

УДК 539.3:534.1:531.66

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К УДАРНЫМ СИСТЕМАМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ*

И.А. Жуков

В статье излагаются теоретические основы исследования продольных колебаний стержней переменной геометрической формы, происходящих в ударных системах технологического назначения. На основе анализа классических работ в областях теории удара, теории упругости, механики деформируемого твердого тела, уравнений математической физики приводятся исходные условия к решению задач анализа влияния форм бойков на форму ударного импульса. Рассмотрен пример определения формы ударного импульса, генерируемого в волноводе бойком полукатеноидальной формы, аналитически и экспериментально. На основе анализа полученных результатов доказывается возможность исследования процесса формирования упругих волн деформации в длинных стержнях постоянного поперечного сечения при ударе по ним бойками переменного поперечного сечения.

Ключевые слова: удар, колебания, импульс, деформация, боек, волновод.

LONGITUDINAL OSCILLATIONS OF RODS IN RELATION TO IMPACT SYSTEMS OF TECHNOLOGICAL PURPOSE

I.A. Zhukov

The article presents theoretical principles for studying longitudinal oscillations of the rods with variable geometric shapes occurring in the impact systems of technological purposes. Initial conditions for analysis of the anvil block shape influence on the shape of the impact pulse are given on the base of classical sources analysis in the sphere of the theory of impact, the theory of elasticity, deformable body mechanics, mathematical physics equations. There is described an example for analytically and experimental defining the form of impact pulse generated by the half-catenoidal anvil block in the waveguide. Research results proves the opportunity for studying the elastic deformation wave in long rods of the constant cross-section at impact on it by anvil blocks with the changing cross-section.

Keywords: impact, oscillations, impulse, deformation, anvil block, waveguide.

Введение

Специфической особенностью работы ударных систем технологического назначения (рис. 1) является учет процессов передачи энергии от бойка к штанге-волноводу, продвижения ударного импульса по волноводу, прохождения его через инструмент и превращения его энергии в полезную энергию разрушения среды и частичного отражения ударной волны. Решение проблемы повышения эффективности работы ударных машин требует обеспечения максиму-

ма полезной энергии при прочих равных параметрах сравниваемых систем.

На ударные нагрузки материалы реагируют иначе, чем на статическое нагружение. Такие свойства, как скорость распространения волн или плотность материала, не имеющие существенного значения при медленных нагрузках, становятся весьма важными при ударе. Действие ударной нагрузки не передается мгновенно всем частям тела: вначале последние, самые отдаленные от места удара участки остаются

* Статья написана по материалам исследований, выполненных при государственной поддержке грантом Президента Российской Федерации для молодых российских ученых МК-854.2014.1.

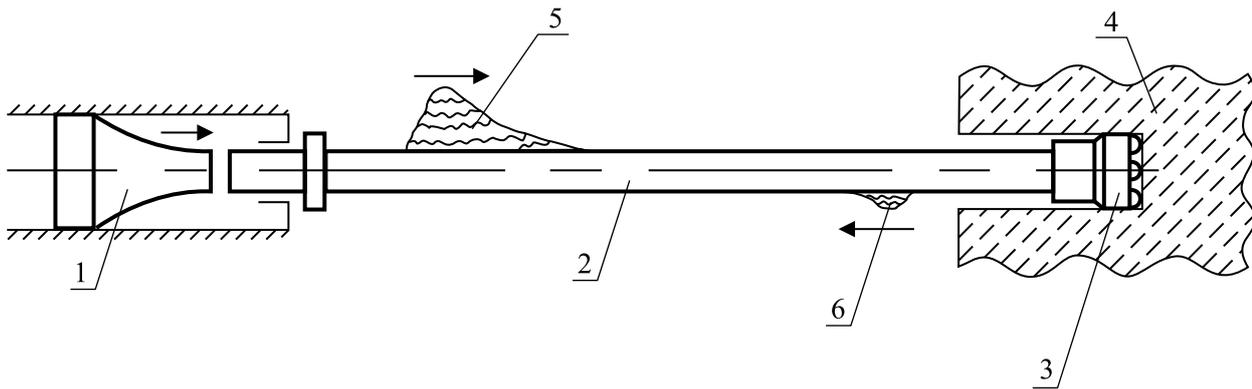


Рис. 1. Схема ударной системы технологического назначения:

1 – боек; 2 – волновод; 3 – инструмент; 4 – среда; 5 – ударный импульс; 6 – обратная волна

ся невозмущенными, выражаясь образно, они еще «не знают», что произошло нагружение. При этом напряжения и деформации движутся в стержнях в виде волн, распространяющихся со скоростью звука.

Расчет ударных систем технологического назначения включает в себя решение задачи о формировании и распространении импульсов упругой деформации при соударении бойка с волноводом, о прохождении ударного импульса по волноводу в обрабатываемую среду и превращении его энергии в работу разрушения. Решение этой задачи позволяет определить действующие нагрузки в системе и произвести расчеты на прочность, а также рассчитать производительность.

При изучении ударных систем одной из важных физических закономерностей, которая не была замечена и не исследовалась в классических трудах по продольному удару, является закономерность формирования упругой волны. Эта закономерность как физический факт влияния формы ударяющего тела на эффект разрушения при ударе была официально заявлена в открытии № 13 (СССР) в 1964 г. одним из известных ученых-исследователей теории удара Е.В. Александровым [1].

Некоторые исследования этой закономерности были сделаны в 60–80-х годах XX века. Были исследованы ударяющие тела в виде усеченного конуса [2], гиперboloида [3], цилиндрико-гиперболической формы [4]. В XXI веке глубокому исследованию проблем продольного удара посвящены работы Л.Т. Дворникова (Новокузнецк) [5–8], С.В. Доронина (Красноярск) [9–11], В.Э. Еремьянца (Кыргызстан) [12–14], В.К. Манжосова (Ульяновск) [15, 16], А.А. Мясникова (Кыргызстан) [17, 18], И.-И.Д. Шапош-

никова (Германия) [19, 20], Д.А. Юнгмейстера (Санкт-Петербург) [21–22].

Однако систематических и обобщающих исследований в этом направлении выполнено не было. Анализ приведенных источников показывает, что большинство исследований ведется эмпирическим путем, отсутствуют обоснованные рекомендации по выбору теоретических подходов к анализу применения бойков различных форм в ударных системах технологического назначения. Накопленные к настоящему времени знания в области теории продольного удара требуют обобщения и уточнения.

Целью настоящей работы является уточнение и обоснование практической применимости теоретических положений волновой теории продольного соударения стержней, утверждение и доказательство того, что эффект воздействия на среду при продольном ударе по волноводу-инструменту определяется не только массой и предударной скоростью ударяющего тела, но и его формой.

Метод и построение решения задачи

Изучение ударных процессов относится к числу наиболее актуальных проблем механики, связанных с анализом поведения различных конструкций в условиях воздействия интенсивных импульсных нагрузок, возникающих при эксплуатации многих современных сооружений, механизмов и приборов. В связи с этим особое значение приобретает рациональный выбор такой методики расчета из числа существующих, которая бы в наибольшей мере соответствовала физическим особенностям рассматриваемой ударной системы.

Упругая волна, генерируемая в стержне при ударе, определяется не только ее энергией, но

и законом изменения амплитуды импульса по его длине. Согласно заключению Г. Кольского [23], «... если поперечное сечение не постоянно по длине стержня, форма импульса и его амплитуда изменяются в процессе распространения». Таким образом, на форму ударного импульса оказывает значительное влияние кривизна образующей боковой поверхности ударника, а, следовательно, и распределение объема в бойке по мере продвижения от ударного торца к неударному при условии равенства объемов сравниваемых бойков. Для сравнительной оценки применения бойков различных форм необходимо знание условий и законов формирования ими ударных импульсов в штангах.

Математическое описание процесса удара в общем виде оказывается весьма сложным, и потому для решения частных, прикладных вопросов теории удара применяются некоторые упрощения и допущения, что иногда приводит к недопустимым ошибкам количественного и качественного характера, и, следовательно, к неправильному выбору направления решения тех или иных проблем, связанных с ударом.

К настоящему времени известными, апробированными являются следующие методы расчета продольного соударения стержней [24]:

- классический ньютоновский метод;
- метод Герца, предполагающий области контакта упругими, а тела твердыми;
- метод, предполагающий тела полностью упругими, но распространение напряжений по телам мгновенным;
- метод одномерной волны Сен-Венана;
- комбинированный метод, сочетающий статические решения теории упругости для приконтактной зоны и метод плоской волны для остальной части соударяющихся тел.

Наиболее широкое применение при исследовании ударных систем получила одномерная волновая теория удара, сформулированная Барре де Сен-Венаном, нашедшем общее решение задачи в форме, допускающей практические приложения. Аналитические решения трех вышеуказанных бойков (конического, гиперболического и цилиндрико-гиперболического) были получены с применением волновой теории Сен-Венана. Однако ни один из авторов не обосновывает выбор теоретического подхода к решению задачи, не приводит достаточных для полного доказательства корректности и точности решения данных по статистической обработке результатов эксперимента и подроб-

ному сравнительному анализу теоретических и экспериментальных результатов.

Таким образом, основной задачей настоящей работы является доказательство практической применимости волновой теории продольного соударения стержней для исследования элементов ударных систем со сложной геометрической формой.

Теория Сен-Венана построена для стержней с плоскими торцами на основе следующих допущений:

- 1) плоские, поперечные к оси стержня, сечения остаются плоскими в процессе распространения волн продольной деформации;
- 2) материал стержня подчиняется закону Гука, т.е. деформации остаются в пределах упругости;
- 3) соприкосновение соударяющихся тел происходит в один и тот же момент времени по всей площади ударного торца.

По теории Сен-Венана процесс продольного соударения стержней полностью определяется функцией смещения $u(x, t)$ поперечного сечения стержня с координатой x в момент времени t . Ось координат поперечных сечений x совпадает с прямой, проходящей через центры сечений. Процесс распространения волн продольных колебаний в стержне постоянного поперечного сечения описывается дифференциальным уравнением гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$a = \sqrt{E / \rho},$$

где a – скорость распространения упругих волн продольной деформации в стержне; ρ – плотность материала; E – модуль упругости материала.

Уравнение (1) было приведено Сен-Венаном в примечании к §60 выполненного им перевода на французский язык книги Клебша [25]. В этом же виде волновое уравнение при решении задачи о продольном ударе записывал Буссинеск [26].

Уравнение (1) также приводится в книге С.П. Тимошенко [27] для исследования продольных колебаний призматических стержней с теми же допущениями, что и у Сен-Венана. О возможности исследования продольного соударения стержней постоянного поперечного сечения с помощью дифференциального уравнения (1) говорится также в классических работах А. Лява [28], Г. Кольского [23], Н.С. Кошлякова

[29], Я.Л. Геронимуса [30], Н.А. Кильчевского [24], О.Д. Алимова [31, 32].

Впервые применение уравнения (1) для исследования продольного соударения стержней применительно к технологическим машинам, в частности к штамповочным молотам, показано в работах Ю.С. Гладилова в 1965 г. [33] и 1968 г. [34].

Наиболее важным является факт, на который указывают и С.П. Тимошенко [27], и Г. Кольский [23]: при продольных колебаниях стержней постоянного поперечного сечения можно пренебречь поперечными колебаниями без существенных ошибок, а продольный импульс распространяется вдоль стержня без изменения формы.

Таким образом, применение уравнения (1) к исследованию процесса распространения упругих волн деформаций в стержнях постоянного поперечного сечения не вызывает никакого сомнения.

Обратимся теперь к рассмотрению процесса распространения волн продольных колебаний при ударе в стержне переменного поперечного сечения.

Как указывает Ю.Н. Работнов в монографии [35]: «Если сечение стержня переменное, гипотеза о том, что в его поперечных сечениях действуют только нормальные напряжения, притом равномерно распределенные по сечению, становится неверной. ... Однако если угол между касательной к образующей и осью стержня мал по сравнению с единицей, то можно приблизительно считать и здесь, что в сечении действуют равномерно распределенные нормальные напряжения, ...». Это утверждение трактуется в литературных источниках по-разному, но с одинаковым физическим смыслом. Например, Н.С. Кошляков в работе [29] считает, что «подобное допущение вполне возможно, если поперечные размеры стержня будут невелики по сравнению с его длиной».

Численное решение задачи о стержне равного сопротивления при сжатии, изложенной Ю.Н. Работновым [35], а также С.П. Тимошенко [36], показало, что физический смысл фразы «угол между касательной к образующей и осью стержня мал по сравнению с единицей» заключается в следующем: можно считать, что нормальные напряжения равномерно распределяются по плоскому поперечному сечению стержня при условии, что радиальный размер сечения увеличивается не более, чем на 1 мм на длине в 1 м.

Таким образом, рассмотрение бойков ударных систем, представляющих собой стержни переменного поперечного сечения, размер которых существенно изменяется по длине бойка, с точки зрения гипотезы плоских сечений, оказывается некорректным.

Рассмотрим в общем виде боек, представляющий собой тело вращения некоторой кривой вокруг его геометрической оси (рис. 2). Выделим элемент стержня, ограниченный боковой поверхностью и двумя поперечными сечениями, отстоящими на бесконечно малом расстоянии dx друг от друга, с координатами x и $(x + dx)$ соответственно. Форма полученного элемента стержня в первом приближении будет представлять собой усеченный конус, площадь

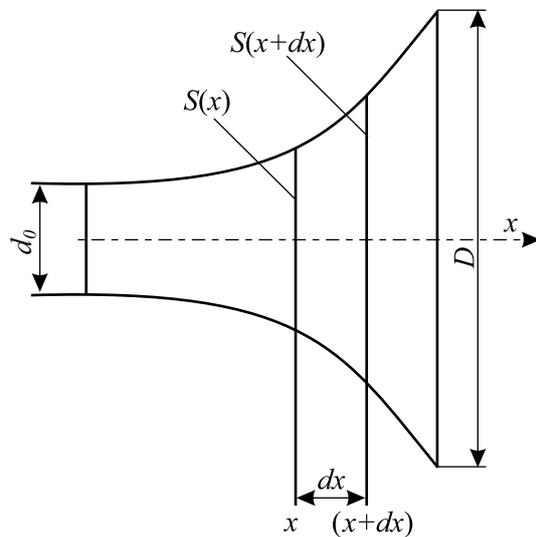


Рис. 2. Боек переменного поперечного сечения:
 d_0 – диаметр ударного торца,
 D – диаметр неударного торца

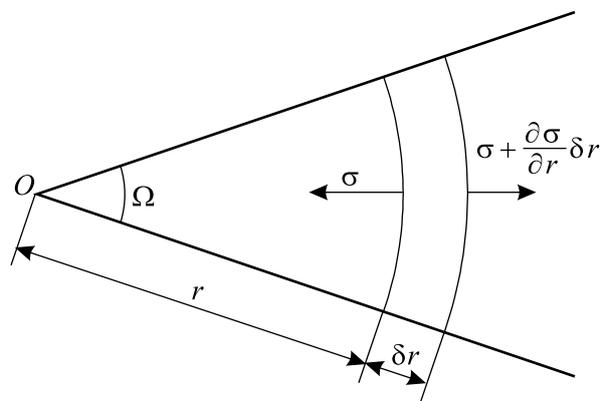


Рис. 3. Распределение напряжений в коническом стержне по Г. Кольскому:
 Ω – угол конусности, σ – нормальные напряжения,
 O – начало координат, δr – приращение радиуса волны

малого основания которого равно $S(x)$, площадь большего основания – $S(x + dx)$.

Согласно утверждениям Г. Кольского, изложенным в § 7 гл. III [23], в конических стержнях распространяются продольные сферические волны радиусом r (рис. 3), поведение которых отлично от плоских волн. Причем нормальное напряжение распределяется равномерно по каждой из сферических поверхностей.

Волновое уравнение движения сечений в направлении, параллельном оси конуса, Г. Кольский записывает в виде [23]

$$\rho r \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = Er \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + 2E \frac{\partial u_1}{\partial r}, \quad (2)$$

где u_1 – перемещение сечения стержня.

Поделим уравнение (2) на $(E \cdot r)$ и введем переменную $a = \sqrt{E/\rho}$. Тогда получим

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + a^2 \cdot \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial r}. \quad (3)$$

В то же время, рассматривая продольные колебания конического стержня (рис. 4), Н.С. Кошляков в работе [29] записывает формулу разности усилий, возникающих вследствие появления растягивающих или сжимающих напряжений в сечениях стержня, с точностью до бесконечно малых второго порядка

$$F(x+dx) - F(x) = E \frac{\partial}{\partial x} \left\{ S_x \frac{\partial u}{\partial x} \right\} dx, \quad (4)$$

где S_x – площадь поперечного сечения nm ; u – перемещение сечения nm .

Используя уравнение (4), в соответствии с методикой вывода уравнения продольных колебаний конического стержня, изложенной Н.С. Кошляковым [29], согласно второму закону Ньютона получаем

$$\begin{aligned} F(x+dx) - F(x) &= dm \cdot a(x), \\ E \frac{\partial}{\partial x} \left\{ S_x \frac{\partial u}{\partial x} \right\} dx &= \rho \cdot S_x \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ E \frac{dS_x}{dx} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + ES_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\rho \cdot S_x \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}}{dx}, \\ \frac{\rho}{E} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a^2 \frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Площадь поперечного сечения стержня, имеющего форму усеченного конуса (см. рис. 2), может быть найдена как

$$\begin{aligned} S_x &= S_0 (1 - qx)^2, \\ q &= \frac{d - d_0}{d_0 l}, \end{aligned} \quad (6)$$

где S_0 – площадь малого основания конуса; q – характеристика конуса; d – диаметр конуса в сечении x ; d_0 – диаметр малого основания конуса; l – длина конуса.

Тогда

$$\frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} = \frac{2S_0(1 - qx) \cdot (-q)}{S_0(1 - qx)^2} = -\frac{2}{x - \frac{1}{q}}. \quad (7)$$

Для конического стержня с малым углом конусности Ω (см. рис. 3) сферические продольные волны вырождаются в плоские, так как поперечное сечение стержня остается практически неизменным по его длине. Тогда $r \rightarrow \infty$, и уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2}, \quad (8)$$

т.е. оно идентично уравнению (1).

При этом же условии, очевидно, что $d \rightarrow d_0$

и $q = 0$, $\frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} = 0$. Тогда уравнение (5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (9)$$

т.е. к уравнению (1).

Однако при рассмотрении стержней переменного поперечного сечения, в которых угол между касательной к образующей и осью стержня отличен от 0 и радиус сферических

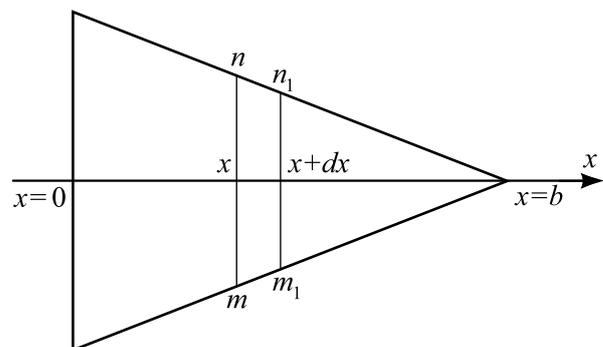


Рис. 4. Конический стержень [29]

продольных волн r измеряется в величинах, отличных от ∞ , уравнение (1) становится недостаточным. Об этом же пишет Я.Г. Пановко в монографии [37]: «В тех случаях, когда распределенная масса и сечение стержня переменны по его длине, следует ... исходить из уравнения

$$c^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(F \frac{\partial u}{\partial x} \right) = F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} .», \quad (10)$$

где обозначено $c^2 = a^2$, $F = S_x$.

Для выделенного элемента стержня, показанного на рис. 2, имеющего форму усеченного конуса, вполне справедливо, что $d(x + dx) \neq d(x)$, а $l = dx \rightarrow 0$. Следовательно

$$q = \frac{d - d_0}{d_0 l} \rightarrow \infty. \text{ Тогда} \quad \frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} = \frac{2}{x - \frac{1}{x}} = \frac{2}{x}. \quad (11)$$

На том основании, что в конических стержнях возникают сферические продольные волны, можно считать, что

$$\frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} = \frac{2}{x} = \frac{2}{r}. \quad (12)$$

Таким образом, выведенное Н.С. Кошляковым уравнение (5), исходя из гипотезы плоских сечений, показанное в дальнейшем Я.Г. Пановко, совпадает с уравнением (3), записанным Г. Кольским, что позволяет сделать заключение о корректности и пригодности уравнения (5) для рассмотрения продольных колебаний стержней переменного поперечного сечения.

В работе [23] Г. Кольский отмечает: «Между тем, продольные удлинения и сокращения отрезков стержня обязательно сопровождаются поперечными сокращениями и расширениями, причем отношение поперечных и продольных деформаций равно пуассонову отношению ν . Это поперечное движение приводит к неоднородному распределению напряжений по поперечному сечению стержня, так что плоские поперечные сечения искажаются».

В подтверждение этому Н.С. Кошляков [29] приводит вывод уравнения продольных колебаний стержня, учитывая, что «при продольных колебаниях стержень еще испытывает поперечные удлинения и сокращения». Это уравнение для стержней переменного поперечного сечения имеет вид

$$\sigma^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\rho J \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(E \omega \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \omega \frac{\partial u}{\partial t} \right), \quad (13)$$

где σ – коэффициент Пуассона; J – полярный момент инерции сечения; $\omega = S(x)$ – площадь поперечного сечения.

В то же время А. Ляв [28] приводит вывод этого уравнения, рассматривая стержень постоянного поперечного сечения:

$$\rho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sigma^2 K^2 \frac{\partial^4 w}{\partial s^2 \partial t^2} \right) = E \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}, \quad (14)$$

где w – смещение сечения; s – координата сечения; K – радиус инерции сечения.

Уравнение (13) может быть записано в принятых в настоящее время обозначениях физических величин в виде [38]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E S_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho S_x \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\rho \mu^2 J \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right) = 0, \quad (15)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Как отмечает Н.С. Кошляков [29]: «Полученное здесь уравнение (13) и есть искомое уравнение продольных колебаний стержня. Оно значительно более точно, чем уравнение (1). Однако это уравнение является весьма сложным».

Необходимо отметить, что введенная в уравнение (15) поправка Релея – Похгаммера – Кри является принципиально важной при рассмотрении стержней переменного поперечного сечения, так как позволяет учесть большее число механических параметров и особенностей геометрии стержней, чем уравнения (1) и (2). Однако с практической точки зрения при проведении инженерных расчетов ударных систем технологического назначения в виду относительной малости слагаемым $\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\rho \mu^2 J \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right)$ в уравнении (15) можно пренебречь.

Таким образом, применение уравнений Сен-Венана (1), Кошлякова – Пановко (5), Кошлякова – Лява (15) вполне корректно и целесообразно для изучения влияния форм бойков на форму ударного импульса, генерируемого в волноводах машин ударного действия.

Пример решения задачи и анализ результатов

Для проверки теоретических положений о возможности применения дифференциальных уравнений волновой теории удара к решению задач определения импульсов упругой деформации в ударных системах технологического назначения рассматривается боек, диаметральный размер которого нарастает по длине бойка с интенсивностью, превышающей этот показатель для всех других форм тел вращения, – полукатеноидальный боек. В таком ударнике образующей является цепная линия – катена, описываемая в прямоугольной системе координат уравнением [39]

$$y = \frac{a_k}{2} \left(e^{\frac{x}{a_k}} + e^{-\frac{x}{a_k}} \right) = a_k \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a_k}, \quad (16)$$

где a_k – параметр катены.

Расчетная схема (рис. 5) составляется таким образом, что начало системы координат совпадает с местом соударения бойка и волновода, а ось x направляется в сторону, противоположную направлению предупредарной скорости бойка V_0 . При этом волновод, как правило, считается полубесконечным стержнем постоянно поперечного сечения.

Уравнение движения сечений при продольном ударе для полукатеноидального бойка записывается в форме (5), для волновода – в форме (1). Начальные условия следующие:

1) в момент начала взаимодействия смещения сечений бойка $u_b(x,t)$ и волновода $u_B(x,t)$ равны нулю:

$$u_b(x, 0) = 0, \quad u_B(x, 0) = 0; \quad (17)$$

2) скорость смещения сечений, определяемая частной производной смещения по времени, для бойка равна его предупредарной скорости V_0 , а для волновода равна нулю:

$$\frac{\partial u_b(x, 0)}{\partial t} = V_0, \quad \frac{\partial u_B(x, 0)}{\partial t} = 0. \quad (18)$$

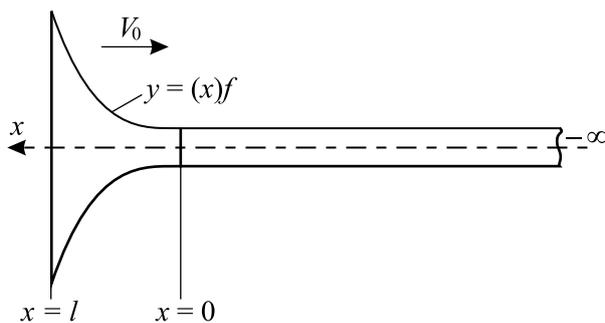


Рис. 5. Расчетная схема удара бойком по волноводу

Граничные условия, определяющие состояние концов бойка и волновода:

1) в процессе взаимодействия смещения на границе бойка и волновода равны:

$$u_b(0, t) = u_B(0, t); \quad (19)$$

2) в процессе взаимодействия силы взаимодействия на границе бойка и волновода равны:

$$S(0) \frac{\partial u_b(0, t)}{\partial x} = S_0 \frac{\partial u_B(0, t)}{\partial x}, \quad (20)$$

где S_0 – площадь поперечного сечения волновода;

3) неударный торец бойка свободен от деформаций:

$$\frac{\partial u_b(l, t)}{\partial x} = 0; \quad (21)$$

4) в удаленных от ударного торца сечениях волновода деформации отсутствуют:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\partial u_B(x, t)}{\partial x} = 0. \quad (22)$$

Из системы дифференциальных уравнений (5) и (1) с учетом начальных и граничных условий определяется ударный импульс, который связан с функцией смещения сечений волновода зависимостью

$$F(x, t) = ES_0 \frac{\partial u_B(x, t)}{\partial x}. \quad (23)$$

Функция, описывающая первую волну ударного импульса, генерируемого бойком полукатеноидальной формы [40], представляется в виде

$$F_k = \frac{ES_0 V_0}{a} \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{cth} \frac{l}{a_k} \cdot J_1 \left(\frac{at}{a_k} \right) + \frac{J_0 \left(\frac{at}{a_k} \right)}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{l}{a_k}} - \frac{\operatorname{cth}^2 \frac{2l}{a_k}}{2a \cdot \operatorname{th} \frac{l}{a_k}} \times \int_0^{at} \left(-J_0 \left(\frac{U}{a_k} \right) e^{\frac{at-U}{a_k \cdot \operatorname{sh} \frac{2l}{a_k}}} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{l}{a_k}} \right) e^{\frac{at}{a_k \cdot \operatorname{sh} \frac{2l}{a_k}}} \right) dU, \quad (24)$$

где J_0 – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка; J_1 – функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка; U – переменная интегрирования.

Численный анализ полученных результатов произведен при следующих параметрах соударяющихся деталей: масса бойка $m = 3$ кг; мате-

риал соударяемых деталей – сталь с модулем упругости $E = 210$ ГПа, скорость звука в материале $a = 5 \cdot 10^3$ м/с; диаметр ударного торца бойка и волновода $d_0 = 32$ мм; предупредительная скорость бойка $V_0 = 8$ м/с.

Экспериментальное исследование генерирования упругой волны деформации в волноводе при ударе по нему бойком полукатеноидальной формы [40] было проведено на горизонтальном ударном стенде методом тензометрирования. Опытные образцы бойков были изготовлены с такими же параметрами, как и при аналитическом исследовании. Стержень, по которому наносился удар, представлял собой буровую штангу длиной 3,1 м и диаметром 32 мм. Каретка с амортизатором, устраняющим влияние каретки на форму ударного импульса, разгоняла боек с помощью специального устройства по направляющей с фиксированной предупредительной скоростью 8 м/с. В настоящем экспериментальном исследовании применялись тензодатчики типа ПКБ-10-100 со следующими характеристиками: сопротивление $R = (111,3-111,5)$ Ом $\pm 0,2\%$; коэффициент чувствительности $S = 2,15 \pm 0,1$; диаметр 0,02 мм; длина базы датчика $b = 10$ см. При прохождении по волноводу упругой волны на выходе схемы, в которую подключены тензодатчики, появляется соответствующее импульсное изменение напряжения. Для получения осциллограмм ударных импульсов применялся усилитель УИ-1, имеющий полосу пропускания частот в диапазоне $10-50 \cdot 10^3$ Гц с коэффициентом усиления по напряжению порядка 100–1000, и осциллограф типа TR-4602, запуск которого (рис. 6) осуществлялся в момент удара бойком по стержню.

Конструкция стенда и характеристики применяемой аппаратуры позволили провести оценку формы импульса и сравнить ее с теоретическими решениями.

Результаты сравнительного анализа формы первой волны ударного импульса, генерируемого в волноводе полукатеноидальным бойком, найденной аналитически и экспериментально, представлены на рис. 7, где F_0 – начальная сила удара (пунктирная линия проведена для отображения границы величины, равной $2F_0$).

Начальное значение импульса (начальная сила удара), определяемое по формуле

$$F_0 = \frac{ES_0V_0}{2a},$$

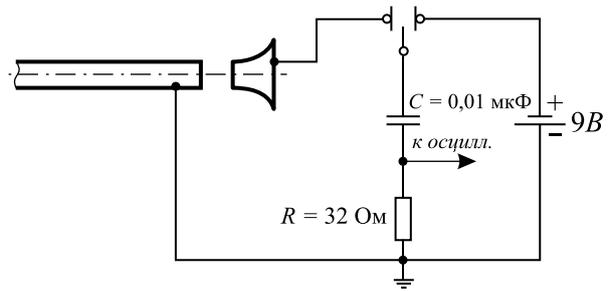


Рис. 6. Схема запуска развертки осциллографа

соответствует значению импульса, генерируемого в волноводе бойком с постоянным поперечным сечением, площадь которого равна площади поперечного сечения волновода. Экспериментальные данные показывают, что фактически сила импульса начинается от нулевого значения, а не от F_0 , как это предполагается в теоретических исследованиях. В связи с этим наблюдается расхождение графиков на протяжении порядка 15 % от общей длительности первой волны импульса. В дальнейшем графики сближаются, свидетельствуя о том, что теоретические результаты исследования имеют удовлетворительную сходимость.

Среднее арифметическое отклонений экспериментальных данных и результатов аналитического расчета составляет $\Delta_{ан} = 10,44\%$; среднее квадратическое отклонение $\sigma_{ан} = 11,36\%$; коэффициент вариации $v_{ан} = 1,09$; ошибка среднего арифметического $m_{ан} = 4,02$. Результаты статистической обработки данных, полученных для бойка, имеющего форму полукатеноида, свидетельствуют о том, что погрешность результатов составляет $\Delta = (10,44 \pm 4,02)\%$. Учитывая допустимую погрешность инженерных расчетов машин ударного действия, можно сделать заключение о практической пригодности уравнения (5) для рассмотрения продольных колебаний стержней перемен-

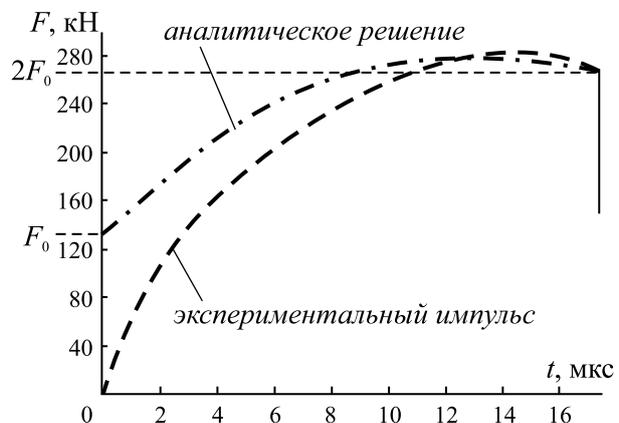


Рис. 7. Ударный импульс, генерируемый полукатеноидальным бойком

ного поперечного сечения. Вполне очевидно, что погрешность вычислений может быть уменьшена введением в рассмотрение наряду с продольными поперечные колебания, используя при этом дифференциальное уравнение (15). Можно прогнозировать, что использование уравнения (15) для исследования ударных систем сложной геометрической формы позволит уточнить решение приблизительно на 7 %.

Заключение

На основе проведенных теоретических и экспериментальных исследований доказано следующее:

– волновые дифференциальные уравнения Сен-Венана (1), Кошлякова – Пановко (5), Кошлякова – Лява (15) с достаточной для практики степенью точности применимы для решения задачи определения формы ударного импульса, вызванного в длинном стержне постоянного поперечного сечения при ударе по нему бойками различной конфигурации, применительно к ударным системам технологического назначения;

– использование волновой теории продольного удара недостаточно для анализа характера распределения напряжений в бойке переменного поперечного сечения.

Список литературы

1. Открытие 13 СССР / *Е.В. Александров*. – Приоритет от 30.10.1957, опубл. 19.03.1964, Бюл. № 7. – 1 с.
2. *Шапошников И.Д.* Исследование волновых ударных импульсов с целью повышения эффективности работы вращательно-ударных механизмов бурильных машин: автореф. дисс. ... канд. тех. наук. – Фрунзе, 1969. – 20 с.
3. *Мясников А.А.* Обоснование рациональной конструкции механического генератора волн продольных колебаний машин ударного действия для разрушения горных пород: автореф. дисс. ... канд. тех. наук. Фрунзе, 1982. – 20 с.
4. *Тагаев Б.Т.* Поиск путей увеличения эффективности ударного разрушения горных пород при бурении: автореф. дисс. ... канд. тех. наук. Фрунзе, 1985. – 20 с.
5. *Дворников Л.Т., Жуков И.А.* Полукаченоид вращения как универсальный боек ударных систем технологического назначения // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2008. № 4. С. 282–287.
6. *Жуков И.А., Дворников Л.Т.* Бойки ударных механизмов, имеющие аналитическое решение // Справочник. Инженерный журнал. 2008. Вып. 139. № 10. С. 17–20.
7. *Жуков И.А., Дворников Л.Т.* Анализ форм бойков ударных систем графоаналитическим методом // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2009. № 1. С. 15–19.
8. *Дворников Л.Т., Жуков И.А.* Рациональное проектирование ударных систем технологического назначения // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2012. № 2. С. 15–20.
9. *Доронин С.В., Косолапов Д.В.* Оценка конструктивных решений и расчетное обоснование рациональных параметров деталей машин ударного действия для разрушения горных пород // Горное оборудование и электромеханика. 2008. № 10. С. 47–53.
10. *Доронин С.В., Косолапов Д.В.* Напряженно-деформированное состояние деталей машин импульсного действия // Тяжелое машиностроение. 2009. № 6. С. 25–27.
11. *Доронин С.В., Косолапов Д.В.* Сравнительный анализ альтернативных конструктивных решений при проектировании и модернизации деталей машин импульсного действия // Ремонт, восстановление, модернизация. 2012. Вып. 39. № 3. С. 30–37.
12. *Еремьянц В.Э.* Влияние формы ударного импульса на процесс взаимодействия инструмента с обрабатываемой средой. Фрунзе: Илим, 1981. – 60 с.
13. *Еремьянц В.Э.* Волновые процессы в волноводе ударной системы «боек – волновод – пластина» // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2011. Вып. 53. № 1. С. 35–38.
12. *Еремьянц В.Э.* К вопросу о рациональной форме бойков ударно-вращательных бурильных машин // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2011. № 5. С. 74–82.
13. *Манжосов В.К.* Модели продольного удара. Ульяновск: УлГТУ, 2006. – 160 с.
14. *Манжосов В.К.* Продольный удар. Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 358 с.
15. *Мясников А.А.* Импульс, генерируемый в полубесконечном стержне ударом бойка с образующей в виде гиперболического косинуса // Современные проблемы механики сплошной среды: Тр. междунар. науч. конф. – НАН КР-Б., 2012. С. 394–398.

16. Мясников А.А. Уравнение продольных колебаний стержней на базе теоремы об изменении количества движения // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2013. Т. 13. № 4. С. 80–82.
17. Шапошников И.-И.Д. Некоторые задачи продольного соударения стержней // Машиностроение. 2010. № 20. С. 84–90.
18. Шапошников И.-И.Д. Бурение продольным ударом. Влияние формы штанги // Отраслевые аспекты технических наук. 2011. № 3. С. 6–12.
19. Исследования ударной системой «поршень-боек-инструмент» для расширения области использования процесса дребезга / Д.А. Юнгмейстер, Ю.В. Судьенков, В.А. Пивнев и др. // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2011. № 8. С. 288–294.
20. Экспериментальные исследования ударных систем «поршень-боек-штанга» / Д.А. Юнгмейстер, А.Я. Бурак, Г.В. Соколова и др. // Ударно-вибрационные системы, машины и технологии. Материалы III международного научного симпозиума. Орел: ОрелГТУ, 2006. С. 72–75.
21. Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955. – 192 с.
22. Кильчевский Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. Киев: Наукова думка, 1976. – 320 с.
23. Clebsch A. Théorie de l'élasticité des corps solides / traduite par A. de Saint-Venant. Paris: Dunod, 1883. – 980 p.
24. Boussinesque J. Applications des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris: Gauthier-Villars, 1885. – 722 p.
25. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.-Л.: Физматгиз, 1959. – 439 с.
26. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. – 674 с.
27. Кошляков Н.С. Основные дифференциальные уравнения математической физики: изд. 4-е, испр. и доп. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. – 505 с.
28. Геронимус Я.Л. Теоретическая механика (очерки об основных положениях). М.: Наука, 1973. – 512 с.
29. Алимов О.Д., Дворников Л.Т. Бурильные машины. М.: Машиностроение, 1976. – 295 с.
30. Алимов О.Д., Манжосов В.К., Еремьянц В.Э. Удар. Распространение волн деформаций в ударных системах. М.: Наука, 1985. – 360 с.
31. Гладилев Ю.С. Продольный удар ступенчатого стержня о жесткую плиту // Труды Фрунзенского политехнического института. Фрунзе, 1965. Вып. 18. С. 91–103.
32. Гладилев Ю.С. Исследование продольного удара штока штамповочного молота: автореф. дисс. ... канд. тех. наук. Фрунзе, 1968. – 28 с.
33. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1962. – 456 с.
34. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Т. 1. Элементарная теория и задачи. М.: Наука, 1965. – 364 с.
35. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара: изд. 3-е., доп. и переработ. Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
36. Жуков И.А., Дворников Л.Т. Модификация дифференциальных уравнений волновой теории продольного соударения стержней // Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 313. № 2. С. 5–9.
37. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2005. – 991 с.
38. Zhukov I.A., Dvornikov L.T. New Constructive Solutions of Anvil-blocks of Percussion Mining Machines. North Charleston: CreateSpace, 2015. – 130 p.

Материал поступил в редакцию 17.11.2015

**ЖУКОВ
Иван Алексеевич**

E-mail: tmmiok@yandex.ru
Тел.: (3843) 46-57-91

Кандидат технических наук, доцент, и.о. заведующего кафедрой теории и основ конструирования машин Сибирского государственного индустриального университета. Сфера научных интересов – продольный удар, разрушение горной породы, САПР. Автор двух монографий, более 100 научных статей, 7 изобретений.