## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФАЗОВЫХ И СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ КРУЧЕНИИ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОК ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ\*

### Е.Б. Саганов

В работе рассмотрена задача кручения тонкостенных трубок из сплава с памятью формы (СПФ) при различных температурных режимах. В частности, изучено поведение трубок из СПФ при таких изотермических процессах, как мартенситная неупругость и сверхупругость. Кроме этого, рассмотрена неизотермическая задача о прямом и обратном термоупругом мартенситном фазовом превращении при действии постоянного крутящего момента. Решение поставленных задач выполнено в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях. Приведены кривые «безразмерные напряжения – полные деформации», соответствующие петлям сверхупругости и мартенситной неупругости. Получены графические зависимости «объемная доля мартенситной фазы – полные деформации» для различных величин крутящего момента, под действием которого происходит прямой/обратный переход.

**Ключевые слова:** сплавы с памятью формы, кручение, трубка, сверхупругость, мартенситная неупругость, прямое мартенситное превращение, обратное мартенситное превращение.

### MODELING PROCESSES OF PHASE AND STRUCTURE TRANSITIONS OF TORSION THIN-WALLED TUBES FROM SHAPE MEMORY ALLOY

### E.B. Saganov

In this paper there is considered the torsion problem of thin-walled tubes made from shape memory alloy (SMA) at different temperature modes. In particular, behavior of SMA tubes at such isothermal processes, as martensitic non-elasticity and superelasticity has being studied. Moreover, anisothermic problem of the direct and reverse thermoelastic martensitic phase transitions under constant torque is discussed. Set problems were solved for the non-linear model of straining of SMA in phase and structure transitions. The dimensionless stresses – total deformations curves corresponding to superelasticity and martensitic non-elasticity loops are shown. Graphic dependences of «volumetric part of martensite phase – total deformation» for various torque values, under which direct and reverse transitions occur, have been derived.

*Keywords:* shape memory alloys, torsion, tube, superelasticity, martensitic non-elasticity, direct phase transition, reverse phase transition.

### Введение

Сплавы с памятью формы (СПФ) [1] имеют широкие возможности технического приложения [2, 3]. В частности, тонкостенная трубка из СПФ, работающая на кручение, может быть использована в качестве рабочего тела силовозбудителей крутящего момента, торсионных актуаторов, сверхупругих пружинных элементов, гасителей крутильных колебаний, демпфирующих устройств. При этом механизм деформирования трубки из СПФ зависит от ее текущей температуры. Так, в случае постоянства температуры трубки возможны, по крайней мере, два варианта ее деформирования. При темпе-

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, проект № 14-01-00189.

ратурах ниже температуры окончания прямого мартенситного превращения наблюдается явление мартенситной неупругости (MH) [4], а при температурах выше температуры окончания обратного мартенситного превращения, но ниже температуры  $M_{\pi}$  (температуры, ниже которой мартенсит может возникнуть не только вследствие понижения температуры, но и под действием механического напряжения [1]), явление сверхупругости [4]. Оба варианта деформирования реализуются при монотонном нагружении/разгрузке трубки из СПФ и характеризуются накоплением фазово-структурной деформации. В случае мартенситной неупругости накопленные структурные деформации не снимаются после разгрузки. При сверхупругости, напротив, фазово-структурные деформации снимаются полностью, при условии, что текущая температура трубки при разгрузке будет выше температуры окончания обратного мартенситного превращения.

Под неизотермическими процессами деформирования понимается охлаждение и нагрев через интервал температур соответствующих термоупругих фазовых превращений. В общем случае СПФ состоят из двух фаз: высокопрочной, высокомодульной, с объемно-центрированной кубической кристаллической решеткой аустенитной фазы и низкопрочной, нежесткой, с моноклинной структурой с искажениями мартенситной фазы. Так, при охлаждении наблюдается переход аустенитной фазы в мартенситную, и этот процесс носит название прямого превращения. Обратное превращение реализуется при нагреве образца из СПФ, при этом мартенситная фаза переходит в аустенитную. В случае, если прямое превращение происходит под действием внешнего напряжения, наблюдается явление накопления неупругих фазово-структурных деформаций. Их девиатор соосен девиатору приложенного внешнего напряжения. При обратном превращении, напротив, накопленные неупругие деформации снимаются.

Изучению поведения тонкостенных трубок из СПФ при кручении посвящены работы [5–7]. Рассмотрение задач велось в рамках моделей [8, 9] и [10, 11], соответственно. В работе [9] решена задача о прямом мартенситном превращении в стержне сплошного круглого поперечного сечения, находящегося под действием постоянного крутящего момента в рамках модели [12–16]. При этом предполагалось, что параметр фазового состава (объемная доля мартенситной фазы) равномерно распределен по сечению стержня, а упругие компоненты тензора деформаций не учитывались. В работе [17] была решена аналогичная задача, однако при решении не принимались гипотезы относительно распределения параметра фазового состава, а учитывались упругие деформации. Соответствующая задача об обратном мартенситном фазовом превращении в рамках той же модели рассмотрена в работах [18, 19]. Решение задачи выполнено как для случая постоянного крутящего момента, так и переменного. Экспериментальному исследованию поведения трубок из СПФ при кручении посвящены работы [20-27]. Дважды связанная задача о сверхупругом поведении тонкостенной трубки из СПФ решена в работе [28].

Модель, рассмотренная в работах [12–16], количественно и качественно правильно описывает весьма широкий круг явлений, характерных для СПФ: явления мартенситной неупругости и сверхупругости; эффекты накопления деформаций прямого и ориентированного превращения, памяти формы, переменности упругих модулей при фазовом переходе; выделения и поглощения латентного тепла фазового перехода; диссипативные явления; зависимости характерных температур фазовых переходов от действующих напряжений и т.д.

Как экспериментально установлено [29, 30], элементы из СПФ весьма склонны к потере устойчивости и имеют значения критических сил, существенно меньшие, чем упругие элементы с такими же модулями и такой же геометрии. В частности, в работе [31] решена задача о потере устойчивости цилиндрической оболочки, претерпевающей прямое термоупругое фазовое превращение, под действием крутящего момента.

Целью данной работы является построение решения и проведение численного моделирования пропорционального нагружения/разгрузки тонкостенной трубки из СПФ, работающей на кручение, а также изучение ее поведения при неизотермических режимах работы.

# Система определяющих соотношений

Рассматривается задача кручения тонкостенных трубок. Считается, что градиент напряжений по толщине трубки отсутствует. При этом в цилиндрической системе координат (рис. 1) отличными от нуля будут только касательные

3



Рис. 1. Цилиндрическая система координат ( $r, \phi, z$ )

напряжения  $\tau_{z\phi}$  (в дальнейшем для краткости нижний индекс будет опускаться):

$$\tau_{z\varphi} = M_{\kappa p} / 2\pi R^2 \delta, \qquad (1)$$

где  $M_{\rm кр}$  – внешний крутящий момент; R,  $\delta$  – радиус срединной поверхности и толщина трубки, соответственно.

Решение задачи выполнено в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [12–16]. Предполагается аддитивное представление тензора деформаций. При этом не учитываются температурные и объемные деформации. Кроме того, пренебрегается объемным эффектом реакции прямого мартенситного превращения. При кручении полные деформации системы определяются на основе следующего соотношения:

$$\gamma = \gamma^e + \gamma^{phs}, \tag{2}$$

$$\gamma^e = \tau / G(q), G(q) = q / G_M + (1 - q) / G_A,$$
 (3)

где  $\gamma^e$  – упругая деформация;  $\gamma^{phst}$  – неупругая фазово-структурная деформация; q – объемная доля мартенситной фазы;  $G_A$ ,  $G_M$  – модули сдвига аустенитной и мартенситной фазы, соответственно.

Приращение неупругой фазово-структурной деформации  $d\gamma^{phst}$  определяется на основе следующего соотношения:

$$d\gamma^{phst} = d\gamma^{ph} + d\gamma^{st},$$

где *d*ү<sup>*ph*</sup>, *d*ү<sup>*st*</sup> – приращение фазовой и структурной деформаций, соответственно.

В случае мартенситной неупругости параметр фазового состава остается величиной постоянной (q = 1). При этом фазовые деформации не возникают, и материал трубки деформируется по механизму структурного превращения [32]:

$$d\gamma^{phst} = d\gamma^{st} = 3\rho_d q F_2' (\sqrt{3}\tau) d\tau$$
 при  $d\tau > 0$ , (4) иначе  $d\gamma^{st} = 0$ .

Здесь  $\rho_d$  – интенсивность кристаллографической деформации фазового превращения;  $d\tau$  – приращение касательных напряжений;  $F_2(\sqrt{3}\tau), F_2'(\sqrt{3}\tau)$  – функция распределения интенсивности микронапряжений в мартенситном фазовом состоянии и ее производная.

Для того чтобы найти функцию *F*<sub>2</sub> на основании экспериментальных данных, диаграмма мартенситной неупругости записывается через эту функцию [14]:

$$\varepsilon_i = \rho_d F_2(\sigma_i),$$

где  $\varepsilon_i$  и  $\sigma_i$  – интенсивности деформаций и напряжений, соответственно.

Форме диаграммы мартенситной неупругости хорошо соответствуют распределение Вейбулла или распределение Лапласа с порогами [12]. В данной работе используется распределение Вейбулла.

При сверхупругости материал трубки испытывает как прямое, так и обратное мартенситное превращения вследствие действия монотонно возрастающих/убывающих напряжений. Для приращения структурных деформаций справедливо уравнение (4), а приращение фазовой деформации вычисляется на основе следующих соотношений:

$$d\gamma^{ph} = \sqrt{3} \rho_d (1 - qf(q)) F_1(\sqrt{3} \tau) + f(q) \gamma^{phst}$$
  
при  $dq > 0;$  (5)

$$d\gamma^{ph} = \gamma^{phst}/q$$
 при  $dq < 0;$  (6)  
 $f(q) = a_0, 0 < a_0 < 1,$ 

J

где f(q) – материальная функция, определяющая вклад в приращение фазовой деформации процессов зарождения и развития мартенситных элементов;  $F_1(\sqrt{3}\tau)$  – функция распределения интенсивности микронапряжений в аустенитном фазовом состоянии.

Известно [12], что диаграмма прямого превращения СПФ имеет уравнение  $\varepsilon_i = \rho_d F_1(\sigma_i)$ . На основании этой зависимости эксперимен-

4

тально определяется материальная функция *F*<sub>1</sub>. Известной форме диаграмм прямого превращения соответствуют функции экспоненциального распределения или распределения Лапласа.

Параметр фазового состава *q* вычисляется согласно следующему блоку уравнений:

$$q = (1 - \cos(\pi t_{\sigma}))/2; \tag{7}$$
$$M^{\sigma} - T$$

$$t_{\sigma} = \frac{M_{s}^{\sigma} - M_{f}^{0}}{M_{s}^{0} - M_{f}^{0}}$$
при  $aq > 0,$   
 $t_{\sigma} = \frac{A_{f}^{\sigma} - T}{m}$ при  $dq < 0;$  (8)

$$A_{f}^{\sigma} - A_{s}^{\sigma}$$
  
 $M_{s,f}^{\sigma} = M_{s,f}^{0} + \sqrt{3} \tau \omega^{+} / \Delta S_{0},$ 

$$A_{s,f}^{\sigma} = A_{s,f}^{0} + \sqrt{3} \tau \omega^{3} / \Delta S_{0}$$
(9)

$$\omega^{+} = \rho_{d}(1 - qf(q))F_{1}(\sqrt{3}\tau) + f(q)\gamma^{phst}/\sqrt{3},$$
  
$$\omega^{-} = \gamma^{phst}/\sqrt{3}q.$$
 (10)

Здесь  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$ ,  $A_f$  – температуры начала и окончания прямого/обратного мартенситного превращения; верхний индекс «0» соответствует случаю отсутствия напряжений, а верхний индекс « $\sigma$ » – наличию напряжений;  $\Delta S_0$  – скачок объемной плотности энтропии при переходе от мартенситного состояния к аустенитному при отсчетной температуре *T*.

Общий алгоритм решения задач следующий. Первоначально трубка из СПФ находится в ненагруженном состоянии при температурах  $T < M_f^0$  (мартенситная неупругость) или при  $T \ge A_f^0$  (сверхупругость), соответственно. Далее следует процесс активного нагружения с шагом  $d\tau > 0$ , определяются упругие деформации (3) и приращение фазово-структурных деформаций (4)–(6). На их основе вычисляются полные деформации системы (2).

В случае мартенситной неупругости данный процесс прекращается по достижении образцом деформации, коррелирующей с величиной  $\rho_{d}$ . При сверхупругости нагружение продолжается до завершения прямого мартенситного превращения (q = 1). Данная точка процесса определяется из блока уравнений (7)–(10), при этом считается, что температура трубки из СПФ *T* постоянна и не изменяется в процессе нагружения. Затем следует разгрузка, приводящая к обратному переходу. В случае же мартенситной неупругости разгрузка происходит упруго в соответствии с теоремой Генки [33].

Как уже отмечалось выше, при рассмотрении задачи о прямом/обратном мартенситном превращении в трубке из СПФ, протекающем под действием постоянного крутящего момента, предполагается, что температура распределена равномерно по ее сечению. Кроме того, кручение тонкостенных трубок является статически определимой задачей. Учитывая вышеизложенное, фазовые превращения будут происходить при постоянном значении напряжений, которые однозначно определяются согласно соотношению (1). Однако действующие напряжения будут оказывать влияние на характерные температуры фазовых переходов. Такая постановка задачи трактуется как однократно связанная. При этом справедливо положение об активных процессах пропорционального нагружения (АППН), сформулированное в работах [12, 14]. Тогда уравнение (2) с учетом (4)-(6) сводится к такому конечному алгебраическому соотношению:

$$\frac{\gamma}{\sqrt{3}} = \rho_d F_1 \left(\sqrt{3}\tau\right) q + \frac{\sqrt{3}\tau}{3G(q)}.$$
 (11)

В работе [18] отмечено, что в случае справедливости выше принятых гипотез относительно распределения температуры и параметра фазового состава, а также положения об АППН, уравнение для определения полных деформаций системы относительно параметра фазового состава будет иметь одинаковый вид для прямого и обратного мартенситного превращения. Соответственно, образец из СПФ будет проходить один и тот же термомеханический путь в координатах  $\gamma - q$ , как при охлаждении, так и при нагреве.

Общий алгоритм решения задачи будет следующий. В качестве параметра процесса выступает параметр фазового состава q (объемная доля мартенситной фазы). Данный параметр изменяется от нуля до единицы в случае прямого перехода и от единицы до нуля – в случае обратного. Изначально материал образца находится в аустенитном фазовом состоянии. Далее следует шаг по dq > 0, и определяется новое значение q. Зная это значение, а также величину действующих напряжений т, вычисляются полные деформации системы согласно (11). Алгоритм решения задачи об обратном фазовом превращении аналогичен вышеизложенному, с той лишь разницей, что шаг dq становится величиной отрицательной (dq < 0).

динамика и прочность машин

Величина крутящего момента, под действием которого происходит прямое и обратное мартенситное превращения, не изменяет своего значения в процессе фазовых превращений. Отмеченную величину удобно представить в безразмерной форме:

$$\mu = M_{\rm kp} / 2\pi R^2 G_A \delta. \tag{12}$$

Кроме этого, при решении задачи использованы следующие безразмерные переменные и параметры материала трубки, соответствующие СПФ типа равноатомного никелида титана:  $s = \sqrt{3} \tau/\sigma_0^{-}$  – безразмерные напряжения;  $\delta S = (M_s^0 - M_f^0) \Delta S_0 \sigma_0^{-1}$  – безразмерный скачок объемной плотности энтропии при переходе от мартенситного состояния к аустенитному при отсчетной температуре T.

Принимается, что  $f(q) = a_0 = 0$ ,  $\lambda = G_A/G_M = 3$ ,  $s_{0a} = \sigma_0/G_A = 0,0046$ ,  $s_{0m} = \sigma_0/G_M = 0,0139$ ,  $M_s^0 = 313$  K,  $M_f^0 = 293$  K,  $\sigma_0 = 100$  МПа в случае мартенситной неупругости и  $\sigma_0 = 150$  МПа при сверхупругости и фазовых превращениях,  $\delta S = 0.0427$ .

#### Результаты исследований

Кривые мартенситной неупругости (безразмерные напряжения – полные деформации) приведены на рис. 2. Линии на графиках соответствуют распределению Вейбулла для функции  $F_2(\sqrt{3} \tau) = \Phi_2(\sqrt{3} \tau/\sigma_0) = 1 - \exp(-s^{\alpha}).$ 

Представленные результаты свидетельствуют о том, что изменение параметра α существенно влияет на решение задачи. Так, с уве-



личением α отмечается повышение величины безразмерных напряжений *s* при том же уровне деформаций (для малых и средних напряжений). В случае высоких напряжений (s > 1) отмечается обратная тенденция.

Данное решение позволяет моделировать процесс задания начальной деформации выполненному из СПФ рабочему телу силовозбудителя крутящего момента, который производится в режиме мартенситной неупругости.

Кривые сверхупругости для температуры трубки  $T = A_f^0 = 343$  К приведены на рис. 3, *a*. Сплошная линия соответствует экспоненциальному распределению для функции F<sub>1</sub> и распределению Вейбулла для функции F<sub>2</sub> (модель № 1):

$$F_1(\sqrt{3} \tau) = \Phi_1(\sqrt{3} \tau/\sigma_0) = 1 - e^{-s},$$
  

$$F_2(\sqrt{3} \tau) = \Phi_2(\sqrt{3} \tau/\sigma_0) = 1 - e^{-s^2}.$$



б – модель № 2 при температурах трубки T = 343 К (1), T = 353 К (2), T = 363 К (3)

2,0

1.5

1,0

0,5

6

Δ

Штриховая линия соответствует распределению Лапласа для функции  $F_1$  и распределению Вейбулла для функции  $F_2$  (модель № 2):

$$F_{1}(\sqrt{3} \tau) = erf((\sqrt{3} \tau/\sigma_{0})/\sqrt{2}) = erf(s/\sqrt{2}),$$
  

$$F_{2}(\sqrt{3} \tau) = \Phi_{2}(\sqrt{3} \tau/\sigma_{0}) = 1 - e^{-s^{2}}.$$

В случае использования модели  $\mathbb{N}$  1 уровень напряжений начала и окончания фазовых переходов выше, а величина фазово-структурных деформаций, накопленных на момент окончания прямого мартенситного превращения, значительно ниже по сравнению со случаем использования модели  $\mathbb{N}$  2 (см. рис. 3, *a*).

Кривые сверхупругости для модели  $\mathbb{N} \ 2$ при различных температурах трубки  $T \ge A_f^0$ (рис. 3,  $\delta$ ) показывают, что повышение температуры трубки приводит к увеличению уровня напряжений начала/окончания прямого/обратного мартенситного превращения. При этом величина фазово-структурных деформаций, накопленных на момент окончания прямого мартенситного превращения, практически не зависит от начальной температуры трубки из СПФ. Полученный результат важен для описания работы и проектирования сверхупругих пружинных элементов из СПФ.

В результате моделирования прямого и обратного мартенситного превращений для тонкостенной трубки из СПФ, протекающих при постоянном крутящем моменте, получены пары кривых, соответствующие  $\mu = 0,002, 0,004, 0,006, 0,008, 0,01$  (рис. 4, снизу вверх). Полученные кривые описывают процесс работы торсионного актуатора на этапе рабочего хода (обратное превращение) и холостого хода (прямое превращение).

На основании полученных результатов (см. рис. 4) можно заключить, что при использовании функции распределения Лапласа тому же уровню q соответствует большее значение деформации, чем в случае использования экспоненциального распределения. Кроме этого, следует отметить, что наибольшая разница в полученных результатах отмечается при средних значениях крутящего момента.

### Заключение

В рамках единого подхода модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях описано поведение тонкостенной трубки из СПФ, при котором происходят такие весьма различные явления,



Рис. 4. Зависимости «параметр фазового состава q – суммарные деформации  $\gamma$ » для различных функций распределения микронапряжений в аустенитном фазовом состоянии для  $\mu = 0,002$ , 0,004, 0,006, 0,008, 0,01 (снизу вверх):  $1 - F_1(\sqrt{3}\tau) = 1 - \exp(-(\sqrt{3}\tau))$  (сплошные линии);  $2 - F_1(\sqrt{3}\tau) = erf(\sqrt{3}\tau/\sqrt{2})$  (штриховые линии)

как мартенситная неупругость, сверхупругость, прямое и обратное термоупругие фазовые превращения под действием постоянного крутящего момента.

По результатам проведенных исследований установлено, что параметры функции распределения микронапряжений значительно влияют на характер кривых мартенситной неупругости. Показано, что при моделировании явления сверхупругости, повышение температуры трубки из СПФ приводит к увеличению уровня напряжений начала/окончания прямого/обратного мартенситного превращения. При этом величина накапливаемых за прямое превращение фазово-структурных деформаций изменяется незначительно. В случае моделирования неизотермических процессов деформирования трубок из СПФ отмечена эквивалентность термомеханического пути при прямом и обратном мартенситном превращении, в случае справедливости положения об АППН. Установлено, что результаты моделирования существенно зависят от использованной при решении функции распределения микронапряжений. При этом наибольшее отличие в получаемых результатах отмечается для средних значений моментов.

#### Список литературы

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.

- Материалы с эффектом памяти формы / С.П. Беляев, А.Е Волков., В.А. Ермолаев, З.П. Каменцева, С.Л. Кузьмин, В.А. Лихачев. Т. 4. СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. 268 с.
- Dolce M., Cardone D. Mechanical behavior of shape memory alloys for seismic applications.
   Martensite and austenite NiTi bars subjected to torsion // International Journal of Mechanics Sciences. 2001. Vol. 43. No. 11. P. 2631–2656.
- Ооцука К., Симидзу К., Судзуки Ю. Сплавы с эффектом памяти формы. М.: Металлургия, 1990. – 218 с.
- Wang Y.F., Yue Z.F., Wang J. Experimental and numerical study of the superelastic behavior on NiTi thin-walled tube under biaxial loading // Computational Materials Science. 2007. Vol. 40. No. 2. P. 246–254.
- Thamburaja P., Anand L. Superelastic behavior on tension-torsion of an initially textured Ti-Ni shape-memory alloy // International Journal of Plasticity. 2002. Vol. 18. No. 11. P. 1607–1617.
- Chapman C., Eshghinejad A., Elahinia M. Torsional behavior of NiTi wires and tubes: modeling and experimentation // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2011. Vol. 22. No. 11. P. 1239–1248.
- Lim T.J., McDowell D.L. Cyclic thermomechanical behavior of a polycrystalline pseudoelastic shape memory alloy // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2000. Vol. 50. No. 3. P. 651–676.
- 9. *Thamburaja P., Anand L.* Polycrystalline shapememory materials: effect of crystallographic texture // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2001. Vol. 49. No. 4. P. 709–737.
- Tabesh M., Elahnia M., Pourazady M. Modeling NiTi superelastic shape memory antagonistic beams: a finite element analysis // Proceedings of the ASME 2009 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems SMASIS2009. Oxnard, CA, 2009. P. 557–566.
- Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys / D. Lagoudas, D. Hartl, Y. Chemisky, L. Machado, P. Popov // International Journal of Plasticity. 2012. Vol. 32-33. P. 155–183.
- 12. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 118–130.

- 13. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Влияние структурного превращения и нелинейности процесса деформирования на устойчивость стержня из сплава с памятью формы // Известия РАН. МТТ. 2010. № 6. С. 137–147.
- 14. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы // Известия РАН. МТТ. 2011. № 2. С. 44–56.
- 15. *Мишустин И.В., Мовчан А.А.* Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений // Известия РАН. МТТ. 2014. № 1. С. 37–53.
- 16. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы // Известия РАН. МТТ. 2015. № 2. С. 78–95.
- 17. Саганов Е.Б. Решение задачи о прямом мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента // Механика композиционных материалов и конструкций. 2014. Т. 20. № 3. С. 454–468.
- 18. Саганов Е.Б. Решение задачи об обратном мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента // Механика композиционных материалов и конструкций. 2014. Т. 20. № 4. С. 663–674.
- 19. Саганов Е.Б. Анализ напряженно-деформированного состояния торсионного актуатора из сплава с памятью формы при рабочем ходе в условиях стесненного деформирования // Вестник МАИ. 2014. Т. 22. № 1. С. 109–116.
- Lim J., McDowell D. Mechanical behavior of and Ni-Ti shape memory alloy under axial-torsional proportional and nonproportional loading // Journal of Engineering Materials and Technologies. 1999. Vol. 121. No. 1. P. 9–18.
- Lexcellent C., Rejzner J. Modeling of the strain rate effect, creep and relaxation of a Ni-Ti shape memory alloy under tension (compression)-torsional proportional loading in the pseudoelastic range // Smart Materials and Structures. 2000. Vol. 9. No. 5. P. 613–621.
- 22. An experimental study of the superelastic effect in a shape-memory Nitinol alloy under biaxial

динамика и прочность машин

8

loading / J. McNaney, V. Imbeni, Y. Jung, P. Papadopoulos, R. Ritchie // Mechanics of Materials. 2003. Vol. 35. No. 10. P. 969–986.

- Sun Q., Li Z. Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion-from localization to homogeneous deformation // International Jouranl of Solids and Structures. 2002. Vol. 39. No. 13–14. P. 3797–3809.
- 24. Lexcellent C., Rogueda C. Some experimental results on proportional and nonproportional tensile-torsional loading test on CuZnAL shape memory alloys and modeling // 5th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture. Cracow, Poland, 1997. P. 641–656.
- Adler Y., Pelton Z., Duering B. On the tensile and torsional properties of pseudoelastic NiTi // Scripta Metallurgica et Materialia. 1990. Vol. 24. No. 5. P. 943–947.
- 26. An experimental study of the superelastic behavior in NiTi shape memory alloys under biaxial proportional and non-proportional cyclic loadings / *X. Wang, Y. Wang, Z. Lu, Z. Yue*// Mechanics of Materials. 2010. Vol. 42. No. 3. P. 365–373.
- 27. *Rogueda C., Lexcellent C., Bocher L.* Experimental study of pseudoelastic behavior of a CuZnAl polycrystalline shape memory alloy under tension-torsion proportional and non-pro-

portional tests // Archives of Mechanics. 1996. Vol. 48. No. 6. P. 1025–1047.

- 28. Саганов Е.Б. Решение дважды связанных задач кручения тонкостенных трубок из сплава с памятью формы в режиме сверхупругости // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. Т. 21. № 4. С. 548–562.
- 29. Мовчан А.А., Казарина С.А. Экспериментальное исследование явления потери устойчивости, вызванной термоупругими фазовыми превращениями под действием сжимающих напряжений // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 6. С. 82–89.
- 30. Устойчивость стержней из никелида титана, нагружаемых в режиме мартенситной неупругости / А.А. Мовчан, Л.Г. Сильченко, С.А. Казарина, С.И. Жаворонок, Т.Л. Сильченко // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 3. С. 72–80.
- Sil'chenko L.G., Movchan A.A., Sil'chenko O.L. Stability of cylindrical shell made from shape-memory alloys // International Applied Mechanics. 2014. Vol. 50. Issue 2. P. 171–178.
- Wu D., Sun G., Wu J. The nonlinear relationship between transformation strain and applied stress for nitinol // Materials Letters. 2003. Vol. 57. No. 7. P. 1334–1338.
- 33. *Биргер И.А.* Остаточные напряжения. М.: Машгиз., 1963. 232 с.

Материал поступил в редакцию 26.01.2016

### САГАНОВ Евгений Борисович

E-mail: **saganoff@yandex.ru** Тел.: **(499)-158-42-92**  Аспирант кафедры «Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций» аэрокосмического факультета Московского авиационного института. Сфера научных интересов – механика адаптивных композиционных материалов и систем, в том числе, сплавов с памятью формы. Автор 15 научных статей.