

УДК 621.039

# АНАЛИЗ ГИДРОУПРУГОГО МЕХАНИЗМА ВОЗБУЖДЕНИЯ ПУЧКА ТРУБ\*

**С.М. Каплунов, Н.Г. Вальес, О.А. Марчевская, А.В. Самолысов**

Работа посвящена созданию математических моделей наиболее опасных механизмов возбуждения пучков труб, а также созданию надежных расчетных методов для реализации этих моделей. Методика определения критической скорости, которая необходима для описания наиболее опасного механизма возбуждения – гидроупругого возбуждения, базируется на использовании разработанной авторами математической модели возбуждения колебаний пучка упругих труб при обтекании внешним поперечным потоком. Задача изучения механизма возбуждения сведена к анализу устойчивости невозмущенного состояния упругих труб, который проводится при допущении о линейности дестабилизирующих сил. На основании теоретического исследования этой математической модели получено необходимое и достаточное условие устойчивости, выраженное через безразмерные параметры системы, и получено значение критической скорости обтекания трубного ряда.

**Ключевые слова:** гидроупругое возбуждение, критическая скорость обтекания, срывное обтекание, метод вязких вихревых доменов, гидроупругая неустойчивость, матрица гидроупругого взаимодействия (матрица влияния).

## HYDROELASTIC EXCITATION OF TUBE-BUNDLE MECHANISM ANALYSIS

**S.M. Kaplunov, N.G. Valles, O.A. Marchevskaya, A.V. Samolysov**

*The work is devoted to creation of mathematical models for the most dangerous tube bundles oscillation excitation mechanisms as well as to creation of reliable computation methods for these models description. Method of critical velocity determination which is necessary for description of the most dangerous excitation mechanism – hydro-elastic excitation – is based on application of created by authors mathematical model for elastic tube bundle oscillations in external cross flow. The task of excitation mechanism investigation is reduced to elastic tubes unperturbed state stability analyses which is conducted with the assumption of destabilizing forces linearity. On the base of mathematical model of theoretical investigation the stability condition is expressed through the dimensionless system parameters (mass, damping and velocity) was received.*

**Keywords:** hydro-elastic excitation, critical flow velocity, shedding flow, viscous vortex domains method, hydro-elastic instability, hydro-elastic interaction matrix.

### Введение

Обтекаемый потоком жидкости пучок трубок является типовым элементом теплообменных аппаратов энергетических установок различного назначения. Теплообменные пучки подвержены вибрациям, которые возбуждаются высокоскоростным потоком теплоносителя. Интенсивные вибрационные нагрузки могут

стать причиной повреждения или разрушения трубок пучка, привести к аварии и продолжительному простою оборудования. Реальный теплообменный пучок – система одинаковых пространственно изогнутых многопролетных трубок, взаимодействующих с внутренними и внешними потоками теплоносителя. Во многих случаях движение трубок пучка

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК-3705.2014.8.

можно описать в рамках балочной модели Бернулли – Эйлера. В данной статье рассмотрен случай поперечного обтекания пучка, который представляет наибольшую опасность с точки зрения гидродинамического возбуждения интенсивных колебаний. Такой тип обтекания часто встречается в теплообменниках различного назначения.

Согласно статистическим данным [1], до 30% остановок энергетических блоков происходит вследствие поломок оборудования теплообменных аппаратов, которые обусловлены интенсивными вибрациями теплообменных труб и трубных пучков, как наиболее нагруженных элементов. В связи с этим актуальной становится задача создания математических моделей, позволяющих автоматизировать процессы моделирования и анализа гидродинамически возбуждаемых вибраций трубных пучков.

Окончательный вывод о пригодности предлагаемых математических моделей расчета колебаний и их адекватности для реальных конструкций можно сделать исключительно на основе сравнения с результатами экспериментальных исследований на натурных полномасштабных или фрагментарных моделях.

На основе экспериментальных данных можно выделить основные механизмы гидродинамического возбуждения вибрации пучка труб – это *периодический вихревой отрыв*, который действует в узком диапазоне скоростей потока и может привести к интенсивным вибрациям, и *гидроупругое возбуждение*, проявление которого недопустимо с точки зрения вибронадежности пучка. Потеря устойчивости системы трубок при их гидроупругом возбуждении возникает по достижении некоторой критической скорости потока, и по мере ее дальнейшего повышения их амплитуда становится недопустимо большой, что неизбежно приводит к разрушению труб и всей конструкции теплообменного аппарата. Поэтому критическая скорость, соответствующая возникновению гидроупругой неустойчивости, является чрезвычайно важной характеристикой для проектировщиков теплообменников при выборе нормального режима работы установки. Большинство критериев устойчивости ранее было основано на известном соотношении Коннорса [2]. Однако существуют публикации, содержащие и ряд теоретических моделей. Их можно разделить на две группы:

1) чисто теоретические модели, не требующие никаких экспериментальных данных о гидродинамических силах [3];

2) расчетные модели, для которых необходимы экспериментальные данные о гидродинамических силах, либо полные данные о нестационарных силах [4, 5], либо данные о стационарных, осредненных по времени силах [6].

Как правило, оценки критических скоростей потока, полученные с использованием опытных данных о коэффициентах нестационарных гидродинамических сил, лучше согласуются с экспериментальными значениями пороговых скоростей возникновения неустойчивости. Однако из-за чрезмерного объема экспериментальных данных, необходимых для получения таких оценок, они вряд ли могут быть введены в практику.

Определенного успеха удалось добиться при использовании квазистатических методов теоретического анализа, в которых требуется лишь осредненные по времени коэффициенты статических гидродинамических сил и их производные по двум взаимно перпендикулярным координатам. Но даже в этих методах объем исходной опытной информации чрезмерно велик, так как гидродинамические коэффициенты должны быть получены для каждого конкретного типа пучка и каждого значения шага между трубами.

Отсюда очевидна необходимость создания чисто теоретических моделей. На сегодня подобные модели позволили добиться лишь ограниченных успехов, причем все они требуют определения из экспериментов одной очень важной характеристики – фазового сдвига между динамическим перемещением и соответствующим изменением гидродинамических сил.

В работе [6] выбран промежуточный подход: здесь предпринята попытка определить критическую скорость потока для пучка упругих цилиндров путем анализа устойчивости одного упругого цилиндра, расположенного среди жестких цилиндров. Такому подходу есть теоретическое и экспериментальное обоснование. В работах [7, 8] экспериментально показано, что отдельный упругий цилиндр, расположенный в середине пучка жестких цилиндров, становится неустойчивым почти при той же скорости потока, что и в пучке упругих цилиндров.

В соответствии с гипотезой, принятой в большинстве теоретических работ, к гидроу-

пругому возбуждению приводит линейное гидродинамическое взаимодействие между колеблющимися трубами пучка. Гидроупругое возбуждение происходит в той области параметров системы, где имеет место неустойчивость упругих труб пучка в невозмущенном состоянии.

Целью данной работы является создание математической модели гидроупругого механизма возбуждения колебаний трубного пучка, на основе которой можно проводить численное моделирование и анализ устойчивости много-компонентной системы с верификацией полученных данных. Кроме этого, поставлена задача разработки эффективной методики проведения анализа устойчивости многокомпонентных конструкций трубных пучков в потоке среды и определения значений критической скорости обтекания рассматриваемых пучков

### **Особенности численного эксперимента по исследованию гидродинамических сил**

Теоретический анализ гидроупругого возбуждения часто проводится на основании экспериментально подтвержденной гипотезы, согласно которой полагается, что в области параметров, где действует данный механизм возбуждения, происходят автоколебания трубного пучка с мягким возбуждением. Начальная стадия возникновения автоколебаний этого типа может рассматриваться как развитие неустойчивости невозмущенного состояния упругих трубок пучка. Поскольку амплитуда автоколебаний при гидроупругом возбуждении нарастает при неизменном изменении параметров, в первую очередь при увеличении скорости потока, то определение границы области устойчивости невозмущенного состояния осевых линий трубок пучка дает практически достаточную информацию о гидроупругом возбуждении. Данная гипотеза положена в основу математической модели гидроупругого возбуждения.

Таким образом, при разработке математической модели гидроупругого механизма возбуждения необходимо получить достаточно полную информацию о гидродинамических силах, действующих на трубы при поперечном обтекании пучка.

В работе [9] получены приближенные выражения для гидродинамических сил, на основании которых проведен анализ динамики

пучка упругих труб и сделан вывод о непригодности безотрывной схемы обтекания для исследования гидроупругого механизма возбуждения. Для течения теплоносителя в реальных теплообменных пучках (характерный диапазон чисел Рейнольдса ( $Re$ ) от  $10^3$  до  $10^5$ ) практически реализуется отрывное обтекание трубок. Доказано, что явление отрыва и наличие вихревого следа за обтекаемыми трубками играет существенную роль в формировании дестабилизирующих гидродинамических сил и должны учитываться при исследовании гидроупругого возбуждения. Поэтому основным способом исследования стал численный эксперимент, проводимый методом вязких вихревых доменов [10–12].

Рассматриваются малые колебания пучков труб в линейной области, состоящих из  $N$  упругих труб, поперечно обтекаемых потоком жидкости. Предполагается, что длина трубы  $l$  существенно больше радиуса  $R$  и межтрубных расстояний, а колебания каждой трубы могут происходить по одной из первых форм изгибных колебаний с характерным масштабом порядка  $l$  вдоль оси  $z$ , параллельной осям труб. Это предположение при расчете распределенных гидродинамических сил в каждом сечении  $z = \text{const}$  дает основание полагать сечение плоским, т.е. рассматривать переменную  $z$  как параметр.

Разработка математической модели гидроупругого возбуждения и численный эксперимент проводились на данном этапе для трех трубок с круглым поперечным сечением, расположенных в ряду перпендикулярно потоку. Для определения матрицы гидродинамического взаимодействия были проведены серии вычислений нестационарных гидродинамических сил, где в каждом варианте только один из профилей трубок совершает гармонические колебания с относительно небольшой амплитудой  $A_x, A_y$  в направлении осей  $X$  и  $Y$  соответственно. Пример постановки численного эксперимента с поперечными сечениями трех трубок представлен на рис. 1. Здесь  $b$  – шаг между осями труб,  $R$  – радиус профиля трубы,  $X$  и  $Y$  – оси системы координат в плоскости обтекаемых профилей.

Варьируя безразмерную частоту колебаний трубок  $\omega_j$ , можно получить ряд зависимостей по времени компонентов матрицы гидроупругого взаимодействия  $\mathbf{C}(\tau)$  от  $\omega_j$ . Пример одной

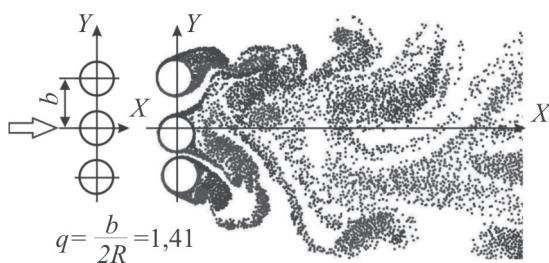


Рис. 1. Пример постановки численного эксперимента методом вязких вихревых доменов

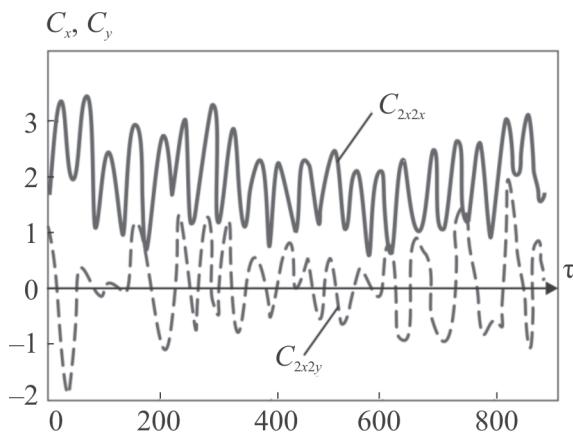


Рис. 2. Элементы матрицы гидроупругого взаимодействия размерностью  $(6 \times 6)$  для ряда из трех труб в зависимости от безразмерного времени  $\tau$

из зависимостей приведен на рис. 2, где обозначено:  $C_{2x2y}$  – коэффициент гидродинамической силы, действующей на второй цилиндр в направлении оси  $X$ , от колебаний второго цилиндра в направлении оси  $Y$ ;  $C_{2x2x}$  – коэффициент гидродинамической силы, действующей на второй цилиндр в направлении оси  $X$ , от колебаний второго цилиндра в направлении оси  $X$ .

После расчета гидродинамических сил, действующих на каждую из трубок, с помощью некоторых преобразований можно составить матрицу линейной гидродинамической связи, которая и является частотной характеристикой гидроупругого взаимодействия. Она будет обладать достаточной информацией о гидродинамических силах для анализа устойчивости пучка.

Согласно приведенной расчетной схеме авторами создана оригинальная вычислительная программа, позволяющая проводить расчет продолжительных реализаций зависимостей по времени нестационарных гидродинамических сил при отрывном обтекании системы круговых профилей, колеблющихся по заданному закону (см. рис. 1). С помощью

этой программы проводились численные эксперименты, в которых определялись матрицы гидродинамического взаимодействия для конкретных пучков труб.

Подобие гидродинамической силы в исследуемом и модельном пучках обеспечивается геометрическим подобием поперечного сечения и близостью чисел  $Re$ , а также равенством среднерасходной скорости потока в минимальном зазоре между соседними трубками.

Таким образом, определены основные закономерности проявления гидроупругого механизма возбуждения в пучках. Имеющиеся в литературе математические модели следуют из предложенной авторами, при дополнительных упрощающих предположениях относительно вида матрицы, линейной гидродинамической связи [13].

### Математическая модель гидроупругого механизма возбуждения трубного пучка

Используя данные, представленные в работе [14], изгибные колебания каждой трубы в жидкости можно описать уравнением Бернуlli-Эйлера с учетом присоединенной массы жидкости и демпфирования:

$$m \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial t^2} + c \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + EJ \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial z^4} = \bar{F}_z(z, t), \quad (1)$$

где  $\bar{w}(z, t) = \{w_{1x}, w_{1y}, \dots, w_{Ny}\}^T$  – вектор отклонений осевых линий трубок пучка от невозмущенного положения;  $w_{jx}$  ( $w_{jy}$ ) – отклонение осевой линии  $j$ -й трубы в направлении оси  $X$  ( $Y$ );  $c$  – параметр, учитывающий внутреннее трение в материале и конструкционное демпфирование трубы;  $m$  – погонная масса трубы с учетом находящейся в ней жидкости;  $EJ$  – изгибная жесткость трубы;  $\bar{F}_z(z, t)$  – вектор распределенных гидродинамических сил, действующих на трубы;  $z$  – координата по направлению длины трубы;  $t$  – время.

Предположим, что пучок совершает колебания по одной из собственных форм колебаний  $\psi(\gamma z/l)$ , где  $l$  – длина трубы в направлении  $z$ ;  $\gamma$  – собственное число, соответствующее данной форме  $\psi$ .

Исключая из рассмотрения случайные вынужденные колебания, возбуждаемые случайной силой (возбуждение типа бафтинга), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих собственные колебания трубок:

$$\ddot{\mathbf{x}} + 2\xi\omega_1 \dot{\mathbf{x}} + \omega_1^2 \mathbf{x} = \mu_1 \mathbf{C}(\tau), \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}$  – векторы смещений, скоростей и ускорений трубки, соответственно;  $\tau$  – безразмерное время;  $\omega_1 = \omega_{p1} R / U$  – безразмерная собственная частота отдельной трубки;  $\omega_{p1}$  – собственная частота изгибных колебаний по рассматриваемой форме;  $\xi$  – относительное демпфирование;  $R$  – радиус профиля трубы;  $U$  – скорость обтекания;  $\mu_1 = \rho \cdot R^2 / m$  – безразмерный массовый параметр;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\mathbf{C}(\tau)$  – матрица гидроупругого взаимодействия (матрица гидродинамических сил, зависящих от времени), пример элементов которой приведен на рис. 2.

Введем в рассмотрение матрицу линейной гидродинамической связи  $\mathbf{S}(p)$  размерности  $(2N \times 2N)$ , представляющую собой результат вычисления некоторого интеграла от элементов матрицы гидроупругого взаимодействия  $\mathbf{C}(\tau)$ :

$$\mathbf{S}(p) = \frac{2i}{nT} \int_0^{nT} \mathbf{C}(\tau) e^{-i\omega_1 \tau} d\tau, \quad (3)$$

где  $p$  – параметр преобразования;  $i\omega_1$  – мнимая величина;  $nT$  – число периодов при интегрировании ( $n \rightarrow \infty$ ).

В спектре вычисленных реализаций вектора гидродинамической силы  $\mathbf{C}(\tau)$ , соответствующих закону движения профиля, выделяется дискретная составляющая на частоте колебаний профиля. Для этого реализация  $\mathbf{C}(\tau)$  обрабатывается по формуле (3). При конечном времени усреднения  $nT$  равенство (3) выполняется приближенно.

Система уравнений (2) с нулевыми начальными условиями после разделения переменных и преобразования (3) при  $nT \rightarrow \infty$  с использованием допущения о линейности дестабилизирующих сил имеет следующий вид:

$$(p^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_1 \cdot p + \omega_1^2) \cdot \mathbf{x} = \mu_1 \cdot \mathbf{S}(p) \cdot \mathbf{x}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{x}$  – вектор коллективных форм колебаний пучка.

Матрица  $\mathbf{S}(p)$  находится из численного или натурного эксперимента по алгоритму, изложенному ниже.

Решения системы (4), определяющие коллективные формы колебаний пучка, совпадают с собственными векторами матрицы  $\mathbf{S}(p)$ . Если  $\lambda_j(p)$  –  $j$ -е собственное значение матрицы  $\mathbf{S}(p)$ , то характеристическое уравнение системы (4) можно представить в виде:

$$\prod_{j=1}^{2N} [p^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_1 \cdot p + \omega_1^2 - \mu_1 \cdot \lambda_j(p)] = 0. \quad (5)$$

Исследование уравнения (5) проводим, полагая, что  $\xi$  и  $\mu_1$  – малые параметры. Согласно критерию устойчивости Ляпунова, для устойчивого состояния равновесия первоначальной системы (2) необходимо и достаточно, чтобы все корни  $p$  характеристического уравнения (5) имели отрицательную действительную часть.

С использованием разработанной программы исследовалось уравнение (5), которое определяет устойчивое, либо неустойчивое состояние системы. Для определения границы области устойчивости достаточно рассмотреть лишь один из сомножителей в уравнении (5), в который входит собственное значение  $\lambda(p)$ , обладающее максимальной мнимой частью. На границе области устойчивости, где  $p = i\omega$  – мнимая величина при относительно малых параметрах  $\xi$  и  $\mu_1$ , приравняв действительные и мнимые части в уравнении (5), получим:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \omega_1^2 - \mu_1 \operatorname{Re}[\lambda(i\omega_1)]; \\ 2\xi\omega^2 / \mu_1 &= \operatorname{Im}[\lambda(i\omega_1)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Соотношения (6) определяют частоту колебаний трубок по наименее устойчивой коллективной форме и критическое значение параметра  $(2\xi/\mu_1)_{kp}$  при заданной безразмерной частоте  $\omega_1$ .

Если известна зависимость  $\lambda(i\omega_1)$ , то второе из соотношений (6) позволяет найти критическую скорость обтекания (скорость, при достижении которой система (2) теряет устойчивость), соответствующую значению  $2\xi/\mu_1$  для исследуемого пучка. В первом приближении относительно малых параметров  $\xi$  и  $\mu_1$  необходимое и достаточное условие устойчивости имеет вид

$$\begin{aligned} 2\xi/\mu_1 &> (2\xi/\mu_1)_{kp}; \\ (2\xi/\mu_1)_{kp} &= \frac{\operatorname{Im}[\lambda(i\omega_1)]}{\omega_1^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Условие (7) определяет критическое значение параметра  $(2\xi/\mu_1)_{kp}$ , т.е. характеризуется отношением между силами демпфирования и силами гидродинамического взаимодействия на границе области устойчивости.

Возможность использования результатов проведенного анализа характеристического уравнения (5) в области параметров, присущих реальным пучкам, подтверждается многочисленными экспериментальными данными. Во-первых, в реальных пучках упругие трубы

слабо демпфированы, т.е.  $\xi \ll 1$ . Во-вторых, из экспериментальных исследований известно, что в случае жидкого ( $\mu_1 = 10^{-1}$ ) и газообразного потока ( $\mu_1 = 10^{-3}$ ) при гидроупругом возбуждении колебания происходят на частоте изгибных колебаний отдельной трубы, т.е.  $\omega \approx \omega_1$ , и, следовательно,  $\mu_1 \operatorname{Re}[\lambda(i\omega_1)] \ll \omega_1^2$ . Таким образом, в реальных пучках трубок силы демпфирования и гидродинамические силы малы по сравнению с силами упругости, а это позволяет проводить анализ в предположении малости параметров  $\xi$  и  $\mu_1$ .

Полученное условие устойчивости (7) основано на анализе математической модели гидроупругого возбуждения достаточно общего вида. Известны теоретические модели (например, [13]), в которых принятые дополнительные предположения относительно вида матрицы гидродинамического взаимодействия, которые являются частным случаем выражений (6).

### Алгоритм решения задачи

Отметим основные этапы алгоритма решения задачи.

1. Постановка численного эксперимента. Один цилиндр колеблется, остальные неподвижны. Это повторяется  $2N$  раз (по отдельности в направлениях осей  $X$  и  $Y$ ). Получаем матрицу гидроупругого взаимодействия  $\mathbf{C}(\tau)$ , где каждый элемент – реализация гидродинамической силы во времени.

2. Получаем матрицу линейной гидродинамической связи  $\mathbf{S}(p)$ , которая представляет собой изображение по форме (3) матрицы гидроупругого взаимодействия  $\mathbf{C}(\tau)$ .

3. Находим  $\lambda_j(p)$  – собственные значения матрицы  $\mathbf{S}(p)$ . Из всех собственных значений находим одно  $\lambda$ , обладающее максимальной мнимой частью. Получим критическое значение параметра

$$(2\xi / \mu_1)_{kp} = \frac{\operatorname{Im}[\lambda(i\omega_1)]}{\omega_1^2}.$$

4. Повторяем все пункты с другой частотой колебаний трубы, что будет аналогично изменению безразмерной скорости обтекания, так как  $U = \frac{\pi q}{\omega_1(q-1)}$ , где  $q$  – густота расположения (см. рис. 1) труб в ряду. Получаем границу области устойчивости для пучка.

Проведенное численное исследование свойств матрицы  $\mathbf{S}(p)$  в зависимости от  $N$  показало,

что собственное значение  $\lambda$ , обладающее максимальной мнимой частью, при  $N \gg 1$  практически не зависит от  $N$  во всем диапазоне частот. Это свойство проявляется в том, что критическая скорость для больших пучков трубок определяется, главным образом, компоновкой поперечного сечения и слабо зависит от их числа.

Число трубок в пучке обычно велико, и матрица  $\mathbf{S}(p)$  будет очень высокого порядка, следовательно, будут велики и затраты времени для ее составления. Чтобы сократить вычисления, нужно принимать во внимание проявляющиеся в расчетах и подтвержденные экспериментально свойства гидродинамических связей: во-первых, существенно взаимодействие лишь между соседними трубками пучка, т.е. значительная часть элементов матрицы  $\mathbf{S}(p)$  может быть заменена нулями (свойство близкодействия); во-вторых, в поперечном сечении пучка имеет место геометрическая симметрия, которая может обеспечить соответствующую симметрию гидродинамических связей. В пучке может быть выделена типовая ячейка, состоящая из нескольких взаимодействующих трубок. Для исследования гидроупругого возбуждения пучка оказывается достаточным из численного эксперимента произвести расчет гидродинамических связей в этой ячейке. В работе представлен пример исследования устойчивости однорядного пучка, основанный на расчете матрицы линейной гидродинамической связи в типовой ячейке из трех трубок.

Необходимо также принять во внимание, что физической характеристикой потока, определяющей гидродинамическое взаимодействие, является среднерасходная скорость потока  $U$  в минимальном зазоре между соседними трубками. Эта гипотеза согласуется с установленным свойством близкодействия линейных гидродинамических сил. Тогда величина гидродинамических сил в системе  $N = 3$  отличается от сил в системе  $N \gg 1$  (бесконечный ряд труб) масштабным множителем  $(U^{(N)} / U^{(3)})^2$ .

### Основные результаты исследования

Для пучков с типовым расположением трубок в поперечном сечении проведено большое количество вычислений критических значений параметров путем плавного увеличения скорости потока до наступления интенсивных колебаний. Результаты этих измерений могут

быть обработаны на плоскости безразмерных параметров ( $\Delta$ ,  $U$ ), где  $\Delta$  – параметр демпфирования и  $U$  – безразмерная скорость в минимальном зазоре между трубками. Параметры  $U$  и  $\Delta$  связаны с параметрами  $\xi$  и  $\mu_1$  следующим образом:

$$U = \frac{\pi q}{\omega_1(q-1)}, \quad \Delta = (\pi \xi / 2\mu_1). \quad (8)$$

На рисунке 3 изображена граница области устойчивости для трех трубок в плоскости ( $\Delta$ ,  $U$ ), построенная по расчетным точкам. Здесь  $q = b/2R$  – безразмерный параметр, характеризующий густоту пучка;  $b$ -шаг пучка в направлении перпендикулярном скорости потока.

Была разработана программа, которая определяет устойчивость (обозначено звездочками) либо неустойчивость (обозначено кружками) системы из трех трубок путем решения уравнения (5) и анализа его корней. При подстановке различных значений  $\xi$  и шести значений собственных чисел для матрицы линейной гидродинамической связи размерностью  $[6 \times 6]$  и исходя из критерия Ляпунова об устойчивости системы, были получены результаты, представленные на рис. 3.

Указанная густота расположения труб в ряду была выбрана по причине существования экспериментальных результатов, приведенных в работе [2].

Здесь показаны результаты расчета при 14 различных частотах возбуждения труб, т.е. при 14 различных безразмерных скоростях обтекания труб (8). Стоит отметить, что время, затрачиваемое на расчет рассматриваемой многокомпонентной системы на одной частоте возбуждения, составляло более 10 часов на многопроцессорной технике.

На рисунке 3 представлены также результаты экспериментального определения критической скорости по данным работы [2], полученные путем непосредственного анализа амплитудно-скоростных характеристик однорядного пучка с густотой  $q = 1,41$ . При этом наблюдается хорошее совпадение результатов расчета с экспериментальными данными [2]. Таким образом, представленные численные результаты подтверждают также достоверность основных предположений относительно подобия линейных гидродинамических сил и основанной на этих предположениях методике исследования устойчивости больших пучков.

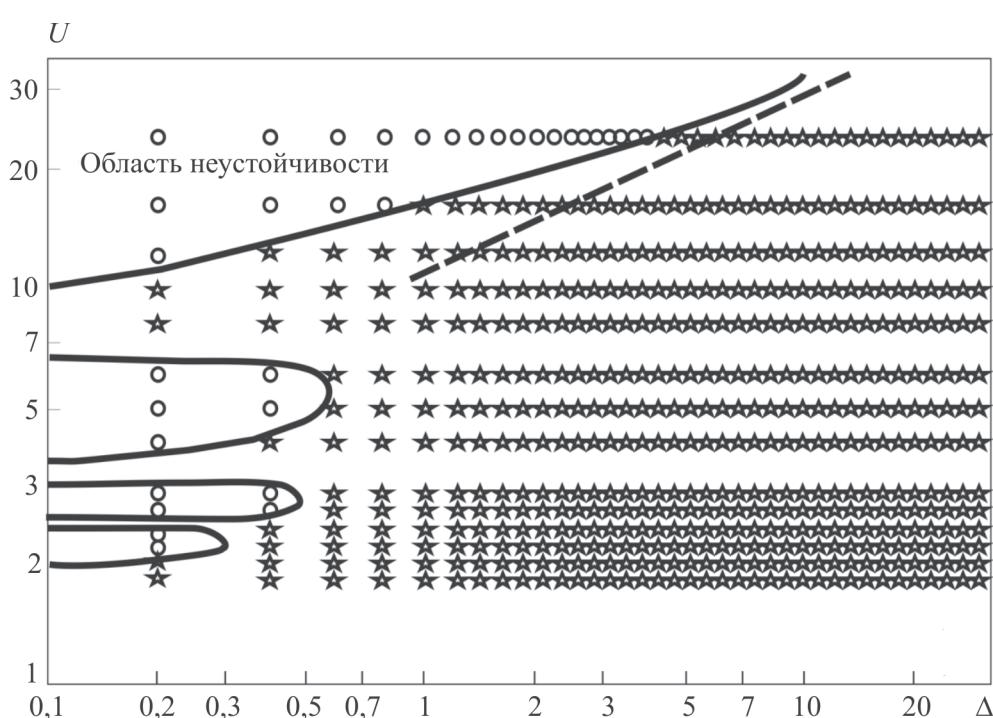


Рис. 3. Граница области устойчивости для ряда труб ( $q = 1,41$ ):

сплошная линия – расчет по разработанной методике для ряда из трех трубок;  
штриховая линия – экспериментальные данные для бесконечного ряда труб [2]

### **Заключение**

Задача изучения гидроупругого возбуждения пучка труб поперечным отрывным потоком сведена к анализу устойчивости невозмущенного состояния упругих трубок. На основании теоретического исследования и разработанной математической модели получено необходимое и достаточное условие устойчивости, выраженное через безразмерные параметры системы.

Разработан алгоритм численного определения матриц линейной гидродинамической связи (матриц влияния) для конкретных пучков труб. Достоверность алгоритма и составленных по нему программ проверена путем сравнения результатов тестовых расчетов с банком известных экспериментальных данных.

Определены значения критической скорости потока однофазной среды теплоносителя в зависимости от безразмерного параметра, включающего в себя значения логарифмического декремента колебаний и безразмерного массового параметра пучка, позволяющие оперативно проводить диагностику проектируемого или уже введенного в эксплуатацию теплообменного аппарата на наличие в нем недопустимого гидроупругого возбуждения.

Реализованная в работе методика может успешно заменить сложный натурный эксперимент.

### **Список литературы**

1. Махутов Н.А., Капунов С.М., Прусс Л.В. Вибрация и долговечность судового энергетического оборудования. Л.: Судостроение, 1985.– 300 с.
2. Коннорс Г. Гидроупругие вибрации пучков труб теплообменников // Конструирование и технология машиностроения. 1978. № 2. С. 95–102.
3. Paidoussis M.P., Mavriplis D., Price S. J. A Potential Flow Theory for the Dynamics of Cylinder Arrays in Cross Flow // Journal of Fluid Mechanics. 1984. Vol. 146. No 9. P. 227–252.
4. Tanaka H., Takahara S. Unsteady Fluid Dynamic Force on Tube Bundle and its Dynamic Effects on Vibration // Trans. ASME, PVP. 1980. Vol. 41. 1980. P. 77–92.
5. Чжень С. Механизм возникновения неустойчивости и критерий устойчивости для группы круглых цилиндров, подверженных воздействию поперечного потока. Часть 1 // Конструирование и технология машиностроения. 1983. № 1. С. 16.
6. Прайс С., Пайдусис М. Анализ движения одного упругого цилиндра для исследования гидроупругой неустойчивости пучка упругих цилиндров в поперечном потоке жидкости // Теоретические основы инженерных расчетов. Труды Американского общества инженеров-механиков. 1986. № 2. С. 271–280.
7. Lever J.H., Weaver D.S. On the stability of heat exchanger tube bundles, part I: Modified theoretical model // Journal of Sound and Vibration. 1986. Vol. 107. № 3. P. 375–392.
8. Соупер Б. Влияние схемы расположения труб на гидроупругую неустойчивость пучка труб в поперечном потоке // Труды Американского общества инженеров-механиков. Теплопередача. 1983. № 4. С. 58–65.
9. Смирнов Л.В., Николаев Н.Я. Вибрации пучков труб теплообменников // Гидродинамика и конвективный теплообмен в теплообменниках: материалы международной школы-семинара. Вильнюс, 1981. С. 60–71.
10. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. М.: МГУ, 2006. – 184 с.
11. Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Моделирование обтекания колеблющегося профиля методом вязких вихревых доменов // Известия РАН. МЖГ. 2007. № 1. С. 3–14.
12. Марчевский И.К., Иванова О.А. Численное моделирование ветрового резонанса кругового профиля методом вихревых элементов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 5. С. 8–12.
13. Алямовский М.И. Расчет автоколебаний труб теплообменных аппаратов // Энергомашиностроение. 1975. № 3. С. 33–35.
14. Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1976. – 200 с.

Материал поступил в редакцию 11.02.15

**КАПЛУНОВ  
Савелий Моисеевич**

E-mail: [kaplunov@imash.ru](mailto:kaplunov@imash.ru)  
Тел.: 8 (499) 135-54-90

Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: динамика, прочность конструкций, аэро-гидроупругие системы, физическое моделирование, нелинейные колебания. Автор более 130 научных публикаций.

**ВАЛЬЕС  
Наталья Георгиевна**

E-mail: [klevdr54@mail.ru](mailto:klevdr54@mail.ru)  
Тел.: 8 (499) 135-35-14

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: колебания, гидродинамические нагрузки на конструкции, математическое моделирование нелинейных процессов при обтекании конструкций. Автор более 70 научных статей.

**МАРЧЕВСКАЯ  
Ольга Алексеевна**

E-mail: [klevdr54@mail.ru](mailto:klevdr54@mail.ru)  
Тел.: 8 (499) 135-35-14

Кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, ассистент кафедры в МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сфера научных интересов: математическое моделирование поведения конструкций при аэrodинамических нагрузках. Автор более 25 научных статей.

**САМОЛЫСОВ  
Алексей Витальевич**

E-mail: [vostok-as88@mail.ru](mailto:vostok-as88@mail.ru)  
Тел.: 8 (499) 135-35-14

Аспирант лаборатории в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Сфера научных интересов: сопротивление материалов, конструкционная прочность, математическое моделирование поведения конструкций при статических, динамических, гидродинамических нагрузках. Автор более 15 научных статей.