

УДК 621.833.6

# ПРОБЛЕМА СИЛОВОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ ЗУБЧАТЫХ ТРЕХСАТЕЛЛИТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Л.Т. Дворников, С.П. Герасимов, Е.В. Дворникова

Рассмотрена проблема многосателлитных зубчатых планетарных передач, заключающаяся в том, что при традиционно используемом в практике методе установки всех сателлитов на единое звено – водило, невозможно обеспечить равномерное нагружение сателлитов. Исследованием статики планетарной передачи с тремя сателлитами, установленными на водило, показано, что такая передача работоспособна лишь в случае, если два из трех сателлитов не имеют зацепления хотя бы с одним из центральных колес, и обоснован метод установки сателлитов в конструкцию передачи через дополнительные звенья-рычаги, обеспечивающие участие всех трех сателлитов в зацеплении с равномерным распределением нагрузки между ними. Применимость в технике рекомендуемого метода установки сателлитов подтверждено патентом на изобретение и подробным доказательством его технической состоятельности.

**Ключевые слова:** зубчатый механизм, планетарная передача, сателлит, многосателлитность, силовой расчет.

# THE PROBLEM OF POWER STUDIES OF PLANETARY GEAR THREE SATELLITE BROADCASTS

L.T. Dvornikov, S.P. Gerasimov, E.V. Dvornikova

The article is devoted many satellites toothed planetary gears is the fact that the traditional method used in the practice of setting all satellites on a single link - the carrier is not possible to provide uniform loading of the satellites. In reality, the main burden in such programs through a single satellite, but because the calculations on the strength of such programs are produced approximately. Detailed study of the power of the planetary gear with three satellites mounted on a carrier, the article shows that the transfer is efficient only if two out of three of the satellites are not engaging at least one of the main wheels, and justified the installation method in the design of the satellites transmit through Additional units – levers for the participation of all three satellites in the engagement with the uniform distribution of the load between them. The applicability of the technique recommended installation method satellites confirmed the patent for the invention and detailed proof of its technical viability. The proposed method for the construction of planetary gears with the number of satellites is more than one can afford is widely used in practice many satellites transmission with uniform distribution of the load among all the satellites that will provide a significant increase in the efficiency of the planetary gears and the improvement of their mass-dimensional parameters.

**Keywords:** gear mechanism, planetary gear, satellite, many satellite, power calculation.

## **Введение**

Планетарные зубчатые передачи широко используются в современной технике. Они нашли применение в транспортных машинах, в металлообрабатывающих станках и агрегатах, в военном машиностроении, в грузоподъемном оборудовании, в горном деле и др. Такие передачи позволяют обеспечивать большие передаточные отношения при относительно малых габаритных размерах и обладают высоким коэффициентом полезного действия. Однако можно утверждать, что далеко не все потенциальные преимущества таких передач перед обычными зубчатыми редукторами используются в настоящее время в полной мере.

В частности, остается не до конца исследованной проблема многосателлитности планетарных передач. Уже в капитальном труде Руденко Н.Ф. [1], по планетарным передачам, изданном в 1947 году было отмечено, что используемые в практике приемы установки сателлитов на одно общее водило не позволяют добиваться равномерного распределения нагрузки между сателлитами, и даже были показаны примеры конструкций уравнителей, решающих эту проблему, которые однако не получили применения из-за чрезмерной сложности. В 1966 г. Кудрявцев В.Н. [2], один из ведущих специалистов по планетарным передачам, нашел необходимым отметить, что в многосателлитных передачах наибольшая нагрузка имеется в зацеплении одного сателлита, поэтому расчеты на прочность (зацепления, опор и других деталей) надо вести по нагрузке на один сателлит. Практически все методики расчета прочности, используемые в планетарном редукторостроении, базируются на рекомендациях Кудрявцева В.Н. За прошедшие со времени издания работ [1, 2] более чем пятьдесят лет каких-либо принципиальных изменений в методиках проектирования планетарных передач не произошло, хотя надобность и актуальность таких изменений была и остается очевидной.

Цель данного исследования показать возможность создания трехсателлитной планетарной передачи с увеличенным коэффициентом полезного действия (КПД).

## **Задачи исследования**

Системное разрешение проблемы многосателлитности планетарных передач, а именно: равномерное распределение нагрузки между

устанавливаемыми в планетарных зубчатых передачах сателлитами, может быть найдено после корректного решения двух задач. Первая задача заключается в том, чтобы, используя известные, не вызывающие сомнений методы силового анализа механических систем, оценить и доказать невозможность силового решения применяемой ныне схемы установки нескольких сателлитов на одно водило, что дает возможность получать лишь приближенные решения, приводящие к потерям в массе и габаритах параметров передач и понижению их КПД.

Второй и наиболее важной является задача обоснования принципиально нового метода конструирования планетарных зубчатых передач, при котором может быть достигнуто гарантированно равномерное распределение нагрузки между сателлитами, что позволит добиться повышения КПД передач, увеличения их долговечности и уменьшения массогабаритных параметров. Обе эти задачи решаются на примере широко применяемых в технике трехсателлитных планетарных передач.

## **Доказательство силовой неразрешимости трехсателлитных планетарных передач**

При создании планетарных зубчатых передач, в которых используются сателлиты, т.е. зубчатые колеса с подвижными геометрическими осями, важно устраниТЬ силы инерции сателлитов относительно оси вращения водила. Решается эта задача достаточно просто: вместо одного устанавливают два, а чаще всего три сателлита, за счет чего силы инерции сателлитов уравновешиваются. При этом априори предполагается возможность уменьшения действующих нагрузок на каждый из сателлитов, распределив их между ними. Однако опыт показывает, что уменьшить нагрузку на каждый из сателлитов не удается. Дело в том, что установка на единое водило нескольких сателлитов приводит или к полной остановке всей системы, или к невозможности участия дополнительных сателлитов в передаче сил, что можно доказать.

На рисунке 1 показана трехсателлитная планетарная передача, где обозначены: 1 – центральное ведущее колесо, 2, 3, 4 – сателлиты, Н – водило и 5 – центральное неподвижное колесо. Рассмотрим эту передачу подробно.

Подвижность этой системы может быть определена по известной формуле Чебышёва П.Л. [3]

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1)$$

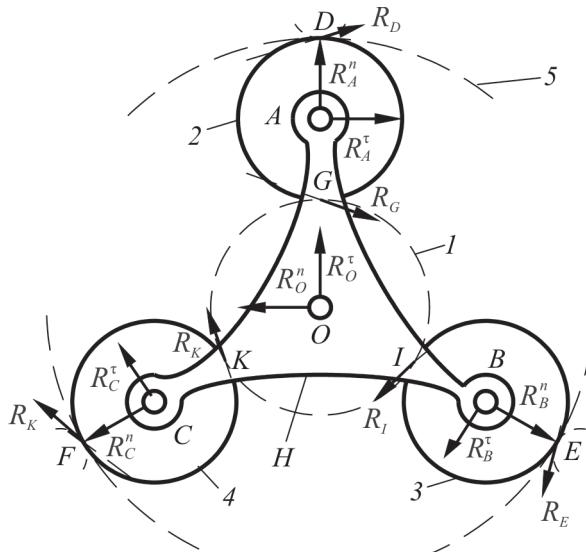


Рис. 1. Трехсателлитная планетарная передача

где  $n$  – общее число подвижных звеньев;  $p_5$  – одноподвижные кинематические пары–шарниры;  $p_4$  – высшие кинематические пары (пары зацепления), появляющиеся в соединениях зубьев зубчатых колес.

В рассматриваемой цепи: пять подвижных звеньев ( $n = 5$ ), а именно: центральное колесо, водило  $H$  и три сателлита; пять кинематических пар–шарниров ( $p_5 = 5$ ) – три соединения сателлитов с водилом в шарнирах  $A, B, C$  и два соединения с неподвижным звеном – стойкой центрального ведущего колеса и водила; шесть пар зацепления ( $p_4 = 6$ ) – три зацепления зубьев сателлитов в точках  $D, E, F$  с неподвижным колесом и три зацепления тех же сателлитов в точках  $G, I, K$  с центральным ведущим колесом.

Подставив  $n = 5$ ,  $p_5 = 5$  и  $p_4 = 6$  в формулу (1), получим  $W = -1$ .

Этот результат означает, что приведенная на рис. 1 цепь является неподвижной и статически неопределенной.

Рассмотрим возможность силового исследования этого механизма, выделив из него цепь, присоединяемую к ведущему звуно, т.е. водило с тремя сателлитами, и предпримем попытку найти реакции во всех её связях – кинематических парах.

Эти реакции показаны на схеме цепи (см. рис. 1). Их всего 14 – это 6 реакций в шарнирах, соединяющих сателлиты с водилом,  $\bar{R}_A(R_A^n, R_A^t)$ ,  $\bar{R}_B(R_B^n, R_B^t)$  и  $\bar{R}_C(R_C^n, R_C^t)$ ; три реакции в зацеплениях сателлитов с неподвижным колесом 5 ( $\bar{R}_D, \bar{R}_E, \bar{R}_F$ ); три реакции в зацеплениях са-

теллитов с ведущим центральным колесом ( $\bar{R}_G, \bar{R}_I, \bar{R}_K$ ) и две реакции в шарнире, соединяющем водило со стойкой  $\bar{R}_O(R_O^n, R_O^t)$ . Исходя из принципа кинетостатики, для нахождения реакций в связях плоского механизма можно составить по три уравнения равновесия для каждого звена цепи:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_z(\bar{F}) = 0.$$

В рассматриваемой цепи подвижных звеньев четыре – это водило и три сателлита, т.е. всего можно составить двенадцать уравнений равновесия, а неизвестных реакций в цепи четырнадцать. Становится очевидным, что задача эта неразрешима. В физическом смысле это означает, что рассматриваемая цепь не только неподвижна, но и дважды статически неопределенна. Исправить её можно уменьшением излишних связей, а это возможно лишь путём исключения двух связей – зацеплений.

В известных исследованиях [4–6] и методических указаниях по планетарным передачам, включая основополагающие монографии [1, 2], эта проблема так отчетливо не ставилась и не решалась, как предлагается в этой статье, возможность установки на одно водило нескольких сателлитов принималась за безусловно приемлемую. Отметим, что к такому соображению были серьезные основания, а именно – реальный положительный опыт создания и использования [7–9] на практике неодносателлитных передач. Так, трехсателлитные передачи, в которых все три сателлита устанавливаются одинаково на одно водило, до настоящего времени широко изготавливаются и применяются в технике [10, 11]. Объясняется это тем, что рассматриваемые механические системы обладают возможностью избавления от излишних связей при самоустановлении звеньев между собой. Это вполне реализуемо, так как зацепления зубчатых колес являются связями неудерживающими, они обеспечивают передачу движения лишь в одном направлении. При наличии зазоров в соединениях колес исключаются собственно связи, т.е. непосредственные касания зубьев колес, а обеспечение таких зазоров при изготовлении колес и их монтаже – задача несложная. Уже при сборке редуктора всегда можно заметить невозможность установки колес друг относительно друга и снять эту проблему введением зазоров. Именно по этой причине в трехсателлитной планетарной передаче собственно обеспечивается движение

звеньев, так как два из трех сателлитов в зацеплении не участвуют, т.е. передача сил происходит через единственный сателлит и не обязательно что через один и тот же.

### Алгоритм статического анализа самоустанавливающихся трехсателлитных планетарных передач

Необходимо привести обоснование нового подхода к созданию трехсателлитной планетарной передачи, согласно которому гарантируется соприкосновение всех сателлитов зубьями с центральными колесами даже при наличии зазоров.

Практически эта задача решается путем установки сателлитов на дополнительные рычаги в соответствии с техническим решением по патенту РФ на изобретение № 2013154381 [12]. Согласно этому решению три сателлита объединяются в шестизвенную цепь нулевой подвижности, т.е. в группу Ассура, которая не распадается на более простые группы и приводится в движение центральным колесом. Эта цепь показана на рис. 2.

В ней сателлиты 2, 3, 4 соединяются между собой и с выходным звеном – поводком 7 через два дополнительных звена – рычаги 5 и 6. При этом рычаги 5 и 6 выполняются трехпарными (трехшарнирными). Первый из рычагов связывает сателлиты 2 и 3, а второй – рычаг 5 с третьим сателлитом 4 и с поводком 7. В этой цепи шесть звеньев (сателлиты 2, 3, 4, рычаги 5, 6 и поводок 7), шесть шарниров – кинематических пар  $p_5$  ( $A, B, C, L, M, O$ ) и шесть высших пар  $p_4$  ( $D, E, F, G, I, K$ ) в зацеплениях колес. Эта система является статически определимой, что подтверждается формулой (1), по которой при  $n = 6, p_5 = 6$  и  $p_4 = 6$  имеем  $W = 0$ . Это означает, что, если к рассматриваемой цепи приложить известные внешние силы, силы и моменты сил инерции, то полные реакции во всех кинематических парах окажутся вполне определимыми.

Приведем доказательство этого. Всего в цепи (см. рис. 2) 18 неизвестных ( $R_A^t, R_A^n, R_B^t, R_B^n, R_C^t, R_C^n, R_L^t, R_L^n, R_M^t, R_M^n, R_O^t, R_O^n, \bar{R}_D, \bar{R}_E, \bar{R}_F, \bar{R}_G, \bar{R}_I, \bar{R}_K$ ), а так как цепь состоит из шести звеньев (трех сателлитов 2, 3, 4 и трех рычагов 5, 6, 7) и для каждого из звеньев можно составить по три уравнения равновесия, т.е. 18 уравнений, то все 18 составляющих реакций в цепи могут быть найдены. Однако имеет смысл составить такие уравнения равновесия, по которым можно было бы последовательно находить

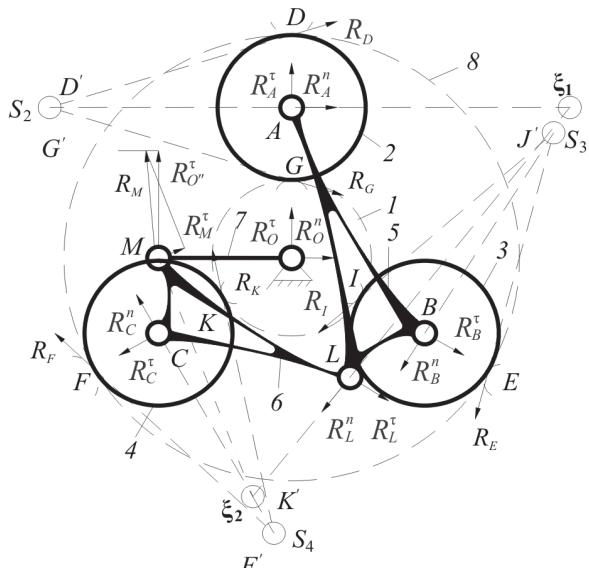


Рис. 2. Трехсателлитная планетарная передача с дополнительными рычагами

составляющие реакций, не прибегая к решению системы из 18 уравнений.

К рассматриваемой цепи целесообразно применить следующий подход. Прежде всего, определив точки пересечений реакций в зацеплениях зубьев сателлита под номером 2 ( $\bar{R}_D$  и  $\bar{R}_G$ ) – точка  $S_2$ , сателлита под номером 3 ( $\bar{R}_E$  и  $\bar{R}_I$ ) – точка  $S_3$  и сателлита под номером 4 ( $\bar{R}_F$  и  $\bar{R}_K$ ) – точка  $S_4$ , можно, составив уравнения равновесия сумм моментов сил, приложенных к каждому из сателлитов относительно точек  $S_2, S_3$  и  $S_4$

$$\sum M_{S_i}(\bar{F}) = 0,$$

найти тангенциальные составляющие реакций в шарнирах  $A, B, C - R_A^t, R_B^t, R_C^t$ . После этого становится возможным найти на пересечении перпендикуляров к направлениям реакций  $R_A^t$  и  $R_B^t$  точку  $\xi_1$ , относительно которой сумма моментов сил для звена 5 – рычага  $ABL$  выражается уравнением с единственной в нем неизвестной реакцией  $R_L^t$

$$\sum_{3 \in 5} M_{\xi_1}(\bar{F}) = 0.$$

После нахождения  $R_L^t$  можно рассмотреть равновесие рычага 6, реакции  $R_L^t$  и  $R_C^t$  которого известны. Для этого проведем из точек  $L$  и  $C$  звена 6 линии, перпендикулярные к реакциям  $R_L^t$  и  $R_C^t$ , до пересечения их в точке  $\xi_2$ . Сумма моментов сил для звена 6 относительно точки  $\xi_2$  выражается уравнением

$$\sum_{\text{зв6}} M_{\zeta_2}(\bar{F}) = 0,$$

из которого при известных  $R_L^t$  и  $R_C^t$  определится тангенциальная составляющая  $R_M^{t'}$  полной реакции в точке  $M$ .

Чтобы найти вторую составляющую полной реакции в точке  $M$ , составим относительно точки  $O$  уравнение суммы моментов сил, действующих на звено 7 (поводок), откуда станет известной реакция  $R_M^{t''}$ :

$$\sum_{\text{зв7}} M_O(\bar{F}) = 0.$$

Конец полной реакции в шарнире  $M$  находится на пересечении линий, проведенных из концов векторов  $R_M^{t'}$  и  $R_M^{t''}$  перпендикулярно их направлениям.

После нахождения полной реакции в шарнире  $M$  можно отыскать полные реакции во всех шарнирах цепи из векторных уравнений сил, действующих на звенья. Из уравнения

$$\sum_{\text{зв7}} \bar{F} = 0$$

определенится полная реакция в опоре  $O$ .

По векторному уравнению сил

$$\sum_{\text{зв6}} \bar{F} = 0,$$

действующих на звено 6, становится возможным найти полные реакции в шарнирах  $C$  и  $L$ .

Из векторного уравнения сил

$$\sum_{\text{зв5}} \bar{F} = 0,$$

действующих на звено 5, определяются полные реакции в шарнирах  $A$  и  $B$ .

Наконец, при известных реакциях в шарнирах  $A$ ,  $B$  и  $C$  сателлитов из векторных уравнений сил, действующих на каждый из сателлитов

$$\sum_{\text{зв2}} \bar{F} = 0, \quad \sum_{\text{зв3}} \bar{F} = 0, \quad \sum_{\text{зв4}} \bar{F} = 0,$$

определяются реакции  $\bar{R}_D$ ,  $\bar{R}_G$ ,  $\bar{R}_E$ ,  $\bar{R}_I$ ,  $\bar{R}_F$  и  $\bar{R}_K$  в зацеплениях сателлитов с центральными колесами.

### Анализ полученных результатов

Некоторое усложнение конструкции передачи введением двух дополнительных рычагов 5 и 6, а также двух кинематических пар – шарниров  $L$  и  $M$  может быть существенно компенсировано тем, что крутящий момент от ведущего

колеса при этом гарантированно будет передаваться через все три сателлита, т.е. нагрузка на отдельный сателлит уменьшится втрой, что повысит ресурс передачи и позволит уменьшить габариты и массу передачи в целом.

Принятое техническое решение, позволяющее сателлитам самоустанавливаться между центральными колесами через высшие кинематические пары – пары зацепления – снижает жесткое влияние перекосов во вращательных кинематических парах. Поскольку цепь, состоящая из звеньев 2–7 нулевой подвижности, то она является самоустанавливающейся. Как только одно из звеньев цепи, ведомых центральным колесом 1, т.е. любой из сателлитов, войдет в зацепление с другим из центральных колес, сателлит продолжит свое движение (проскальзывание по зубьям центральных колес) до тех пор, пока не войдет в зацепление второй сателлит, а затем третий, т.е. вход в зацепление всех трех сателлитов становится неизбежным, и каждый из сателлитов будет передавать нагрузку одинаковую с другими сателлитами. Единственно возможным при этом является равномерное распределение передаваемой мощности между сателлитами.

Для примера покажем определение усилий в соединениях передачи. Если в качестве ведущего звена принять центральное колесо 1 (см. рис. 2), то момент сопротивления  $M_c$ , приложенный к ведомому звену 7, уравновесится тремя равными между собой реакциями  $\bar{R}_D = \bar{R}_E = \bar{R}_F = \bar{R}$  со стороны неподвижного колеса 8. Эта реакция может быть найдена из соотношения

$$R = \frac{M_c}{3r_8 \cdot \cos \alpha} \approx 0,35 \frac{M_c}{r_8},$$

где  $\alpha = 20^\circ$  – угол зацепления эвольвентной передачи.

Рассматривая далее равновесие одинаково нагруженных сателлитов 2, 3 и 4, можно найти реакции в зацеплениях  $G$ ,  $I$ ,  $K$ , а из условий равновесия каждого из сателлитов – реакции в опорах  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

### Заключение

Рассмотренные в статье задачи силового анализа планетарных зубчатых передач с тремя сателлитами, установленными на единое водило или посредством двух дополнительных рычагов, убедительно показали, что эти приемы принципиально отличаются друг от друга.

В первом случае передача оказывается или в принципе неработоспособной, или работает с зазорами в зацеплениях, при которых реально возможна передача мощности лишь через один сателлит. Только установкой сателлитов в цепь через дополнительные рычаги можно обеспечить одинаковое нагружение всех сателлитов и тем самым добиться повышения КПД и уменьшения массы габаритных параметров передачи. Отметим, что, рассуждая аналогичным образом, можно построить планетарные передачи и при другом числе сателлитов (более трех) с равномерным нагружением всех сателлитов.

### Список литературы

1. Руденко Н.Ф. Планетарные передачи. Теория, применение, расчет и проектирование. 3-е изд., испр. и доп. М.: Машгиз, 1947. – 756 с.
2. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. 2-е изд. М.; Л.: Машиностроение, 1966. – 308 с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. 4-е изд. М.: Наука, 1988. – 640 с.
4. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т (ХАИ), 2003. – 446 с.
5. Третьяков В.М. Графический метод построения картины распределения угловых скоростей зубчатых механизмов // Теория механизмов и машин. 2011. Т. 9. № 2(18). С. 76–84.
6. Третьяков В.М. Использование картины распределения угловых скоростей при синтезе цилиндрических зубчатых механизмов // Теория механизмов и машин. 2012. Т. 10. № 1(19). С. 79–87.
7. Пивоваров А.О., Шевчук В.П. Исследование применяемых планетарных передач и механизмов на избыточные связи // Вестник Академии военных наук. 2011. № 2 (спецвыпуск). С. 316–321.
8. Шевчук В.П., Пивоваров А.О. Планетарный механизм поворота с составным водилом // Политранспортные системы: матер. VII всерос. науч.-техн. конф., г. Красноярск, 25–27 нояб. 2010 г. Красноярск, 2010. С. 113.
9. Шевчук В.П., Пивоваров А.О., Ляшенко М.В., Шеховцов В.В., Котовсков А.В. // Планетарная передача / П. м. 103591 РФ, МПК F 16 H 1/48.; ВолгГТУ. – 2011.
10. Сидоров П.Г., Ширяев И.А., Пашин А.А., Плясов А.В. Метод образования простейших планетарных механизмов // Известия ТулГУ. Технические науки. 2009. Ч. II. Вып. 2. С. 3–12.
11. Абрамов И.В., Осетров В.Г., Плеханов Ф.И. и др. Технология изготовления редукторов. Глазов: Изд-во ГТПИ, 2005. – 202 с.
12. Патент РФ №2013154381 Самоустанавливающийся трехсателлитный планетарный редуктор / Герасимов С.П. Дворников Л.Т. приоритет от 06.12.2013.

Материал поступил в редакцию 06.12.14

**ДВОРНИКОВ  
Леонид Трофимович**

E-mail: [tmmiok@yandex.ru](mailto:tmmiok@yandex.ru)  
Тел.: 8 (3843) 46-57-91

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Сибирского государственного индустриального университета (СибГИУ), г. Новокузнецк, заслуженный деятель науки РФ, действительный член Международной академии высшей школы (МАНВШ) и Российской академии естествознания (РАЕ). Специалист в области теории механизмов и машин, автор 10 монографий и 500 научных статей и 340 изобретений,

**ГЕРАСИМОВ  
Семён Павлович**

E-mail: [extend42@yandex.ru](mailto:extend42@yandex.ru)  
Тел.: 89059653118

Аспирант кафедры теории основ конструирования машин СибГИУ. Сфера научных интересов: исследование и проектирование планетарных передач. Автор пяти научных статей, трех патентов.

**Дворникова  
Елена Владимировна**

E-mail: [grom.pen@yandex.ru](mailto:grom.pen@yandex.ru)

Аспирант КирГТГУ им Раззакова. Сфера научных интересов: исследование зубчато-рычажных механизмов. Автор двух научных статей и одного изобретения.