

УДК 531.8, 534, 534.05

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ «РОТОР С ЛАБИРИНТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ – ГИБКИЙ СТАТОР»

Ф.Б. Андреев, А.М. Гуськов, Ф. Туверез, Л. Блан

Рассматривается модель роторной системы в виде диска с лопатками и гибкого статора, с лабиринтным уплотнением, установленном на концах лезвия лопаток. Взаимодействие между вращающимся ротором и статором осуществляется через газовый поток в сквозном лабиринтном уплотнении. Исследуется устойчивость стационарного движения связанной системы «ротор-лабиринтное уплотнение-статор». Показана потеря устойчивости стационарного движения в системе при наличии лабиринтного уплотнения. Предложенная модель обеспечивает новый подход к моделированию роторных систем с лабиринтным уплотнением, в которых статор смоделирован в качестве гибкого тела, а ротор – диском с лопатками.

Ключевые слова: лабиринтное уплотнение, динамика роторов, устойчивость движения роторов

Введение

В научной литературе, посвященной анализу динамики роторных систем с лабиринтными уплотнениями и устойчивости их движения, в подавляющем большинстве случаев учитывается влияние лабиринтных уплотнений, установленных непосредственно на валу ротора [1]. Вместе с тем в ряде конструкций газотурбинных двигателей лабиринтные уплотнения между ротором и статором устанавливаются на концах лезвий лопаток (рис. 1). Очевидно, что для подобных конструктивных решений также необходимо исследование динамики и устойчивости движения роторных систем. Тем не менее, до настоящего времени отсутствуют достоверные данные о влиянии лабиринтных уплотнений, установленных на лезвиях лопаток, на устойчивость вращения ротора внутри статора.

В работе [2] была предложена модель жесткого ротора с лабиринтным уплотнением, установленном на концах лезвий лопаток, и определены динамические коэффициенты, используемые при моделировании динамики

рассматриваемой системы. Отмечалось, что данная модель может быть также использована для анализа устойчивости движения и в более сложных случаях взаимодействия ротора со статором, в частности, для систем с упругим статором и лабиринтным уплотнением на концах лопаток.

Основной целью работы является выявление и описание влияния лабиринтного уплотнения на лопатках на устойчивость движения роторной системы при определенных формах изгибных колебаний статора [3].



Рис. 1. Лопатка с лабиринтным уплотнением

Модель роторной системы

Рассмотрим жесткий ротор в виде диска с лопатками и лабиринтными уплотнениями, установленными на их концах, вращающийся внутри кольцевого гибкого статора (рис. 2).

Силы, индуцированные газовым потоком, в отличие от [2], где они входили в динамические коэффициенты, являются внешними нагрузками, действующими на систему, состоящую из ротора и статора, соединенных посредством лабиринтного уплотнения.

Расчетная схема ротора в виде диска с лопатками представлена на рис. 3. Диск рассматривается как абсолютно твердое тело, центр масс которого совмещен с его геометрическим центром. Лопатки считаются жесткими и соединены с диском торсионными пружинами жесткости k_a (см. рис. 3). Лопатка моделируется стержнем длиной L_x в радиальном направлении и поперечными размерами L_y (ширина) вдоль оси диска и h (толщина) в тангенциальном направлении. Связь между соседними лопатками осуществляется с помощью линейных пружин жесткости k_t , размещенными между ними. Таким образом имитируются упругие свойства диска и лопаток в реальных конструкциях турбодвигателей летательных аппаратов (см. рис. 1 и 2).

Для описания относительного движения рассматриваемых элементов системы будем использовать ортогональную систему координат, жестко связанную с вращающимся диском, начало которой находится в его центре масс.

Изгибные колебания j -ой лопатки относительно ее недеформированного состояния на диске описываются уравнением



Рис. 2. Диск с лопатками и лабиринтным уплотнением турбокомпрессора LOX двигателя «Вулкан 2» производства Fiat–Volvo

$$M_r \ddot{w}_j + C_r \dot{w}_j + (k_a + 2k_t)w_j - k_t(w_{j-1} + w_{j+1}) = F_j, \quad (1)$$

где M_r , C_r – масса и приведенный коэффициент демпфирования лопатки; w_j – тангенциальное перемещение конца j -ой лопатки; F_j – газодинамические силы, действующие на j -ую лопатку со стороны лабиринта.

Модель статора

В реальных конструкциях роторных систем, особенно в облегченных двигателях летательных аппаратов, под действием газодинамических сил в уплотнениях возможно возбуждение упругих колебаний статора. С целью учета этих колебаний в настоящей работе статор моделируется гибким кольцом с нерастяжимой осью, что позволяет исследовать устойчивость связанной роторной системы со сложным дви-

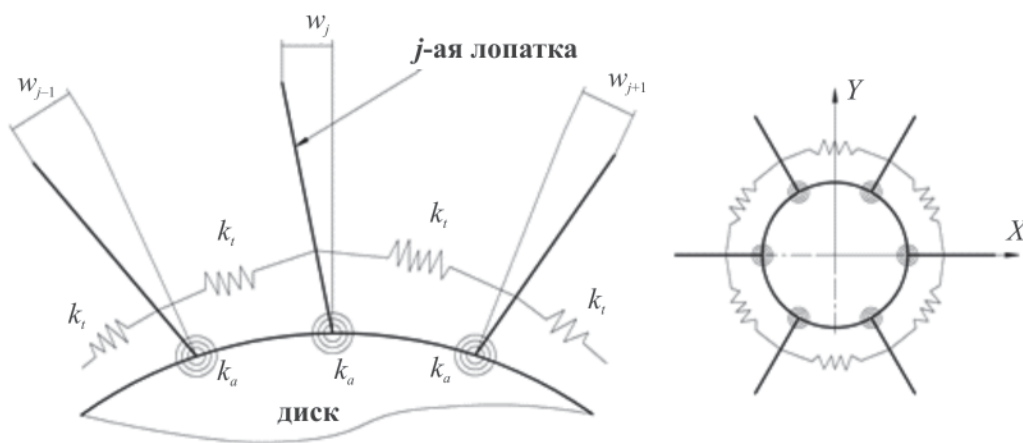


Рис. 3. Модель диска с лопатками

жением центра масс статора и различными формами его колебаний.

Как и в случае жесткого статора [2], предполагается, что количество гармоник, используемых для описания колебаний гибкого кольца, остается таким же, как и для распределения давления и окружных скоростей газового потока в уплотнении. Тангенциальное перемещение $v(t, \varphi)$ кольца в зависимости от угловой координаты φ описывается следующим выражением:

$$v(t, \varphi) = \sum_{i=2}^{N_d} (A_i(t) \cos(i\varphi) + B_i(t) \sin(i\varphi)), \quad (2)$$

$$N_d \in N, N_d \geq 2,$$

где $A_i(t)$ и $B_i(t)$ – амплитуды перемещений, зависящие от времени и номера формы колебаний; i – номер текущей формы колебаний; N_d – конечное число учитываемых форм колебаний.

С учетом нерастяжимости оси кольца связь между тангенциальными $v(t, \varphi)$ и радиальными $u(t, \varphi)$ перемещениями имеет вид:

$$u(t, \varphi) = \frac{\partial v(t, \varphi)}{\partial \varphi}.$$

Кинетическая $T_{(s)}$ и потенциальная $\Pi_{(s)}$ энергии статора могут быть записаны следующим образом:

$$T_{(s)} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \rho S_{(s)} [\dot{u}(\varphi, t)^2 + \dot{v}(\varphi, t)^2] R_{(s)} d\varphi, \quad (3)$$

$$\Pi_{(s)} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{EI_{(s)}}{R_{(s)}^3} \left[\frac{\partial u}{\partial \varphi}(\varphi, t) + u(\varphi, t) \right]^2 d\varphi,$$

где $I_{(s)}$ и $S_{(s)}$ – полярный момент инерции и площадь поперечного сечения статора соответственно; ρ , E – плотность и модуль Юнга материала статора соответственно; $R_{(s)}$ – средний радиус статора.

Модель лабиринтного уплотнения

Для учета влияния газодинамических сил в лабиринтном уплотнении рассматриваемой системы необходима модификация модели, предложенной ранее в [4]. Представим лопатки в виде сектора круга с зазором между ними (рис. 4). Геометрия j -ой лопатки задается двумя направляющими углами – φ_{j1} и φ_{j2} . Как уже отмечалось выше, учитывается только тангенциальное перемещение конца лопатки $w_j(t)$, вызванное ее колебаниями как твердого тела относительно точки закрепления.



Рис. 4. Модель диска с лопатками и лабиринтным уплотнением

Для рассматриваемой задачи радиальный зазор $g_i^{(1)}(t, \varphi)$ между концами лопаток и статором должен быть определен в зависимости от угла φ с учетом движения статора как жесткого целого с компонентами U и V :

$$g_i^{(1)}(t, \varphi) = g_i^{(0)} - U(t) \cos \varphi - V(t) \sin \varphi + u(t, \varphi), \quad (4)$$

где $g_i^{(0)}$ – начальный зазор между ротором и статором напротив i -ой лопатки.

Исходя из ранее сделанного предположения о форме выражения, описывающего радиальный зазор, распределения давления и скорости можно записать в следующем виде соответственно:

$$P_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{N_d} P_{jci}(t) \cos(j\varphi) + P_{jsi}(t) \sin(j\varphi), \quad (5)$$

$$V_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{N_d} V_{jci}(t) \cos(j\varphi) + V_{jsi}(t) \sin(j\varphi),$$

где $P_{jsi, jci}$ и $V_{jsi, jci}$ – коэффициенты разложения по формам колебаний давления и окружной скорости в первом приближении соответственно.

Уравнения непрерывности и равновесия моментов первого порядка, полученные в работе [2], имеют вид:

$$G_{li} \frac{\partial P_i^{(1)}}{\partial t} + G_{li} \frac{V_i^{(0)}}{R_{(s)}} \frac{\partial P_i^{(1)}}{\partial \varphi} + G_{li} \frac{P_i^{(0)}}{R_{(s)}} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} + G_{3i} P_i^{(1)} + G_{4i} P_{i-1}^{(1)} + G_{5i} P_{i+1}^{(1)} = -G_{2i} \frac{\partial g_i^{(1)}}{\partial t} - G_{2i} \frac{V_i^{(0)}}{R_{(s)}} \frac{\partial g_i^{(1)}}{\partial \varphi}, \quad (6)$$

$$X_{li} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} + X_{li} \frac{V_i^{(0)}}{R_{(s)}} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \varphi} + X_{li} \frac{A_i^{(0)}}{R_{(s)}} \frac{\partial P_i^{(1)}}{\partial \varphi} + X_{2i} V_i^{(1)} - \dot{m}^{(0)} V_{i-1}^{(1)} + X_{3i} P_i^{(1)} + X_{4i} P_{i-1}^{(1)} = X_{5i} g_i^{(1)},$$

где $P_i^{(0)}$, $V_i^{(0)}$ – давление и окружная скорость в нулевом приближении в i -ой полости; $A_i^{(0)}$ – площадь поперечного сечения полости; $\dot{m}^{(0)}$ – массовый расход газа в i -ой полости.

Коэффициенты G_{ji} и X_{ji} являются либо константами, либо переменными нулевого порядка.

Подставляя выражение (4) и выражение (5) в определяющие уравнения первого приближения для возмущенного движения (6) и группируя слагаемые при синусах и косинусах, можно исключить зависимость зазора от времени и от угла φ . Таким образом, можно получить систему из $4N_d$ уравнений, описывающих динамику газового потока для каждой полости лабиринтного уплотнения конца лопатки и статора.

В матричной форме эта система уравнений записывается в виде

$$\mathbf{B} \mathbf{q} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}_{\text{der}} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{A} \mathbf{X}, \quad (7)$$

где $\mathbf{q}$ – вектор координатных функций полной системы, состоящий из соответствующих функций перемещений статора $U(t)$, $V(t)$, $A_i(t)$, $B_i(t)$ и ротора $w_j(t)$; $\mathbf{X}$ – вектор, состоящий из координатных функций амплитуд давлений (P_{jci} , P_{jsi}) и скоростей (V_{jci} , V_{jsi}) в лабиринтном уплотнении; $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ – матрицы констант или переменных нулевого приближения; $\mathbf{A}$ – трехдиагональная матрица констант или переменных нулевого приближения; $\mathbf{A}_{\text{der}}$ – диагональная матрица констант или переменных нулевого приближения; буквой с точкой обозначается вектор производных по времени от соответствующих координатных функций.

Уравнения связанной системы

Принцип Гамильтона позволяет записать уравнения Лагранжа 2-го рода для рассматриваемой задачи. Используя энергетический подход, получим полную систему уравнений, характеризующих динамику системы, в матричном виде:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F}, \quad (8)$$

где $\mathbf{M}$ – матрица масс; $\mathbf{F}$ – вектор внешних сил от газового потока в лабиринтном уплотнении; $\mathbf{K}$ – матрица жесткости; $\mathbf{D}$ – матрица демпфирования, коэффициенты которой пропорциональны соответствующим коэффициентам матрицы жесткости $\mathbf{K}$.

Компоненты внешних сил от взаимодействия с лабиринтным уплотнением в системе (8) могут быть найдены как интегралы от давления по окружности лабиринта:

$$\mathbf{F} = \int_S P \mathbf{n} dS = \sum_{k=1}^{N_c} \int_{S_k} P_k^{(1)} \mathbf{n}_k dS, \quad (9)$$

где k – номер полости; S_k – площадь полости лабиринтного уплотнения каждой лопатки; $P_k^{(1)}$ – распределение давления первого приближения в k -й полости; N_c – число полостей; $\mathbf{n}_k$ – нормаль к поверхности ротора в k -й полости.

После подстановки в (9) выражения (5) для распределения давления вокруг ротора и последующего интегрирования компоненты вектора внешних сил примут вид:

$$\begin{aligned} F_{LX} &= -\pi R_{(s)} L \sum_{i=1}^{N_c} P_{ici}, \quad F_{LY} = -\pi R_{(s)} L \sum_{i=1}^{N_c} P_{lsi}, \\ F_{LA_n} &= -\pi R_{(s)} L \sum_{i=1}^{N_c} P_{nsi}, \quad F_{LB_n} = -\pi R_{(s)} L \sum_{i=1}^{N_c} P_{nci}, \\ F_j &= -R_{(s)} L \sum_{i=1}^{N_c} \left(P_{kci} f_{ck}(\varphi_{1j}, \varphi_{2j}) + P_{ksi} f_{sk}(\varphi_{1j}, \varphi_{2j}) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где L – ширина лабиринтного уплотнения; $f_{ck}(\varphi_{1j}, \varphi_{2j})$, $f_{sk}(\varphi_{1j}, \varphi_{2j})$ – тригонометрические функции, зависящие от граничных угловых координат лопаток.

Выражения (10) могут быть записаны в матричной форме с соответствующими членами при степенях свободы лабиринта $\mathbf{X}$:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}_t \mathbf{X}, \quad (11)$$

где $\mathbf{R}_t$ – матрица коэффициентов, представляющая собой комбинацию тригонометрических функций и геометрических параметров лабиринтного уплотнения.

Тогда система уравнений в форме Коши будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{R}_t \\ \mathbf{A}_{\text{der}}^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{A}_{\text{der}}^{-1} \mathbf{C} & -\mathbf{A}_{\text{der}}^{-1} \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{X} \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

Матрица данной системы является квадратной приближения $2(2 \cdot N_d + N_{bl} + 2 \cdot N_d \cdot N_c)$, где N_{bl} – число лопаток.

Анализ результатов

Устойчивость стационарного невозмущенного движения была изучена в системе с гибким статором $N_d = 3$ с несколькими узловыми диаметрами. В данном случае статор обладает формой движения как жесткого целого, двухлепестной и трехлепестной формами колебаний. Если на концах лопатках отсутствуют лабиринтные уплотнения, ротор и статор не связаны друг с другом, и вектор внешних сил нулевой.

Компьютерное моделирование системы (12) проводилось в пакете MatLab при следующих геометрических параметрах статора и ротора: $S_{(s)} = 120 \text{ см}^2$, $I_{(s)} = 160 \text{ см}^4$, $g_0 = 0,05 \text{ см}$, $R_{(s)} = 50,05 \text{ см}$, $L_x = 50 \text{ см}$, $L_y = 30 \text{ см}$, $h = 1 \text{ см}$, $k_a = 50 \text{ кН/м}$, $k_t = 800 \text{ кН/м}$.

Ротор и статор изготовлены из стали: плотность $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 210 \text{ ГПа}$ и коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$.

Диаграмма Кэмпбелла и действительные части корней характеристического уравнения системы (8) показаны на рис. 5 и 6. Если лабиринтное уплотнение присутствует, устойчивость решений полной системы (12) определяется по значениям действительных частей корней характеристического уравнения данной системы. Наличие лабиринтного уплотнения приводит к неустойчивости стационарного невозмущенного движения, как показано на рис. 7 и 8.

Эта неустойчивость похожа на представленную в модели Шилдса [1] с движением центра жесткого вала по эллиптической орбите. В отличие от модели Шилдса в данной модели используется несколько форм колебаний статора, которые при данных параметрах системы теряют устойчивость аналогично форме движения тела как жесткого целого, но при больших угловых скоростях вращения ротора (см. рис. 8). Устойчивость также зависит от скорости предзакрутки потока на входе в лабиринтное уплотнение. Для рассмотренных параметров системы, сонаправленная вращению скорость (по ходу часовой стрелки) делает систему более чувствительной к потере устойчивости (рис. 9), в то время как скорость предзакрутки, противоположно направленной вращению, смещает критическую скорость вращения вверх (рис. 10).

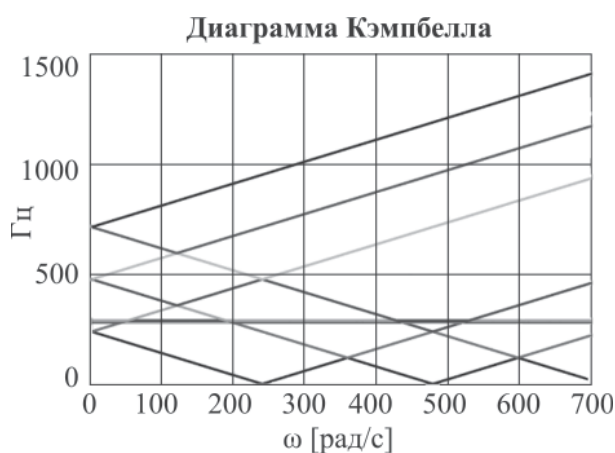


Рис. 5. Диаграмма Кэмпбелла для системы (8)

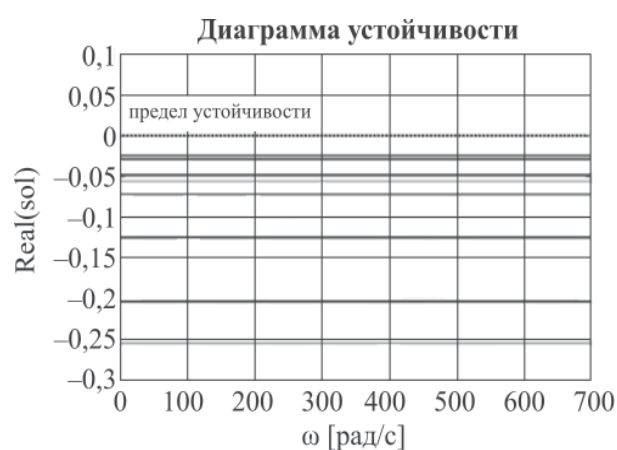
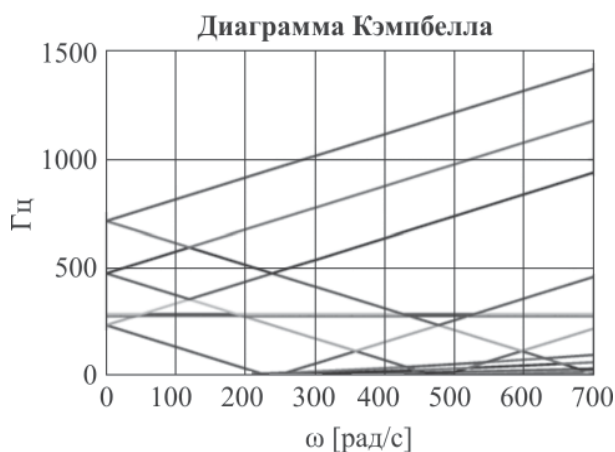
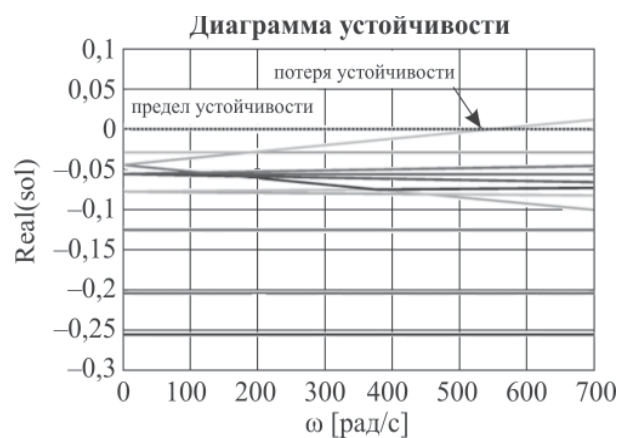


Рис. 6. Действительные части корней характеристического полинома системы (8)

Рис. 7. Диаграмма Кэмпбелла системы (12) для $V_0 = 0 \text{ м/с}$ Рис. 8. Действительные части корней характеристического полинома системы (12) для $V_0 = 0 \text{ м/с}$

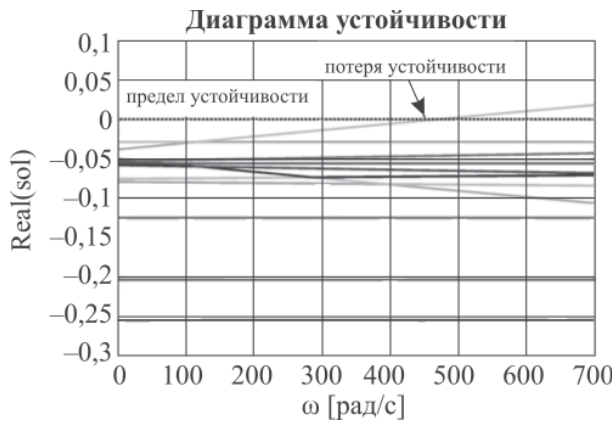


Рис. 9. Действительные части корней характеристического полинома системы (12) для $V_0 = -40$ м/с

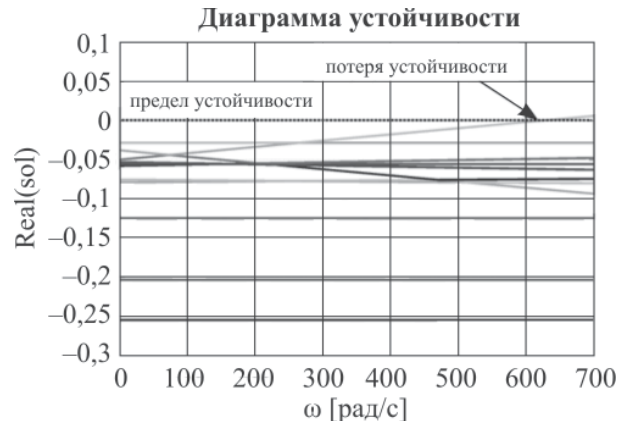


Рис. 10. Действительные части корней характеристического полинома системы (12) для $V_0 = 40$ м/с

Заключение

Предложенная модель позволяет сделать выводы об устойчивости и неустойчивости систем с гибким статором в отличие от моделей с жесткими частями, предложенными ранее. Было установлено, что для заданных начальных параметров устойчивость и неустойчивость данной системы определяется движением статора как жесткого целого, так и его изгибными формами колебаний. В свою очередь, тангенциальное перемещение лопаток не оказывает существенного влияния на условия устойчивости. Показано, что устойчивость системы сильно зависит от скорости предзакручивания газа на входе в лабиринтное уплотнение.

Предложенная модель предоставляет информацию для прогнозирования неустойчивости, вызванной лабиринтными уплотнениями в системах с лопатками. Ее можно использовать для быстрого получения результатов оценки

устойчивости движения конструкций роторных систем с лабиринтами.

Список литературы

1. Childs D.W. Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis. – N.: Wiley Interscience, 1993. – 312 p.
2. Андреев Ф.Б., Гуськов А.М., Тувезез Ф., Блан Л. Моделирование динамики газового потока в лабиринтном уплотнении ротора со статором // Машиностроение и инженерное образование. 2014. № 2. С. 45–53.
3. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
4. Legrand M. Modeles de Prediction de l'Interaction Rotor/Stator dans un Moteur d'Avion: PhD Thesis, 2005. – 247 p.

Материал поступил в редакцию 16.09.14

АНДРЕЕВ Федор Борисович

E-mail: fedor.andreev@ec-lyon.fr,
fedrun@yandex.ru
Тел.: +7 (916) 796-66-97

Аспирант в совместной аспирантуре кафедры РК-5 «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана и Ecole Centrale de Lyon. Сфера научных интересов: устойчивость динамических систем, динамика роторов, нелинейная динамика. Автор двух публикаций.

ГУСЬКОВ Александр Михайлович

E-mail: gouskov_am@mail.ru
Тел.: (499) 263-69-88

Доктор технических наук, профессор кафедры РК-5 «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Начальник отделения «Робототехника и Микросистемы» НИЦ «Курчатовский Институт». Сфера научных интересов: нелинейная динамика, динамика технологических систем, теория устойчивости движения. Автор более 150 публикаций.

ТУВЕРЕЗ Фабрис

E-mail: fabrice.thouverez@ec-lyon.fr
Тел.: +33 04 72 18 64 71

Профессор Ecole Centrale de Lyon. Сфера научных интересов: нелинейная динамика, динамика структур с неопределенностями. Автор более 190 публикаций.

БЛАН Лоран

E-mail: laurent.blanc@ec-lyon.fr
Тел.: +33 04 72 18 64 41

Доцент Ecole Centrale de Lyon. Сфера научных интересов: нелинейная динамика, динамика структур с неопределенностями. Автор более 20 публикаций.