьма широко представлена в автоматизированных системах управления технологическими процессами (АСУТП) [1] при реализации различных контуров автоматического регулирования. Учитывая наличие систем автоматизированного проектирования (САПР) в составе ИАСУ, представляется весьма эффективным использование ее при решении задач структурного и параметрического синтеза локальных автоматизированных систем регулирования (ACP). При параметрической оптимизации ACP ряда объектов одной из задач является определение параметров настройки регуляторов, при которых строго выполняются задания по реперным показателям качества переходных процессов регулирования. К ним относятся: динамическая ошибка – первая амплитуда процесса регулирования; перерегулирование; время достижения первого амплитудного значения; время регулирования и др. Требуемые их значения могут задаваться для

различных возможных возмущений, например, ступенчатых возмущающих воздействий.

Такие задачи встречаются при необходимости обеспечения регулирования и управления перемещениями различных рабочих органов механизмов, при которых выполняются требования по граничным точкам их положения. Это характерно для высокопрецизионных систем, робототехнических комплексов, систем числового программного управления, систем, характеризующихся наличием различных ограничений и препятствий. Невыполнение заданных требований к показателям качества переходных процессов регулирования этих объектов может угрожать не только правильному функционированию, но и вообще возможности его осуществления.

Цель статьи – разработка алгоритмического обеспечения на основе анализа чувствительности для автоматической параметрической оптимизации настроек регуляторов, обеспечивающих переходные процессы по заданным граничным или реперным точкам, например, по динамической ошибке (первой амплитуде), перерегулированию (второй амплитуде) и др.

### **Формирование алгоритма оптимизации**

При разработке алгоритма параметрической оптимизации необходимо сформировать критерий оптимальности и обеспечить беспробоисковую реализацию процессов оптимизации.

Для параметрической оптимизации АСР широко применяются интегральные критерии оптимизации. По интегральным критериям определяют настройки регуляторов, минимизирующие определенные оценки площади переходного процесса регулирования [2, 3]. Вместе с тем используются также обобщенные интегральные оценки качества, на базе которых формируются и соответствующие обобщенные интегральные критерии оптимальности. Известны интегральные критерии с весовыми функциями времени в подынтегральных выражениях [4]. Однако их влияние на отдельные показатели качества результирующих процессов носят косвенный характер. В задаче же оптимизации по отдельным показателям качества процессов регулирования требуется создание оценок качества, которые акцентируют именно реперные точки переходных процессов.

Одним из возможных подходов прямого решения задачи формирования заданных ка-

чественных показателей, например, амплитуд переходного процесса регулирования, является формирование алгоритмов оптимизации с применением критериев оптимальности, прямо связанных с этими заданными значениями амплитуд [5]. Его основу составляет оценка качества неинтегрального типа

$$\begin{aligned} I_a &= F(\boldsymbol{\varepsilon}_a(\mathbf{q})), \\ \mathbf{q} &= (q_1, \dots, q_m)' \end{aligned} \quad (1)$$

где  $F$  – выпуклая положительно определенная функция;  $\mathbf{q}$  –  $m$ -мерный вектор настраиваемых параметров регулятора; «штрих» – символ транспонирования;  $\boldsymbol{\varepsilon}_a$  – невязка, определяемая как разность  $k$ -мерного вектора текущих значений амплитуд  $\mathbf{x}_a = (x_{a1}, \dots, x_{ak})'$  процесса регулирования и их требуемых значений, заданных  $k$ -мерным вектором  $\mathbf{x}_{ar} = (x_{ar1}, \dots, x_{ark})$ :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a = \mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{ar}. \quad (2)$$

При использовании выпуклой функции  $F$  в квадратичной форме оценка качества принимает вид

$$I_{a2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \varepsilon_{ai}^2(\mathbf{q}), \quad (3)$$

а при модульной функции  $F$  оценка качества соответственно

$$I_{a1} = \sum_{i=1}^k |\varepsilon_{ai}(\mathbf{q})|. \quad (4)$$

Критерий оптимальности по оценке качества (1) запишется в виде

$$\begin{aligned} I_{a\min} &= \min_q F[\boldsymbol{\varepsilon}_a(\mathbf{x}_a, \mathbf{q})], \\ \mathbf{q} &\in D_q, \end{aligned}$$

где  $D_q$  – область определения вектора параметров настройки автоматической системы регулирования.

Для решения сформулированной задачи будем применять градиентный алгоритм [3]. Для возможности реализации процессов оптимизации беспробоисковым образом применим анализ функций чувствительности [6]. Это создает возможности для прямого вычисления вектора-градиента оптимизации без введения пробных поисковых шагов для анализа динамики оптимизируемой системы и вычисления на этой основе самого вектора-градиента. В результате существенно сокращается время оптимизации и повышается его качество. Применительно к рассматриваемой задаче в случае

оценок качества (3) и (4) соответствующие алгоритмы беспоисковой автоматической параметрической оптимизации с учетом (2) записутся в виде [7]

$$\mathbf{q}[n] = \mathbf{q}[n-1] - \\ - \Gamma \sum_{i=1}^k \xi'_{ai}(t_{ai}, \mathbf{q}[n-1]) \varepsilon_{ai}(t_{ai}, \mathbf{q}[n-1]); \quad (5)$$

и

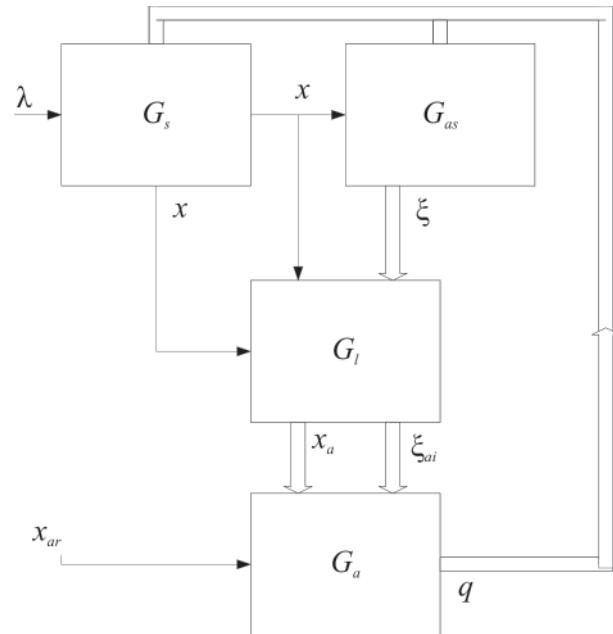
$$\mathbf{q}[n] = \mathbf{q}[n-1] - \\ - \Gamma \sum_{i=1}^k \xi'_{ai}(t_{ai}, \mathbf{q}[n-1]) \operatorname{sign} \varepsilon_{ai}(t_{ai}, \mathbf{q}[n-1]); \quad (6)$$

$$\xi_{aij} = \partial x_{ai} / \partial q_j,$$

где  $\xi_{ai} = (\xi_{ai1}, \dots, \xi_{aim})$  –  $m$ -мерные векторы частных производных амплитудных значений  $x_{ai}$  ( $i = 1,..,k$ ) по параметрам  $q_j$ , являющиеся векторами мгновенных значений функций чувствительности  $\xi(t) = (\xi_1(t), \dots, \xi_m(t))'$  в моменты времени  $t_{ai}$ , в которые имеют место амплитудные значения переходного процесса регулирования  $x(t)$ .

Значения  $\xi_{aij}$  наиболее удобно определять по соответствующим функциям чувствительности  $\xi_j(t)$ , фиксируя и запоминая эти значения в моменты времени  $t_{ai}$ . Функции чувствительности будем определять с помощью модели чувствительности [5].

В целом, структура системы автоматической параметрической оптимизации алгоритма по амплитудному критерию оптимальности изображена на рис. 1, где  $G_s$  – оператор АСР;  $G_{as}$  – анализатор функций чувствительности, определяющий вектор функций чувствительности  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_m)'$ ;  $G_l$  – блок логики, который на основании анализа изменения знака сигнала  $x(t)$  оптимизируемой системы определяет моменты времени  $t_{ai}$ , в которые выходной сигнал  $x(t)$  принимает амплитудные значения  $x_{ai}$  и выдает в вычислитель настройки  $G_a$  амплитудные значения  $x_{ai}$  и значения векторов функций чувствительности  $\xi_{ai}$ . В вычислителе  $G_a$  амплитудные значения  $x_{ai}$  сравниваются с заданными значениями  $x_{ar}$ , и вычисляется вектор параметров настройки регулятора  $\mathbf{q}$  по алгоритму (5) или (6). Вычисленные значения  $\mathbf{q}$  устанавливаются в  $G_s$  и  $G_{as}$ . Процесс оптимизации происходит при ступенчатом входном возмущающем воздействии  $\lambda$ , соответствующего максимально возможному во время эксплуатации разрабатываемой АСР или некоторому заданному значению.



**Рис. 1. Структура системы автоматической параметрической оптимизации**

#### **Пример применения амплитудного критерия оптимальности в алгоритме автоматической параметрической оптимизации**

Рассмотрим автоматическую параметрическую оптимизацию линейных систем регулирования по реперным точкам переходных процессов для случая оптимизации системы с пропорционально-интегральным регулятором, описываемым системой дифференциальных уравнений третьего порядка с транспортным запаздыванием:

$$\frac{a_3 d^3 x(t)}{dt^3} + \frac{a_2 d^2 x(t)}{dt^2} + \\ + \frac{a_1 dx(t)}{dt} + x(t) = ke(t - \tau); \quad (7)$$

$$e(t) = \lambda(t) - u(t); \quad (8)$$

$$u(t) = q_1 \int_0^t x(t) dt + q_2 x(t) \quad (9)$$

при нулевых начальных условиях.

Здесь  $a_i$  ( $i = 1,2,3$ ) – параметры объекта автоматического регулирования технологического производственного процесса;  $k$  – коэффициент передачи объекта автоматического регулирования;  $\tau$  – время транспортного запаздывания объекта регулирования по каналу входного управляющего воздействия  $u$ ;  $\lambda$  – внешний входной сигнал на объект регулирования.

вания;  $q_1$  – параметр настройки интегральной части пропорционально-интегрального закона регулирования;  $q_2$  – параметр настройки пропорциональной части пропорционально-интегрального закона регулирования.

При автоматической параметрической оптимизации требуется определить значения параметров регулятора  $q_1$  и  $q_2$ , обеспечивающие в переходном процессе регулирования  $x(t)$  при единичном ступенчатом входном воздействии  $\lambda(t)$  заданные значения по реперным точкам переходного процесса регулирования. Это означает, что траектории положения рабочего органа какого-либо механизма не могут переходить за какие-либо допустимые границы. Соответствующие заданные значения приведены в табл. 1 для двух различных заданий.

В таблице 1 параметр  $x(\infty)$  – установившееся значение выходной величины объекта автоматического регулирования при нулевых настройках регулятора, которое равно 100%.

В задании 1 допускается перерегулирование переходного процесса, т.е. переход в зону отрицательных значений параметра со значением 5% от  $x(\infty)$ . Это означает, что в процессе движения рабочий орган не должен переходить уровни, отображаемый на рис. 2 линией абсциссы, больше чем на 5% от  $x(\infty)$ .

В задании 2 требуется в процессе автоматического регулирования недопущение перерегу-

лирования переходного процесса, т.е. перехода рабочего органа в область ниже допустимого уровня. Это означает, что величина перемещения не должна быть менее 0% от  $x(\infty)$ .

В соответствии с блок-схемой на рис. 1 при реализации алгоритма АПО (5) в рассматриваемом случае в анализаторе чувствительности должны быть получены и зафиксированы значения  $\frac{\partial x_{ai}}{\partial q_j}$ , являющиеся значениями функций чувствительности в моменты времени  $t_{ai}$  ( $i = 1, 2$ )

$$\xi_i(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial q_j}. \quad (10)$$

Здесь  $j = 1, 2$  – номер параметров настройки пропорционально-интегрального регулятора соответственно по интегральной и пропорциональной составляющим.

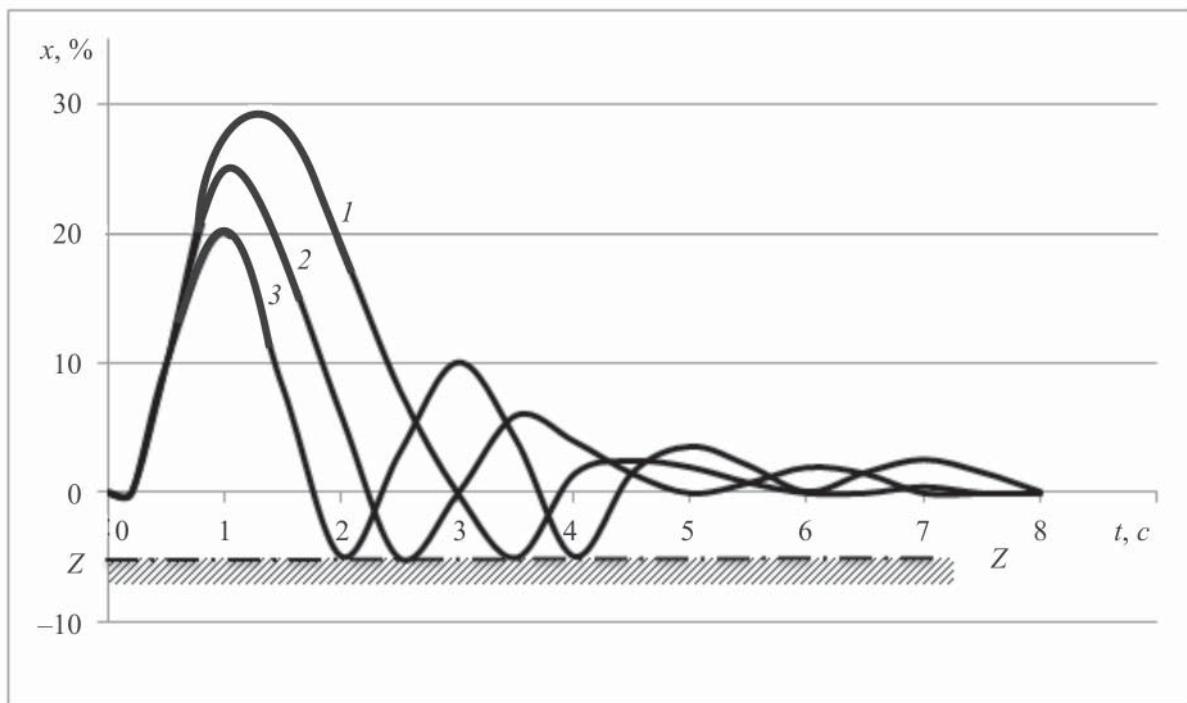
В блок-схеме (см. рис. 1) реализации алгоритма автоматической параметрической оптимизации по амплитудному критерию оптимальности на выходе блока логики  $G_l$  образуются сигналы  $\xi_{aij}, x_{ai}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2$ ), на основании которых в блоке  $G_a$  вычисляются параметры настройки пропорционально-интегрального регулятора  $q_1$  и  $q_2$ , оптимизирующие систему регулирования по амплитудному критерию.

В результате автоматической оптимизации по заданию 1 из табл. 1 получены переходные процессы, которые приведены на рис. 2.

Таблица 1

## Заданные значения по реперным точкам переходного процесса регулирования

Реперные точки переходного процесса регулирования	Заданные значения амплитуд		
Задание 1			
Первая амплитуда (динамическая ошибка), $x_{ar1}$	30% от $x(\infty)$	25% от $x(\infty)$	20% от $x(\infty)$
Вторая амплитуда (перерегулирование), $x_{ar2}$	5% от $x(\infty)$	5% от $x(\infty)$	5% от $x(\infty)$
Задание 2			
Первая амплитуда (динамическая ошибка), $x_{ar1}$	30% от $x(\infty)$	25% от $x(\infty)$	20% от $x(\infty)$
Вторая амплитуда (перерегулирование), $x_{ar2}$	0% от $x(\infty)$	0% от $x(\infty)$	0% от $x(\infty)$



**Рис. 2. Переходные процессы (1, 2, 3) по заданию 1 (табл. 1)**

На рисунке 2 переходный процесс 1 соответствует заданию 30% от  $x(\infty)$  при перерегулировании 5% от  $x(\infty)$ . Переходный процесс 2 соответствует заданию 25% от  $x(\infty)$  при перерегулировании также 5% от  $x(\infty)$  и переходный процесс 3 соответствует заданию 20% от  $x(\infty)$  при перерегулировании 5% от  $x(\infty)$  из табл. 1. Это означает, что исходные требования к реперным значениям переходных процессов допускают различные значения первой амплитуды, но вторая амплитуда – перерегулирование для всех трех случаев должна быть неизменной, т.е. 5% от  $x(\infty)$ . По кривым 1–3 можно видеть, что получаемые по окончании оптимизации переходные процессы регулирования удовлетворяют заданным значениям реперных точек – динамической ошибке, которая преднамеренно оставлена на прежних значениях, т.е. 20%, 25% и 30%, но перерегулирование переходного процесса автоматической системы регулирования задано нулевым, т.е. 0%.

Переходные процессы, которые получены в результате автоматической параметрической оптимизации по заданию 2 из табл. 1, приведены на рис. 3. Здесь переходный процесс 1 соответствует заданию 30% от  $x(\infty)$ , переходный процесс 2 соответствует заданию 25% от  $x(\infty)$  и переходный процесс 3 соответствует заданию

20% от  $x(\infty)$  из табл. 1. Однако требуемое значение перерегулирования имеет нулевое значение.

Из кривых 1–3 на рис. 3 можно видеть, что получаемые по окончании оптимизации переходные процессы регулирования удовлетворяют заданиям по значениям реперных точек – динамической ошибке, которая преднамеренно оставлена на прежних значениях, т.е. 20%, 25% и 30%, но перерегулирование переходного процесса автоматической системы регулирования задано нулевым, т.е. 0%.

Действительно, нижние части процессов 1–3 не пересекают граничной линии, которой в этом случае является ось абсцисс. Для выделения области недопустимых значений выполнена штриховка ниже оси абсцисс. Отметим, что принятие в обоих случаях идентичных заданий для требуемых значений динамической ошибки (первой амплитуды) при различных заданиях по перерегулированию и их точное выполнение в результате работы алгоритма оптимизации подчеркивает эффективность разработанного алгоритма.

Рассмотренные примеры позволяют заключить, что применение амплитудного критерия при АПО обеспечивает получение переходных процессов, удовлетворяющих предъявляемым требованиям. Использование амплитудного критерия позволяет существенно сократить

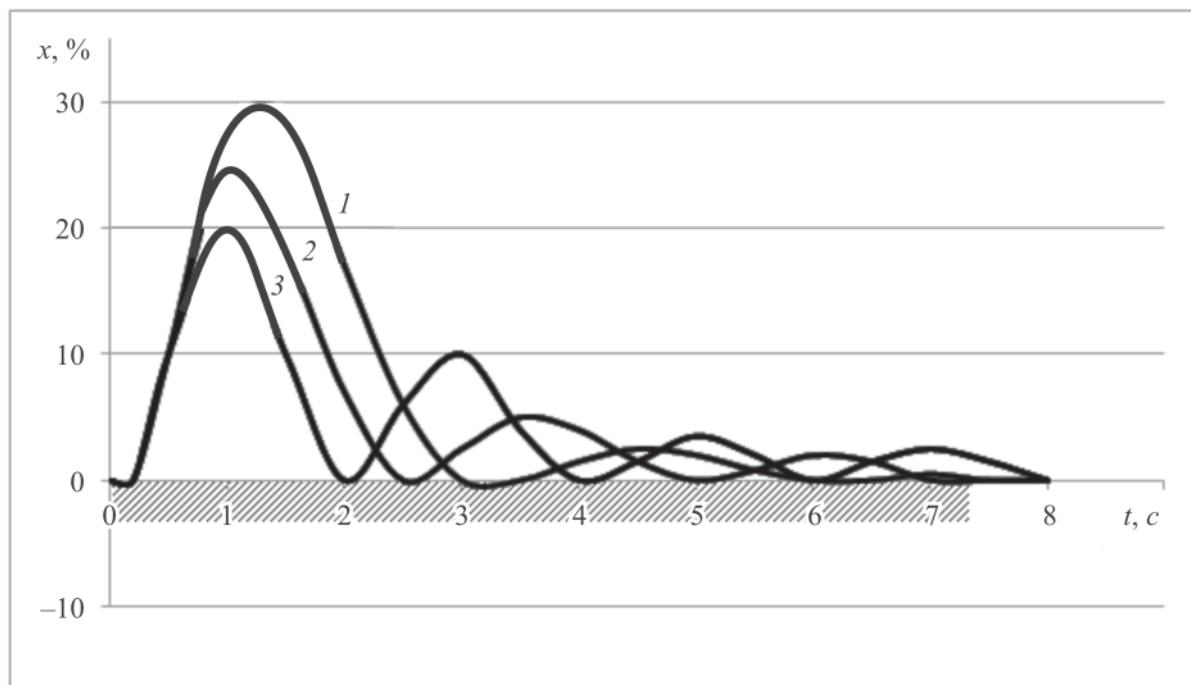


Рис. 3. Переходные процессы (1, 2, 3) по заданию 2 (табл. 1)

время оптимизации, которое многократно меньше, чем в случае применения интегральных критериев. Это объясняется тем, что при амплитудном критерии для определения градиента в каждом цикле достаточно иметь интервал времени до первого минимума переходного процесса регулирования, тогда как при интегральных критериях требуется полное наблюдение и расчеты по всему переходному процессу в системе автоматического регулирования заданного производственного процесса.

Применение амплитудного критерия может быть расширено и для других заданий по реперным значениям процессов регулирования. Здесь можно отметить возможность рассмотрения большего числа амплитуд переходного процесса, возможность учета, например, времени достижения соответствующих амплитудных значений процесса регулирования, а также времени затухания переходного процесса в целом и т.п.

К недостаткам амплитудного критерия можно отнести то, что его нельзя применить прямо в тех случаях, когда в переходном процессе системы первый максимум и первый минимум не характеризуют динамическую ошибку и перерегулирование. В таких случаях следует ожидать появления ложных минимумов, когда при нулевых значениях вектор-градиентов настройки не выполняются

заданные условия по требуемым значениям. Однако в АСР производственных процессов, аппроксимируемых последовательно соединенными апериодическими звеньями с чистым запаздыванием, такие переходные процессы не встречаются. В связи с этим амплитудный критерий практически применим для автоматизации параметрического проектирования линейных АСР промышленных технологических процессов.

### **Заключение**

В статье рассмотрено построение градиентного алгоритма для беспоисковой оптимизации параметров настройки систем регулирования, при которых обеспечиваются переходные процессы, точно выполняющие задания по реперным точкам, например, амплитудам процессов – динамической ошибке (первой амплитуде процесса), перерегулированию (второй амплитуде процесса), а также обеспечивается выполнение ограничений по областям допустимых перемещений, например, рабочих органов различных механизмов. Для выполнения заданий в реперных точках использован амплитудный критерий. В отличие от интегральных, амплитудный критерий оценивает ошибки по заданиям конкретно в локальных точках процессов. В алгоритме применен анализ чувствительности динамических систем. Это позволило

реализовать беспоисковые процессы автоматической параметрической оптимизации систем регулирования производственных процессов. Рассмотренные примеры иллюстрируют эффективность функционирования алгоритмов оптимизации.

### **Список литературы**

1. Несторов. А.Л. Проектирование АСУТП. – Издательство: ДЕАН, 2006. – 544 с.
2. Банди Б. Методы оптимизации. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
3. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с.
4. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. – М.: Радио и связь, 1992. – 504 с.
5. Широков Л.А., Кокотович П.В. О применении амплитудного критерия качества для автоматического определения оптимальных параметров регуляторов // Электромеханика. 1968. № 6. С. 653–660.
6. Широков Л.А. Синтез компактов чувствительности для автоматизации параметрического проектирования линейных систем регулирования // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 3. С. 22–29.
7. Широков Л.А., Широкова О.Л. Формирование алгоритмов оптимизации систем регулирования по минимизации расходов производственных ресурсов // Машиностроение и инженерное образование. 2012. № 4. С. 24–27.

*Материал поступил в редакцию 14.07.14*

**ШИРОКОВ**  
**Лев Алексеевич**

E-mail: [eduarlev@gmail.com](mailto:eduarlev@gmail.com)  
Тел.: 8 (962) 964-36-48

Доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматики и управления в технических системах» МГИУ. Академик Международной академии информатизации, член-корреспондент Российской академии естественных наук, Изобретатель СССР. Сфера научных интересов: теория систем и системного анализа, оптимального управления, САПР, информационных технологий, интегрированных АСУ. Автор трех монографий и более 150 научных статей.

**ШИРОКОВА**  
**Ольга Львовна**

E-mail: [ol.shirokova@gmail.com](mailto:ol.shirokova@gmail.com)  
Тел.: 8 (903) 135-47-61

Кандидат экономических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики НИУ МГСУ. Сфера научных интересов: информационные технологии и системы, методы оптимизации, математические методы в экономике, автоматические системы контроля и управления. Автор 30 научных трудов.