

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ВИБРАЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ И ЭФФЕКТ «ЗАСТРЕВАНИЯ» МАЯТНИКА НА РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТАХ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.И. Артюнин, А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, Ю.В. Ермошенко

Предложена обобщенная модель вибрационной механики, получены уравнения её движения и сформулирована обобщенная задача вибрационной нелинейной механики. Показано, что эффект Зоммерфельда, явление устойчивости верхнего положения маятника на вибрирующем основании, эффект «застревания» маятника на резонансных частотах механической системы, явление автоматической балансировки и другие являются частными случаями движения обобщенной динамической модели. Приведены результаты экспериментальных исследований эффекта «застревания» маятников на резонансных частотах механической системы.

Ключевые слова: нелинейная механика, динамическая модель, дифференциальные уравнения, механическая система, резонансные частоты, маятник.

GENERALIZED MODEL OF VIBRATIONAL NONLINEAR MECHANICS AND RELATIONSHIP BETWEEN MECHANICAL SYSTEM VIBRATION FREQUENCY AND ANGULAR RATE OF PENDULUM ROTATION

A. Artyunin, A. Khomenko., S. Eliseev, Julia Ermoshenko

In this article, generalized model of vibrational mechanics is obtained as a system of differential equations. The generalized problem of nonlinear vibration mechanics is formulated. Special cases of considered problem are the following: effect of Sommerfeld, phenomenon of stability of the upper position of the pendulum on a vibrating base, the crawling phenomenon of pendulum at the resonant frequencies of the mechanical system, automatic balancing phenomenon, etc. The experimental results of the mechanical system oscillation frequency effect on pendulum angular motion are presented.

Keywords: non-linear mechanics, dynamic model, differential equations, mechanical system, resonant frequency, pendulum.

Введение

Среди задач нелинейной теории колебаний выделяется особый класс, где внешняя или внутренняя вибрация изменяет характер движения, способствует появлению новых зон устойчивости и играет большую роль в перераспределении механической энергии в механических системах.

Примером изучения подобных задач можно считать исследования известных в нелинейной механике эффектов и явлений: эффекта Зоммерфельда [1], явления устойчивости верхнего положения маятника на вибрирующем основании [2, 3], явления синхронизации и «захваты-

вания» вращающихся неуравновешенных роторов, установленных на общем упругоопертом основании [4], эффекта «застревания» маятников на критических скоростях вращающегося ротора [5].

Анализ динамических моделей и дифференциальных уравнений, используемых при исследовании вышеупомянутых явлений, показал, что они имеют сходную структуру. А, следовательно, должна быть возможность построить обобщенную динамическую модель и вывести дифференциальные уравнения ее движения, чтобы на этой основе сформулировать обобщенную задачу вибрационной

нелинейной механики, где перечисленные выше явления и эффекты будут проявляться в виде частных случаев.

Цель настоящей работы – сформулировать обобщенную задачу нелинейной вибрационной механики на основе вибрационной динамической модели и представить вниманию научного сообщества новое явление в механике – эффект «застывания» маятника на резонансных частотах механической системы.

Построение и описание движения обобщенной динамической модели

В качестве обобщенной динамической модели предлагается использовать механическую систему следующего типа. Массивный корпус, представляющий собой абсолютно твердое тело, укреплен на неподвижном основании с помощью упруго-демпферных опор. В корпусе жестко закреплен электродвигатель, на валу которого с возможностью свободного вращения установлены два маятника одинаковой массы и длины (рис. 1).

Для описания движения динамической модели в качестве обобщенных координат выберем: x, y – координаты центра масс корпуса и статора электродвигателя, отсчитываемых в некоторой неподвижной системе координат xOy , зафиксированной в плоскости при положении статического равновесия корпуса и статора электродвигателя; φ – угол поворота ротора электродвигателя, отсчитываемый от горизонтальной оси; φ_1, φ_2 – углы поворота маятников, отсчитываемых от их нижнего положения.

Введем обозначения: M – общая масса корпуса и статора электродвигателя; M_1, J – масса и осевой момент инерции ротора электродвигателя; m, l – масса и длина маятника; c_x, c_y – коэффициенты жесткости упругих опор корпуса; b_x, b_y – коэффициенты демпфирования упругих опор; k – коэффициент сопротивления движению маятников относительно вала ротора; e – эксцентриситет массы ротора; $M(\varphi)$ – характеристика двигателя с учетом сопротивления $L(\varphi)$.

Для вывода дифференциальных уравнений, описывающих движение выбранной обобщенной вибрационной модели, используем уравнение Лагранжа второго рода в виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i}, \quad i = \overline{1, 5},$$

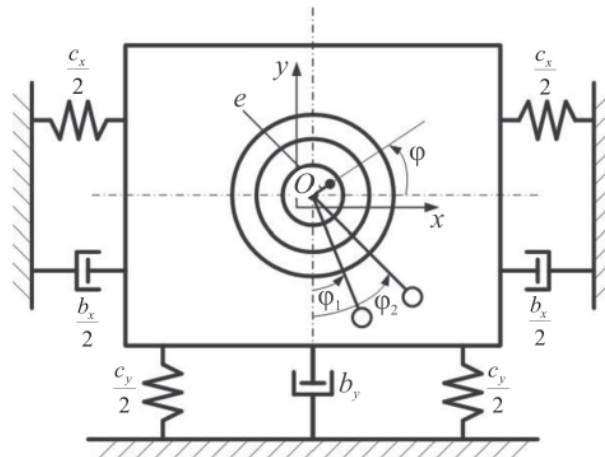


Рис. 1. Обобщенная модель вибрационной нелинейной механики

где T – кинетическая энергия; Π – потенциальная энергия; Q_i – обобщенная сила; Φ – диссипативная функция; q_i – обобщенная координата; t – время.

Для выбранной модели в качестве независимых обобщенных координат принимается:

$$q_1 = x, \quad q_2 = y, \quad q_3 = \varphi, \quad q_4 = \varphi_1, \quad q_5 = \varphi_2.$$

Выражение для кинетической энергии обобщенной динамической модели имеет вид:

$$T = T_k + T_p + T_{1m} + T_{2m};$$

$$T_k = \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2);$$

$$T_p = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M_1 [(\dot{x} - e \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\varphi} \cos \varphi)^2];$$

$$T_{1m} = \frac{1}{2} m [(\dot{x} + l \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1)^2 + (\dot{y} + l \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1)^2];$$

$$T_{2m} = \frac{1}{2} m [(\dot{x} + l \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2)^2 + (\dot{y} + l \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2)^2];$$

$$x_c = x + e \cos \varphi, \quad y_c = y + e \sin \varphi,$$

где T_k – кинетическая энергия корпуса на упругих опорах; T_p – кинетическая энергия ротора; T_{1m}, T_{2m} – кинетические энергии маятников.

Выражение для потенциальной энергии обобщенной динамической модели имеет вид:

$$\Pi = \Pi_o + \Pi_k + \Pi_p + \Pi_{1m} + \Pi_{2m};$$

$$\Pi_o = \frac{1}{2} c_x x^2 + \frac{1}{2} c_y y^2;$$

$$\Pi_k = Mgy;$$

$$\Pi_p = M_1 g(y + e \sin \varphi);$$

$$\Pi_{1m} = mg[y + l(1 - \cos \varphi_1)];$$

$$\Pi_{2m} = mg[y + l(1 - \cos \varphi_2)].$$

где P_0 – потенциальная энергия деформации упругих опор; P_k – потенциальная энергия силы тяжести корпуса со статором; P_p – потенциальная энергия силы тяжести ротора электродвигателя; $P_{1м}$; $P_{2м}$ – потенциальные энергии сил тяжести маятников.

За обобщенную силу Q примем моментную характеристику электродвигателя, т.е. $Q_\phi = M(\phi)$.

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = M_1 e (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) - ml (\ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1) - ml (\ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 - \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = -M_1 e (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) - ml (\ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1) - ml (\ddot{\phi}_2 \sin \phi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2); \\ J \ddot{\phi} + k (\phi - \phi_1) + k (\phi - \phi_2) = M_1 e (\ddot{\phi} \sin \phi - \ddot{y} \cos \phi) + M(\dot{\phi}) - M_1 g e \cos \phi; \\ ml^2 \ddot{\phi}_1 + k (\phi_1 - \phi) = -ml (\ddot{x} \cos \phi_1 + \ddot{y} \sin \phi_1) - mgl \sin \phi_1; \\ ml^2 \ddot{\phi}_2 + k (\phi_2 - \phi) = -ml (\ddot{x} \cos \phi_2 + \ddot{y} \sin \phi_2) - mgl \sin \phi_2; \\ M^* = M + M_1 + 2m. \end{cases} \quad (1)$$

При выводе системы уравнений (1) было учтено, что e^2 – величина второго порядка малости.

Частные случаи обобщенной динамической модели

В полученной системе пяти нелинейных дифференциальных уравнений первое и второе уравнения главным образом описывают движение корпуса с электродвигателем с учетом влияния неуравновешенности ротора и вращения маятников; третье уравнение, включающее в себя характеристику электродвигателя, описывает вращение ротора с учётом колебательного движения корпуса, а четвертое и пятое уравнения описывают движение маятников с учетом также колебательного движения корпуса.

В доказательство того, что предложенная модель является обобщенной моделью для целого класса задач вибрационной нелинейной механики, рассмотрим далее следующие частные случаи.

1. Если исключить из модели маятники, то уравнения (1) примут вид:

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = M_1 e (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = -M_1 e (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi); \\ J \ddot{\phi} = M_1 e (\ddot{x} \sin \phi - \ddot{y} \cos \phi) + M(\dot{\phi}) - M_1 g e \cos \phi. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (2) описывает движение динамической модели, позволяющей выявить эффект Зоммерфельда [1].

Полагая, что сопротивление носит характер «вязкого» трения, диссипативную функцию Φ представим в виде:

$$\Phi = \frac{1}{2} b_x \dot{x}^2 + \frac{1}{2} b_y \dot{y}^2 + \frac{1}{2} k (\phi - \phi_1)^2 + \frac{1}{2} k (\phi - \phi_2)^2.$$

Тогда, после преобразований Лагранжа, система дифференциальных уравнений, описывающих движение обобщенной вибрационной модели нелинейной механики, примет вид:

2. Если положить, что один из маятников отсутствует, а другой (оставшийся) может вращаться без трения, то в предположении, что ротор вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\phi} = \omega$, система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = M_1 e \omega^2 \cos \omega t - ml (\ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = M_1 e \omega^2 \sin \omega t - ml (\ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1); \\ ml^2 \ddot{\phi}_1 = -ml (\ddot{x} \cos \phi_1 + \ddot{y} \sin \phi_1) - mgl \sin \phi_1. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) описывает движение маятника на вибрирующем основании. Явление устойчивости такого маятника в верхнем положении исследовали П.Л. Капица и В.Н. Челомей [2, 3].

3. Если в динамической модели исключить один из маятников и неуравновешенность ротора, то, считая, что ротор вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\phi} = \omega$, получим систему уравнений в виде:

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = -ml (\ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = -ml (\ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1); \\ ml^2 \ddot{\phi}_1 + k (\phi_1 - \omega) = -ml (\ddot{x} \cos \phi_1 + \ddot{y} \sin \phi_1) - mgl \sin \phi_1. \end{cases} \quad (4)$$

Эта система уравнений может использоваться при изучении эффекта «застывания» маятника на резонансных частотах корпуса.

4. Если из системы уравнений (1) исключить уравнение движения ротора, то, считая, что ротор вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi} = \omega$, система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = M_1 e \omega^2 \cos \omega t - ml (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1) - ml (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = -M_1 e \omega^2 \sin \omega t - ml (\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1) - ml (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2); \\ ml^2 \ddot{\varphi}_1 + k (\dot{\varphi}_1 - \omega) = -ml (\ddot{x} \cos \varphi_1 + \dot{y} \sin \varphi_1) - mgl \sin \varphi_1; \\ ml^2 \ddot{\varphi}_2 + k (\dot{\varphi}_2 - \omega) = -ml (\ddot{x} \cos \varphi_2 + \dot{y} \sin \varphi_2) - mgl \sin \varphi_2. \end{cases} \quad (5)$$

Система уравнений (5) может служить основой для исследования эффекта автоматической балансировки, т.е. эффекта компенсации неуравновешенности ротора массой M_1 и эксцентриситета e с помощью двух маятников массой m и длиной l каждый [4].

5. Если из системы уравнений (1) исключить вращение ротора, то уравнения примут вид:

$$\begin{cases} M^* \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = -ml (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1) - ml (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2); \\ M^* \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = -ml (\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1) - ml (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2); \\ ml^2 \ddot{\varphi}_1 + k \dot{\varphi}_1 = -ml (\ddot{x} \cos \varphi_1 + \dot{y} \sin \varphi_1) - mgl \sin \varphi_1; \\ ml^2 \ddot{\varphi}_2 + k \dot{\varphi}_2 = -ml (\ddot{x} \cos \varphi_2 + \dot{y} \sin \varphi_2) - mgl \sin \varphi_2. \end{cases} \quad (6)$$

Полученная система уравнений позволит изучать явления самосинхронизации маятников (задача Х. Гюйгенса) [5].

Все рассмотренные выше случаи дают основание считать, что выбранная динамическая модель действительно является обобщенной, а дифференциальные уравнения её движения являются основой для изучения целого класса задач теории нелинейных колебаний.

Тогда обобщенную задачу вибрационной нелинейной механики можно сформулировать следующим образом: на основе изучения обобщенной динамической модели, качественного и количественного анализа решений дифференциальных уравнений, описывающих ее движение, найти общие закономерности движения нелинейных механических систем вибрационного типа и определить механизм влияния вибрационных процессов на устойчивость движения и перераспределения энергии в механических системах.

Эффект «застревания» маятника на резонансных частотах механической системы

Характерным примером влияния вибрации на динамику механической системы могут служить приведенные ниже результаты экспериментальных исследований эффекта «застревания» маятника на резонансных частотах механической системы.

Экспериментальная установка, на которой проводились исследования, изображена на рис. 2

и представляет собой электродвигатель 1, закрепленный на металлической пластине 2, которая с помощью четырех пружин 3 крепится на неподвижном основании 4. На валу электродвигателя устанавливается маятник 5, который состоял из шпильки с резьбой для навешивания грузов, металлического кольца и подшипника качения.

Предварительно расчётным и экспериментальным путем находились собственные частоты колебаний исследуемой механической системы. Расчётные значения собственных частот колебаний находились в результате решения частотного уравнения для динамической модели, приведенной на рис. 1, без маятников. Получены их следующие значения:

$$f_1 = 7,1 \text{ Гц}; f_2 = 16,5 \text{ Гц}; f_3 = 18,2 \text{ Гц}.$$

Имеющаяся в этих значениях погрешность связана с погрешностью экспериментального определения исходных данных динамической

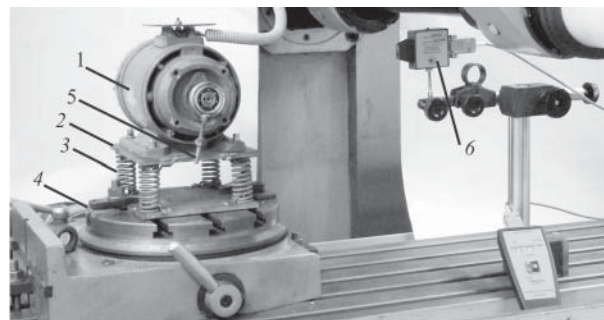


Рис. 2. Экспериментальная установка для исследования эффекта «застревания» маятника на резонансных частотах механической системы

модели (жесткости пружин, момента инерции массы, размеров).

Для экспериментального определения собственных частот колебаний использовался многофункциональный измерительный комплекс «Тензор-МС». Вибродатчики ВД65 этого комплекса с помощью магнитов крепились на металлической пластине 2 (см. рис. 2). Для записи вертикальных колебаний датчик крепился в центре пластины под электродвигателем, для записи поворотных колебаний – в вертикальном направлении на краю пластины, для записи горизонтальных колебаний – в торце металлической пластины. После возбуждения затухающие колебания записывались и обрабатывались на компьютере как во временном, так и в частотном диапазоне. На рисунке 3 приведена одна из спектрограмм распределения колебаний в частотном диапазоне (спектральная плотность), когда датчик был установлен на краю металлической пластины в вертикальном направлении и на которой проявились все три собственные частоты колебаний механической системы.

В результате были получены следующие экспериментальные значения собственных частот колебаний исследуемого объекта:

$$f_1 = 6,0 \text{ Гц}; f_2 = 15,3 \text{ Гц}; f_3 = 18,0 \text{ Гц}.$$

Установлено, что на первой частоте происходят в основном горизонтальные колебания механической системы, на второй – вертикальные, а на третьей – угловые колебания вокруг оси, параллельной оси вращения двигателя.

Суть основного эксперимента заключалась в исследовании результатов измерения угловой скорости вращения маятника в зависимости от изменения его момента инерции (m^2) при вращении ротора электродвигателя с постоянной номинальной угловой скоростью $n_p = 1500$ об/мин ($f_p = 25$ Гц). Измерение угловой скорости маятника проводилось с помощью оптического тахометра ДО-03-04 (см. рис. 2).

В эксперименте момент инерции маятника изменялся за счёт навешивания дополнительных грузов и варьировался в диапазоне значений от $256,8 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ до $603,2 \text{ г}\cdot\text{см}^2$. При значении момента инерции $256,8 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ маятник за счет сил трения вращался со скоростью $n_m = 1438$ об/мин ($f_m = 24$ Гц), близкой к угловой скорости ротора (рис. 4, а). При изменении момента инерции маятника от $325,8 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ до $399,3 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ угловая скорость вращения маятни-

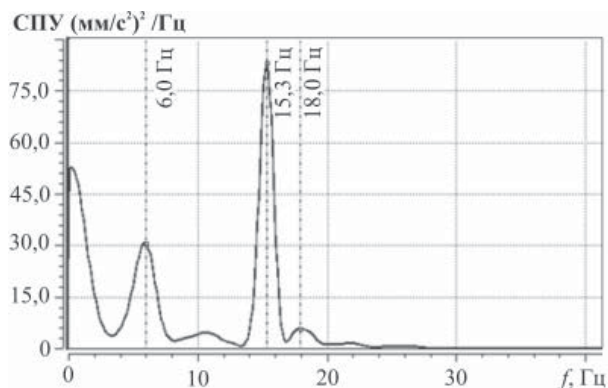


Рис. 3. Спектрограмма затухающих колебаний, измеренных с помощью датчика, установленного на краю металлической пластины в вертикальном направлении: СПУ – спектральная плотность ускорения

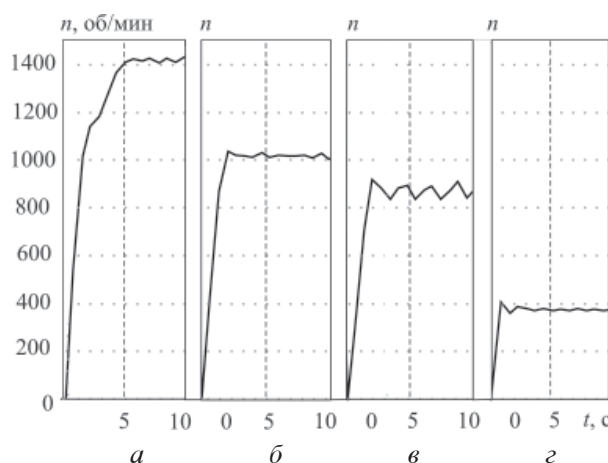


Рис. 4. Законы изменения угловой скорости маятника при изменении момента инерции маятника: а – $m^2 = 256,8 \text{ г}\cdot\text{см}^2$; б – $m^2 = 351,2 \text{ г}\cdot\text{см}^2$; в – $m^2 = 432,4 \text{ г}\cdot\text{см}^2$; г – $m^2 = 570,6 \text{ г}\cdot\text{см}^2$

ка составляла $n_m = 1007$ об/мин ($f_m = 16,8$ Гц) (рис. 4, б). Это значение близко к значению третьей собственной частоты колебаний механической системы ($f_3 = 18$ Гц).

В диапазоне изменения момента инерции маятника от $419,3 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ до $531,3 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ угловая скорость вращения маятника составляла $n_m = 882$ об/мин ($f_m = 14,7$ Гц) (рис. 4, в). Это значение близко к значению второй собственной частоты колебаний механической системы ($f_2 = 15,3$ Гц). При значении момента инерции маятника от $542,4 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ до $603,2 \text{ г}\cdot\text{см}^2$ маятник после толчка стал вращаться с угловой скоростью $n_m = 378$ об/мин ($f_m = 6,3$ Гц) (рис. 4, г). Это значение, в свою очередь, близко к значению первой собственной частоты колебаний ($f_1 = 6,0$ Гц).

Отметим, что при моментах инерции, больших $492,0 \text{ г}\cdot\text{см}^2$, маятник мог раскрутиться до соответствующей скорости только при дополнительном внешнем толчке.

Следует заметить, что общая погрешность эксперимента не превышает 2%.

Из сравнения полученных значений частот вращения маятника и значений собственных частот колебаний механической системы (табл. 1) следует, что при одной и той же скорости (номинальной) вращения ротора (25 Гц) электродвигателя скорость вращения маятника в зависимости от его момента инерции маятника с точностью эксперимента совпадает с одной из собственных частот колебаний механической системы. Этот эффект возникает вследствие влияния вибрации механической системы на вращение маятника при определённом соотношении между моментом трения в его опоре и его моментом инерции.

По результатам эксперимента можно также сделать следующие выводы.

1. Необходимо отметить, что нет четкой границы между режимами движения маятника, такой, что, например, при одном значении момента инерции маятника он вращается с одной угловой скоростью, а при малом изменении его момента инерции – с другой. Между областями устойчивого движения маятника существуют области неустойчивости. В данном эксперименте эти области находились между приведенными диапазонами изменения момента инерции маятника. В этих областях первоначально происходят хаотичные изменения угловой скорости маятника, значения которой в дальнейшем могут оказаться как в одном диапазоне устойчивой работы, так и в другом.

2. Отметим, что если в одном из опытов маятник попридержат, дать возможность ротору

разогнаться до рабочей угловой скорости и спустя некоторое время маятник отпустить, то он разгонится и будет вращаться с угловой скоростью, близкой к одной из резонансных частот колебаний механической системы. Неоднократные повторения этого опыта приводят к одному и тому же результату: ротор вращается со своей угловой скоростью, а маятник – со своей. В какой-то степени результаты этого эксперимента дают основания отнести его к категории таких явлений, которые можно было бы условно назвать проявлением «памяти» механической системы.

Заключение

В результате анализа динамических моделей и дифференциальных уравнений, описывающих эффект Зоммерфельда, явление устойчивости верхнего положения маятника на вибрирующем основании, эффект автоматической балансировки, явление синхронизации механических систем и другие, предложена обобщенная модель вибрационной нелинейной механики, получены дифференциальные уравнения этой модели и показано, что вышеупомянутые эффекты и явления могут быть частными случаями её динамики.

Сформулирована обобщенная задача вибрационной нелинейной механики, заключающаяся в том, что на основе изучения обобщенной динамической модели, качественного и количественного анализа решений дифференциальных уравнений, описывающих её движение, можно найти общие закономерности движения нелинейных механических систем вибрационного типа и определить механизм влияния вибрационных процессов на устойчивость движения и перераспределение энергии в механических системах.

Таблица 1

Значения собственных частот колебаний механической системы и частот вращения маятника

Название	f_1 , Гц	f_2 , Гц	f_3 , Гц
Расчетная собственная частота колебаний механической системы	7,1	16,5	18,2
Экспериментальная собственная частота колебаний механической системы	6,0	15,3	18,0
Частота вращения маятника (f_m , Гц)	6,3	14,7	16,8

В качестве примера влияния вибрации на динамику механической системы приведены результаты экспериментальных исследований эффекта «застревания» маятника на резонансных частотах механической системы. Установлено, что вследствие влияния вибрации при определенном соотношении между моментом трения в опоре маятника, установленного с возможностью свободного вращения на валу ротора механической системы, и моментом инерции массы маятника имеет место такой режим движения, когда ротор вращается с заданной угловой скоростью, а частота вращения маятника близка или с точностью эксперимента совпадает с одной из резонансных частот механической системы.

Список литературы

1. *Sommerfeld A.* Beitrage zum dynamischen Ausbay der Festigkeitslehre // Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. 1904. Bd. 48(18). P. 631–636.
2. *Капица П.Л.* Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. Вып.5. С. 588–597.
3. *Челомей В.Н.* Парадоксы в механике, вызванные вибрациями // ДАН СССР, Механика. 1983. Т. 270. № 1. С. 62–67.
4. *Блехман И.И.* Вибрационная механика. М.: Физматлит. 1994. – 400 с.
5. *Артюнин А.И.* Исследование движения ротора с автобалансиром // Известия вузов. Машиностроение. 1993. № 1. С.15–19.

Материал поступил в редакцию 12.09.14

АРТЮНИН Анатолий Иванович E-mail: ananina_ev@irgups.ru Тел.: (3952) 638-301	Доктор технических наук, профессор, первый проректор Иркутского государственного университета путей сообщения. Сфера научных интересов: динамика роторных систем, автоматическая балансировка роторов, нелинейные колебания механических систем. Автор одной монографии, 91 научной статьи, трех изобретений.
ХОМЕНКО Андрей Павлович E-mail: homenko@irgups.ru Тел.: (3952) 638-311	Доктор технических наук, профессор, ректор Иркутского государственного университета путей сообщения. Сфера научных интересов: динамика и вибрационные процессы транспортных средств. Автор 10 монографий, 140 научных статей, 40 изобретений.
ЕЛИСЕЕВ Сергей Викторович E-mail: eliseev_s@inbox.ru Тел.: (3952) 665129	Доктор технических наук, профессор, директор научно-образовательного центра «Современные технологии, системный анализ и моделирование» Иркутского государственного университета путей сообщения. Сфера научных интересов: прикладная механика, робототехника, мехатроника. Автор 10 монографий, более 300 научных статей, 62 изобретений.
ЕРМОШЕНКО Юлия Владимировна E-mail: ermosh_emf@irgups.ru Тел.: (3952) 638-392	Кандидат технических наук, декан Иркутского государственного университета путей сообщения. Сфера научных интересов: динамика виброзащитных систем, линейные и нелинейные колебания механических систем. Автор двух монографий, 63 научных статей, 7 изобретений.