

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В БИМЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПРОКАТНОМ ВАЛКЕ ПОСЛЕ НАПЛАВКИ

А.М. Покровский, А.В. Рыжиков, Е.А. Суренский

В настоящей работе представлена математическая модель, способная описать температурные поля, распределение фазово-структурного состава материала и напряженное состояние в биметаллическом валке в течение всего процесса наплавки. В основу решения нелинейной нестационарной задачи теплопроводности и термоупругопластичности положен метод конечных элементов. Для описания теплообмена использованы граничные условия третьего рода. Моделирование превращения аустенита в перлит в изотермических условиях проведено на основе уравнения Авраами. Переход от изотермической кинетики распада аустенита к неизоотермическим условиям осуществлен согласно теории изокинетических реакций. Моделирование формирования остаточных напряжений проведено посредством решения задачи термоупругопластичности для материала с нестационарной структурой. Представлены результаты расчета температур, структур материала и напряжений в биметаллическом рабочем валке холодной прокатки для различных моментов процесса наплавки. Разработанные программные средства могут быть полезны при численном определении рациональных технологических режимов наплавки, таких, как скорость наплавки и интенсивность охлаждения.

Ключевые слова: биметаллические прокатные валки; наплавка; задача теплопроводности; кинетика фазово-структурных превращений; метод конечных элементов; термоупругопластичность; остаточные напряжения

NUMERICAL DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES IN BIMETALLIC MILL ROLL AFTER SURFACING

A.M. Pokrovsky, A.V. Ryzhikov, E.A. Surensky

In this paper, there is presented a mathematical model for describing the temperature field, the distribution of the phase-structural material composition and a stress state in a bimetallic roll during the entire process of surfacing. The solution for nonlinear non-stationary heat conduction problem and the problem of thermo-elasto-plasticity is based on the finite elements method. Heat transfer is described with using boundary conditions of the third kind. Modeling the transformation of austenite into pearlite under isothermal conditions carried out on the basis of the Avraami equation. The transition from isothermal kinetics of austenite decomposition to nonisothermal conditions is described by the theory of isokinetic reactions. Modeling the formation of residual stresses carried out by solving the problem of thermo-elasto-plasticity for a material with a non-stationary structure. Results of the temperature, structures and stresses calculation in a bimetallic cold rolling for different stages of the process of deposition are presented. The developed software can be useful for numerical determination of rational technological modes for surfacing, such as a surfacing rate and intensity of cooling.

Keywords: bimetallic mill rolls, surfacing, thermal conductivity, kinetics of phase-structural transformations, finite element method, thermo-elasto-plasticity, residual stress

Введение

Наиболее качественными рабочими валками холоднолистовой прокатки, изготавливаемыми в настоящее время, являются биметаллические. При этом на ось, изготовленную из недорогой низколегированной стали, наплавляется ра-

бочий слой толщиной 40–50 мм из высоколегированной стали. Данный технологический процесс заключается в сквозном прогреве оси валка в печи до температуры 500 °С и последующей заливке расплавленного металла в закрепленный на оси кожух. В предыдущей статье

авторов [1], посвященной численному моделированию температурного и фазово-структурного состояний в таком валке при наплавке, приводится подробное описание данного процесса.

Насколько известно авторам, в литературе отсутствуют публикации, касающиеся определения напряженно-деформированного состояния (НДС) конкретно для рассматриваемой задачи. Однако имеется достаточно много публикаций по определению НДС при родственных процессах: многопроходной наплавке и сварке различных деталей, например, работы [2–5]. Несмотря на серьезные успехи отечественных и зарубежных ученых в этом направлении, задача, в силу своей сложности, не может считаться в настоящее время до конца исследованной. Сложность задачи, в первую очередь, определяется протеканием процессов в широком температурном диапазоне (от 20 до 2000 °С), характерном для наплавки и фазовых и структурных превращений. Большинство авторов при численном определении НДС при наплавке и сварке значительно упрощают постановку задачи. В частности, в работах [2, 3] расчет ведется без учета фазово-структурных превращений, а они оказывают серьезное влияние на теплофизиче-

ские и физико-механические свойства материала. В работах [4, 5] учитываются структурные превращения, однако моделирование структурообразования ведется по термокинетическим диаграммам превращений переохлажденного аустенита, которые получаются при постоянных скоростях охлаждения. Описание структурных превращений при сложных температурных режимах в процессе наплавки и сварки можно выполнить по ним только в первом приближении. Более адекватное описание кинетики структурных превращений возможно по теории изокинетических реакций с использованием информации, снятой с изотермических диаграмм превращений переохлажденного аустенита [6]. Кроме того, в рассмотренных работах не учитываются фазовые превращения в процессе кристаллизации. Многие авторы для оценки НДС при наплавке и сварке используют метод конечных элементов (МКЭ). Причем часто исследователи применяют известные конечно-элементные комплексы, например, *ANSYS* [3]. Следует отметить, что в таких комплексах нет возможности учитывать структурные превращения. Поэтому в исследованиях, проведенных с учетом структурообразования, используются авторские конечно-элементные программные комплексы, например, в публикации [4].

Целью настоящей работы является разработка методики и программных средств для численного моделирования температурного, фазово-структурного и напряженного состояний в процессе наплавки биметаллического прокатного валка.

Постановка задачи

Наплавка биметаллических валков заключается в следующем: предварительно нагретая в печи ось валка закрепляется в установке для наплавки в вертикальном положении (рис. 1), на нижней шейке оси закрепляется цилиндрический кожух, и в зазор между кожухом и осью, равным толщине наплавки, подается расплавленный металл. При этом кожух вращается вместе с осью. Процесс наплавки осуществляется в один проход и заканчивается после заливки всего кожуха.

Во время охлаждения после наплавки валка происходит кристаллизация наплавленного слоя, связанная с переходом жидкой фазы в твердую, что сопровождается выделением тепла. По мере дальнейшего остывания валка в нем протекают структурные превращения

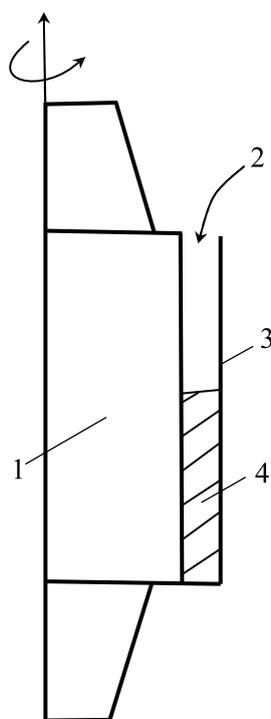


Рис. 1. Упрощенная схема наплавки биметаллического валка:

- 1 – ось валка; 2 – расплавленный металл;
3 – кожух; 4 – наплавленный слой

с выделением скрытой теплоты, происходит изменение объема, связанное с формированием другой кристаллической решетки, и в связи с этим изменяются теплофизические и физико-механические свойства стали. Объемные деформации, связанные с температурными и структурными изменениями при наплавке, приводят к возникновению так называемых временных (или текущих) напряжений, имеющих место непосредственно в процессе наплавки, и остаточных (или итоговых) термических напряжений. Вычисление этих напряжений фактически сводится к решению трех задач: теплопроводности; моделирования фазово-структурного состава и определения НДС. В связи с тем, что температурные поля определяют кинетику фазово-структурных превращений и формирования термических напряжений, а теплофизические и физико-механические свойства стали зависят от температуры и структуры, все три задачи оказываются взаимосвязанными и поэтому решаются совместно. В расчете используется шаговый метод, при котором на каждом шаге по времени последовательно решаются указанные три задачи. В основу задач теплопроводности и вычисления напряжений положен МКЭ.

В связи с тем, что ось валка представляет собой осесимметричную деталь, а наплавка происходит за счет вращения оси с закрепленным на ней кожухом равномерно по длине окружности, задачу целесообразно решать в осесимметричной постановке.

Моделирование температурного и фазово-структурного состояний

Задача нелинейной нестационарной теплопроводности решена с помощью МКЭ в двумерной осесимметричной постановке с граничными условиями третьего рода [7]. Для аппроксимации производной по времени в уравнении теплопроводности применена безусловно устойчивая конечно-разностная схема Кранка – Николсона. В расчетах использован треугольный осесимметричный симплекс-элемент.

Моделирование перехода жидкой фазы в твердую при кристаллизации осуществлено с использованием диаграммы состояния сплавов железо-углерод [8]. Удельная доля твердой фазы определено по правилу отрезков. Учитывались тепловыделения при переходе жидкой фазы в твердую.

Расчет структурного состояния металла проводился на каждом шаге по времени, а именно, вычислялся вектор удельных долей аустенита, перлита, бейнита и мартенсита, соответственно $\{V\} = \{V_a, V_p, V_b, V_m\}$ для каждого конечного элемента. При этом плавная кривая изменения температуры в каждом конечном элементе заменялась ступенчатой, то есть принималось, что на каждом n -м шаге по времени температура мгновенно меняется с T_{n-1} на T_n и остается постоянной на данном шаге.

Для моделирования структурных превращений применялась теория изокинетических реакций, согласно которой переход от изотермической кинетики превращения аустенита к неизотермическим условиям осуществляется на основании правила аддитивности [6]. Для описания изотермического распада аустенита в перлит и бейнит использовалось уравнение Авраами [6]. Зависящие от температуры и входящие в уравнение Авраами эмпирические коэффициенты n_E определялись по изотермической диаграмме (ИТД) превращений переохлажденного аустенита [9].

Тепловыделения при структурных превращениях, также как при кристаллизации, учитывались посредством включения в уравнение теплопроводности слагаемого – мощности удельных источников тепловыделения [7].

Подробно методика численного определения температурного и фазово-структурного состояний при наплавке биметаллического прокатного валка описана авторами в работе [1].

Определение временных и остаточных термонапряжений

Расчет напряжений проведен посредством решения задачи термоупругопластичности для материала с нестационарной структурой [10]. В основу решения положен шаговый метод дополнительных (начальных) деформаций. В этом случае приращение тензора полной деформации можно представить в виде суммы

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^p + \delta_{ij} \cdot \Delta \varepsilon_T, \quad (1)$$

где $\Delta \varepsilon_{ij}^e$, $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ – приращения упругой и пластической деформаций соответственно; $\Delta \varepsilon_T$ – приращение свободной деформации, учитывающее температурные и структурные изменения объема; δ_{ij} – символ Кронекера.

Согласно методу дополнительных деформаций решение задачи термоупругопластичности сведено к последовательному решению задачи

термоупругости. При этом два последних слагаемых в уравнении (1) объединены в одно

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^0; \quad (2)$$

$$\Delta \varepsilon_{ij}^0 = \Delta \varepsilon_{ij}^p + \delta_{ij} \Delta \varepsilon_T,$$

где $\Delta \varepsilon_{ij}^0$ – дополнительная деформация.

Величина приращения свободной деформации на n -м шаге по времени в каждом i -м конечном элементе определялась по формуле

$$\Delta \varepsilon_{T,i}^n = \alpha_n^i \Delta T_n^i, \quad (3)$$

где α_n^i – суммарный коэффициент линейного расширения, учитывающий только температурные и структурные деформации; ΔT_n^i – изменение температуры на n -м шаге в i -м конечном элементе.

Для определения приращений пластических деформаций принималось существование пластического потенциала, который для неадиабатической теории течения в случае нестационарного структурного состава и при использовании критерия пластичности Хубера – Мизеса можно представить в виде [11]:

$$F_p = (3/2 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij})^{1/2} - f_T(q_p, T, \{V\}) = 0, \quad (4)$$

где S_{ij} – компоненты девиатора напряжений; $q_p = \int d\bar{\varepsilon}_i^p$ – параметр Удквиста при пластичности; $d\bar{\varepsilon}_i^p$ – интенсивность приращений пластических деформаций; f_T – функция текучести.

Вводя для упрощения обобщенный параметр Q , характеризующий температурное и структурное состояние стали, и учитывая, что первое слагаемое в (4) представляет собой интенсивность напряжений σ_p , из формулы (4) следует

$$\sigma_i = f_T(q_p, Q). \quad (5)$$

Выбор условия пластичности в виде соотношения (5) равносильно принятию гипотезы о том, что при данных температуре и структуре интенсивность напряжений является функцией параметра Удквиста, не зависящей от типа напряженного состояния. Функцию f_T можно получить из кривых растяжения, представив их в виде $\sigma = f_T(\varepsilon_p, Q)$. При записи этого уравнения учтено, что для одноосного растяжения $\sigma_i = \sigma$ и $q_p = \varepsilon_p$, где ε_p – накопленная пластическая деформация.

В расчете использовалась модель упруго-пластической среды со степенным упрочнением для описания кривых растяжения отдельных

структур. В этом случае кривую растяжения гетерогенной структуры можно представить в виде:

– при $\varepsilon \leq \varepsilon_T$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon;$$

$$\varepsilon_T = (\sigma_{Ta} V_a + \sigma_{Tp} V_p + \sigma_{Tb} V_b + \sigma_{Tm} V_m) / E,$$

(6)

– при $\varepsilon > \varepsilon_T$

$$\sigma = \sigma_{Ta} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{Ta}} \right)^{m_a} V_a + \sigma_{Tp} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{Tp}} \right)^{m_p} V_p + \sigma_{Tb} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{Tb}} \right)^{m_b} V_b + \sigma_{Tm} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{Tm}} \right)^{m_m} V_m,$$

где σ – напряжение; E – модуль упругости; ε – деформация; σ_{Ta} , σ_{Tp} , σ_{Tb} , σ_{Tm} и m_a , m_p , m_b , m_m – пределы текучести и показатели упрочнения, зависящие от температуры, для аустенита, перлита, бейнита и мартенсита соответственно.

Приращения пластической деформации можно рассчитать, имея кривую растяжения и приращение интенсивности напряжений $d\sigma_i$ для каждого конечного элемента на данном шаге по времени [10], по формуле

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_k} - \frac{1}{E} \right) (d\sigma_i - \frac{\partial f_T}{\partial Q} dQ) \frac{S_{ij}}{\sigma_i}, \quad (7)$$

где $E_k = \partial f_T / \partial \varepsilon_p$ – касательный модуль.

При решении задачи термоупругопластичности методом дополнительных деформаций расчет ведется в приращениях деформаций пластичности, процесс определения которых заключается в их итерационном уточнении посредством последовательного решения задачи термоупругости. Последняя при этом также решается в приращениях. В настоящей работе осесимметричная задача термоупругости решается методом конечных элементов, основанном на вариационном уравнении Лагранжа. Для ансамбля конечных элементов составляется система линейных алгебраических уравнений относительно приращений узловых перемещений

$$[K] \cdot \{\Delta U\} = \{\Delta R\}, \quad (8)$$

где $[K]$ – глобальная матрица жесткости; $\{\Delta U\}$ – вектор приращений узловых перемещений системы; $\{\Delta R\}$ – вектор приращений узловых сил.

Выражения для матрицы жесткости и вектора узловых приращений приведены в работе [10].

Полученные соотношения являются определяющими для неизоэнтальной теории пластичности течения для материала с нестационарной структурой [10].

Биметаллический прокатный валок (рис. 2), разбивался на 30–40 треугольных симплексоэлементов. Для коэффициента теплоотдачи (h) на поверхностях, не закрытых кожухом, использовалось его значение на воздухе ($h_{\text{возд}}$), а на закрытых поверхностях – в 10 раз меньшее значение. В конечных элементах, лежащих на глубине, равной толщине наплавки (зона 2 на рис. 2), в которых на данном шаге по времени осуществляется наплавка, задавалась начальная температура расплавленного металла 2000 °С. По направлению оси z закреплялась одна точка, лежащая на оси вращения на левом торце шейки. В радиальном направлении (ось r) закрепление не проводилось, так как это не требуется для осесимметричной задачи в связи с тем, что кожух считался «виртуальным», то есть только ограничивающим зону заливки. При создании конечно-элементной модели валка при наплавке было использовано понятие фиктивного конечного элемента бесконечно малой жесткости [12] с модулем Юнга и коэффициентом Пуассона, равными 1 МПа и 0,499 соответственно. Напряжения в таких элементах получаются равными нулю при любой термонагрузке. Задавая в начальный момент фиктивные элементы по всей толщине наплавки, на каждом шаге по времени нужно убирать фиктивные элементы (задавать реальные модуль Юнга и коэффициент Пуассона) из уже залитой зоны, температура в которой уже опустилась ниже температуры солидуса [8].

По описанным выше методикам в среде *Visual Fortran* был создан авторский программный комплекс для расчета температурного, фа-

зово-структурного и напряженного состояний в биметаллическом прокатном валке в процессе наплавки. Разработанный программный комплекс позволяет менять геометрические размеры валка, переходить к другим сталям, как оси, так и наплавки. Для этого необходимо только ввести математическое описание изотермических кривых превращения переохлажденного аустенита для рассматриваемых сталей. Кроме того, можно менять условия теплообмена на поверхности валка, скорость наплавки, а также начальную температуру оси валка. Также можно задать начальную температуру, переменную по сечению оси.

Для тестирования разработанных программных средств был решен ряд модельных задач. В частности, для верификации задачи теплопроводности было проведено сравнение расчетных температур при индукционном нагреве валка с экспериментальными данными [13]. Следует отметить, что решение задачи о наплавке было получено именно посредством модернизации разработанной ранее программы для расчета индукционного нагрева биметаллического (композитного) прокатного валка [14]. Отличие индукционного нагрева валка от наплавки заключается в том, что в первом случае на каждом шаге по времени нужно моделировать движение индуктора и задавать в конечных элементах, расположенных под индуктором на глубине, равной глубине проникновения, мощность удельных источников энерговыделения [14]. Во втором случае необходимо моделировать продвижение наплавленной зоны, исключая фиктивные элементы из уже залитой области, и задавать температуру, равную температуре расплавленного металла в тех конечных элементах, в которых на данном шаге осуществляется наплавка. Тестирование задачи прогнозирования структур-

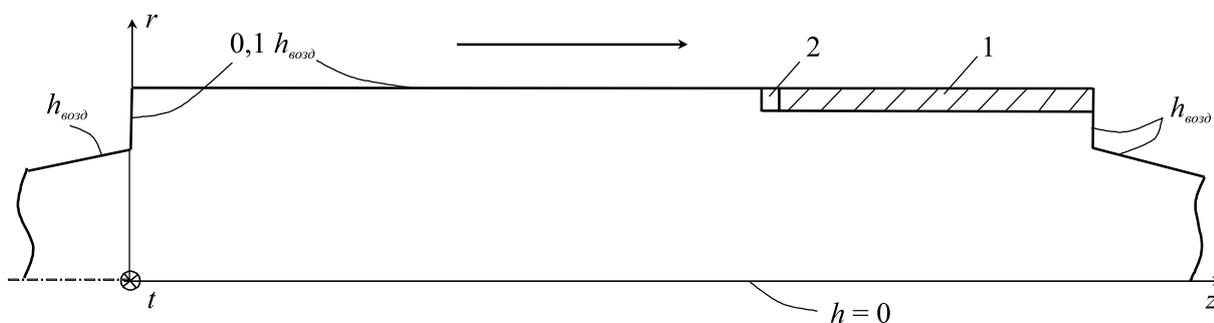


Рис. 2. Расчетная схема биметаллического валка:

- 1 – еще не наплавленная зона, покрытая фиктивными конечными элементами;
- 2 – зона, в которой на данном шаге по времени задается температура 2000 °С

ного состава подробно описано в работе [1]. Для тестирования задачи вычисления термонапряжений было проведено сравнение численных значений напряжений в бесконечном цилиндре при заданном по радиусу законе изменения температур с аналитическим решением [10]. Все модельные задачи свидетельствовали об адекватности предлагаемых методик и разработанных программных средств.

Исходные данные и алгоритм расчета

В качестве объекта исследования в настоящей работе выбран рабочий валок холоднолистого четырехвалкового прокатного стана КВАРТО 600/1500×1700 с диаметром и длиной рабочей части 0,6 и 1,7 м соответственно. Толщина наплавки равнялась 40 мм. Все размеры такого валка приведены в работе [1].

Принималось, что ось валка изготовлена из низколегированной стали 60ХН, а наплавка выполнена из высоколегированной стали с карбидно-интерметаллидным упрочнением 25Н12М6К10. Время наплавки принималось равным 30 мин. При расчете считалось, что начальная температура оси валка – 500 °С; температура наплавляемого металла – 2000 °С; исходная структура оси – перлит; структура наплавки после кристаллизации – аустенит.

Необходимый для вычисления приращения свободной деформации по формуле (3) коэффициент линейного расширения рассчитывался по изменению свободной деформации. Принималось, что свободную деформацию гетерогенной структуры можно вычислить по свободным деформациям составляющих структур пропорционально удельным долям:

$$\varepsilon = \varepsilon_a V_a + \varepsilon_{п(б)} (V_{п} + V_{б}) + \varepsilon_m V_m, \quad (9)$$

где ε , ε_a , $\varepsilon_{п(б)}$, ε_m – свободные деформации гетерогенной структуры, аустенита, перлита (бейнита) и мартенсита соответственно.

Для стали 60ХН свободные деформации принимались согласно [10]:

$$\varepsilon_a = 5,68 \cdot 10^{-9} T^2 + 1,28 \cdot 10^{-5} T - 4,34 \cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_{п(б)} = 7,02 \cdot 10^{-10} T^2 + 1,25 \cdot 10^{-5} T - 2,50 \cdot 10^{-3}, \quad (10)$$

$$\varepsilon_m = 7,02 \cdot 10^{-10} T^2 + 1,25 \cdot 10^{-5} T - 9,50 \cdot 10^{-4},$$

где T – температура, °С.

Для стали 25Н12М6К10, претерпевающей только мартенситное превращение, свободные деформации аустенита и мартенсита определялись согласно [15]:

$$\varepsilon_a = 2,198 \cdot 10^{-9} T^2 + 1,713 \cdot 10^{-5} T - 7,597 \cdot 10^{-3}; \quad (11)$$

$$\varepsilon_m = -4,028 \cdot 10^{-11} T^4 + 1,928 \cdot 10^{-8} T^3 - 3,080 \cdot 10^{-6} T^2 + 1,495 \cdot 10^{-4} T - 2,215 \cdot 10^{-3}.$$

Коэффициент линейного расширения на каждом шаге по времени в каждом конечном элементе рассчитывался по формуле

$$\alpha = \Delta\varepsilon / \Delta T, \quad (12)$$

где $\Delta\varepsilon$, ΔT – изменение свободной деформации и температуры в данном конечном элементе на текущем шаге по времени.

Поскольку упругие характеристики мало чувствительны к структурному составу, принималось, что E зависит только от температуры. В связи с тем, что модуль Юнга мало чувствителен к легированию, принималась одинаковая зависимость E от температуры для материала оси и наплавки, полученная в работе [10] для валковой стали 75Х2ГНМФ (МПа):

$$E(T) = 2,15 \cdot 10^5 - 87,2 \cdot T. \quad (13)$$

Расчеты показали, что ось валка в процессе наплавки нагревается выше температуры аустенизации [9] и переходит из перлитного состояния в аустенитное. После завершения процесса наплавки ось валка, находящаяся внутри наплавки, охлаждается очень медленно, и поэтому материал претерпевает только перлитное превращение. Бейнитное или мартенситное превращения в стали оси 60ХН возможны только при интенсивном охлаждении в воде или масле. В связи с этим в уравнение кривой растяжения стали 60ХН гетерогенной структуры (6) будут входить только два слагаемых – для аустенита и перлита. Температурные зависимости предела текучести σ_T и показателя степенного упрочнения m аустенита и перлита стали 60ХН были приняты согласно работе [10] в таком виде:

$$\sigma_{та} = 25,3 \cdot \sqrt{902 - T} - 10^4 \quad (\text{МПа});$$

$$\sigma_{пн} = \sqrt{5,45 \cdot 10^5 - 1,12 \cdot T^2} \quad (\text{МПа});$$

$$m_a = 0,267 - 1,39 \cdot 10^{-4} \cdot T;$$

$$m_{п} = 0,112 + 1,31 \cdot 10^{-5} \cdot T. \quad (14)$$

При использовании температурных зависимостей (9) принято, что $\sigma_{та} = 150$ МПа при $T > 800$ °С и $\sigma_{тн} = 250$ МПа при $T > 650$ °С.

Сталь наплавки 25Н12М6К10 относится к мартенситному классу [9], в которой возможно только мартенситное превращение, поэтому в формуле (6) для нее будет только два слагаемых – для аустенита и мартенсита. Температурные зависимости предела текучести и показателя степенного упрочнения аустенита и мартенсита стали 25Н12М6К10 были приняты согласно работе [16], в которой были представлены результаты проведенных экспериментальных исследований пластичности этой стали:

$$\begin{aligned} \sigma_{та} &= 311 - 0,105 \cdot T \text{ (МПа);} \\ \sigma_{тм} &= \sqrt{1,44 \cdot 10^6 - 1,58 \cdot 10^3 \cdot T} \text{ (МПа);} \\ m_a &= 0,214 - 1,01 \cdot 10^{-4} T; \\ m_m &= 0,133 + 2,38 \cdot 10^{-5} \cdot T. \end{aligned} \quad (15)$$

Эмпирические зависимости (13)–(15) получены в интервале температур до 800 °С применительно к термической обработке. При превышении этой температуры значения экстраполируются. Следует отметить, что при высоких температурах вследствие низких значений пределов текучести напряжения получаются невысокими. Основное формирование остаточных напряжений происходит при невысоких температурах, поэтому погрешности вычисления, связанные с неточным заданием механических свойств стали при высоких температурах, не приведут к заметному изменению остаточных напряжений. Численный эксперимент подтвердил указанное утверждение.

Значения всех теплофизических коэффициентов и эмпирических зависимостей, необходимых для расчета температурного и фазово-структурного состояний, являющихся исходными для расчета НДС, приведены в работе [1].

Алгоритм расчета напряжений на n -м шаге по времени заключается в следующем.

1. Решаются задачи теплопроводности и моделирования структурообразования, находятся приращения температуры на шаге $\Delta T^{(n)}$, вектор удельных долей $\{T\}_{(n)}$ и коэффициент линейного расширения $\alpha^{(n)}$ для каждого элемента. Причем температура в элементе вычисляется как среднее арифметическое значений температур в узлах.

2. Для известной температуры $T^{(n)}$ каждого элемента по зависимости (13) определяется модуль упругости, а по формулам (14) и (15) – параметры уравнения состояния при пластичности (6).

3. Предполагается, что для каждого конечного элемента вектор приращений пластической деформации $\{\Delta \varepsilon_p\}$ равен нулю.

4. Решается система уравнений (8) для $\{\Delta \varepsilon_0\}^{(n,1)} = \{\Delta \varepsilon_T\}^{(n)} = \alpha^{(n)} \Delta T^{(n)}$ и находятся значения компонент вектора приращений перемещений $\{\Delta U\}$. По ним вычисляются приращения напряжений $\{\Delta \sigma\}^{(n,1)}$ в элементах по формулам, а затем – напряжения в элементах на первой итерации

$$\{\sigma\}^{(n,1)} = \{\sigma\}^{(n-1)} + \{\Delta \sigma\}^{(n,1)},$$

где $\{\sigma\}^{(n-1)} = \{\sigma_r^{(n-1)}, \sigma_z^{(n-1)}, \sigma_t^{(n-1)}, \tau_{rz}^{(n-1)}\}^T$ – вектор напряжений на предыдущем шаге; $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_t, \tau_{rz}$ – радиальное, осевое, окружное и касательное напряжения.

По значениям $\{\sigma\}^{(n,1)}$ вычисляются интенсивности напряжений в элементах на первой итерации:

$$\sigma_i^{*(n,1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r^{(n,1)} - \sigma_z^{(n,1)})^2 + (\sigma_r^{(n,1)} - \sigma_t^{(n,1)})^2 + \dots + (\sigma_z^{(n,1)} - \sigma_t^{(n,1)})^2 + 6 \cdot \tau_{rz}^{(n,1)2}}.$$

5. Проводится анализ полученных значений интенсивностей напряжений по мгновенным кривым растяжения. Для этого определяется силовая деформация

$$\varepsilon^{(n,1)} = \varepsilon_p^{(n-1)} + \sigma_i^{*(n,1)} / E^{(n)},$$

где $\varepsilon_p^{(n-1)}$ – накопленная к началу n -го шага пластическая деформация.

Затем по формуле рассчитывается интенсивность напряжений, соответствующая этой деформации

$$\sigma_i^{(n,1)} = f_T(\varepsilon^{(n,1)}, T^{(n)}, \{V\}^{(n)}).$$

Если $\sigma_i^{*(n,1)} \leq \sigma_i^{(n,1)}$, то приращение пластической деформации $\Delta \varepsilon_p^{(n,1)} = 0$. Если $\sigma_i^{*(n,1)} > \sigma_i^{(n,1)}$, то вычисляется $\Delta \varepsilon_p^{(n,1)} = (\sigma_i^{*(n,1)} - \sigma_i^{(n,1)}) / E^{(n)}$.

Далее, на основании уравнений Прандтля – Рейсса, определяются компоненты вектора приращений пластических деформаций

$$\{\Delta \varepsilon_p\}^{(n,1)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\{S\}^{(n-1)}}{\sigma_i^{(n-1)}} \cdot \Delta \varepsilon_p^{(n,1)}.$$

Здесь $\{S\}^{(n-1)}$ – девиатор напряжений, записанный в виде вектора.

6. Повторно решается система (8) для

$$\{\Delta\varepsilon_0\}^{(n,2)} = \{\Delta\varepsilon_T\}^{(n)} + \{\Delta\varepsilon_p\}^{(n,1)}$$

и находятся напряжения на второй итерации

$$\{\sigma\}^{(n,2)} = \{\sigma\}^{(n-1)} + \{\Delta\sigma\}^{(n,2)}.$$

Далее все повторяется аналогично.

Формула для расчета вектора дополнительной деформации на k -й итерации имеет вид:

$$\{\Delta\varepsilon_0\}^{(n,k)} = \{\Delta\varepsilon_T\}^{(n)} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\{S\}^{(n,k-1)}}{\sigma_i^{(n,k-1)}} \sum_{l=1}^{k-1} \frac{\sigma_i^{*(n,l)} - \sigma_i^{(n,l)}}{E^{(n)}}$$

7. Итерационная процедура продолжается до выполнения следующего критерия сходимости:

$$\left(\left\| \{\Delta R\}^{(n,k)} \right\| - \left\| \{\Delta R\}^{(n,k-1)} \right\| \right) / \left\| \{\Delta R\}^{(n,k)} \right\| < \delta,$$

где $\left\| \{\Delta R\} \right\| = \sqrt{\{\Delta R\} \cdot \{\Delta R\}}$ – Эвклидова норма вектора приращений узловых сил системы; δ – погрешность вычисления (принятая равной 0,03).

После завершения итерационного процесса вычисляются значения $\varepsilon_p^{(n)}$, $\sigma_i^{(n)}$ и $\{S\}^{(n)}$, необходимые для расчета напряжений на следующем шаге.

Результаты математического моделирования и их анализ

По результатам расчетов были получены изолинии температур (рис. 3, а) и нормальных осевых напряжений σ_z (рис. 3, б) через 20 мин после начала наплавки. Из рисунка 3, а видно,

что когда валок наплавлен на две трети, большая часть вала имеет температуру выше 750 °С (область левее этой изолинии). В связи с тем, что температура аустенизации стали 60ХН равна 740 °С, вся эта область находится в аустенитном состоянии. На оси вала в этот момент температура не превышает 640 °С. После окончания наплавки температура на оси вала достигает уже 770 °С. Через 1 ч 20 мин за счет теплоотвода от наплавленных областей вглубь вала температура на оси вала становится максимальной и составляет 980 °С. Причем температура по радиусу вала практически выравнивается, а температура шеек при этом не превышает 600 °С. Таким образом, материал шеек не испытывает структурных превращений и остается в исходном перлитном состоянии. После этого температура вала, начиная от поверхности, медленно снижается. Низкий теплоотвод с поверхности объясняется тем, что охлаждение наплавленного вала осуществляется на воздухе, причем через кожух. Сталь наплавки 25Н12М6К10, относящаяся к мартенситному классу [9], независимо от скорости охлаждения претерпевает мартенситное превращение. Сталь оси вала 60ХН в зависимости от скорости охлаждения может претерпевать перлитное, бейнитное или мартенситное превращения. Однако в связи с низкой скоростью охлаждения аустенитная структура оси вала, как показали расчеты, превращается в перлит, то есть структура материала оси после наплавки остается исходной.

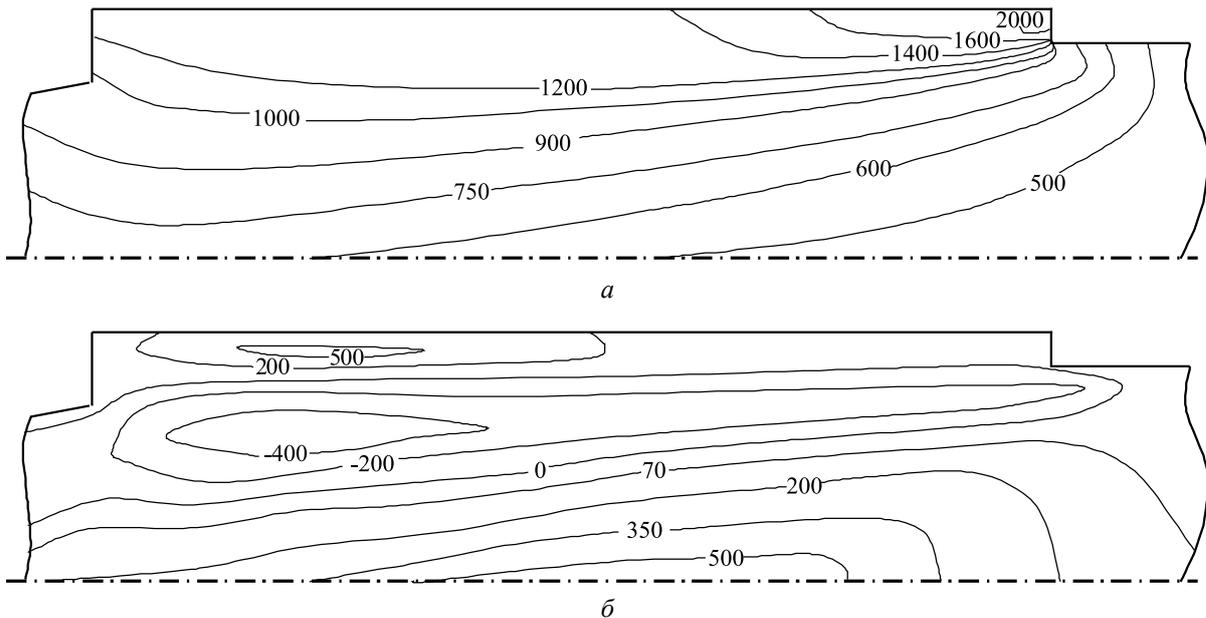


Рис. 3. Распределение температуры (T °С) (а) и осевых напряжений σ_z в МПа (б) в продольном сечении вала через 20 мин после начала наплавки

Рисунок 3, б свидетельствует о том, что для рассматриваемого момента времени максимальные растягивающие осевые напряжения, достигающие 500 МПа, возникают вблизи оси валка, а также в остывшем до 1200 °С наплавленном слое. Максимальные сжимающие напряжения, достигающие -400 МПа, формируются в срединной зоне валка вблизи торца, от которого начиналась наплавка.

Изолинии радиальных, осевых и окружных остаточных напряжений приведены на рис. 4. Касательные напряжения по величине значительно меньше и поэтому не приводятся.

Из рассмотренных рисунков следует, что радиальные напряжения, за исключением зон краевого эффекта вблизи торцов, всюду сжимающие. (Здесь под краевым эффектом понимается изменение распределения напряжений вблизи торцов по сравнению с распределением на удалении от них.) Причем максимальные напряжения, достигающие -320 МПа, возникают на оси валка. Осевые напряжения от оси до приблизительно половины радиуса валка, а также на поверхности – сжимающие, в центральных областях – растягивающие. В окрестности торцов вблизи шеек наблюдаются практически симметричные зоны краевого эффекта с повышенным уровнем растягивающих напряжений, достигающих до 600 МПа. Зоны краевого эффекта возникают вследствие более интенсивного охлаждения вблизи торцов по сравнению с областями, удаленными от них. Максимальные сжимающие напряжения возникают на поверхности валка и составляют -300 МПа.

Картина изолиний окружных напряжений похожа на картину изолиний осевых напряжений. Также внутри валка наблюдаются сжимающие напряжения, а у торцов зоны краевого эффекта, на поверхности – в отличие от осевых остаточных напряжений – формируются растягивающие напряжения.

Кинетика формирования остаточных осевых напряжений для срединного сечения валка представлена на рис. 5.

Следует отметить, что осевые напряжения представляют наибольший интерес, так как при эксплуатации именно они суммируются с максимальными напряжениями от прокатки, возникающими вследствие изгиба валков [17]. Из рисунка 5 видно, что, когда наплавка проведена на две трети (кривая 2), внутри валка напряжения – растягивающие, а снаружи – сжимающие.

Причем вблизи самой поверхности напряжения равны нулю вследствие того, что температура в этой области еще выше температуры солидуса. В конце наплавки (кривая 3) вблизи

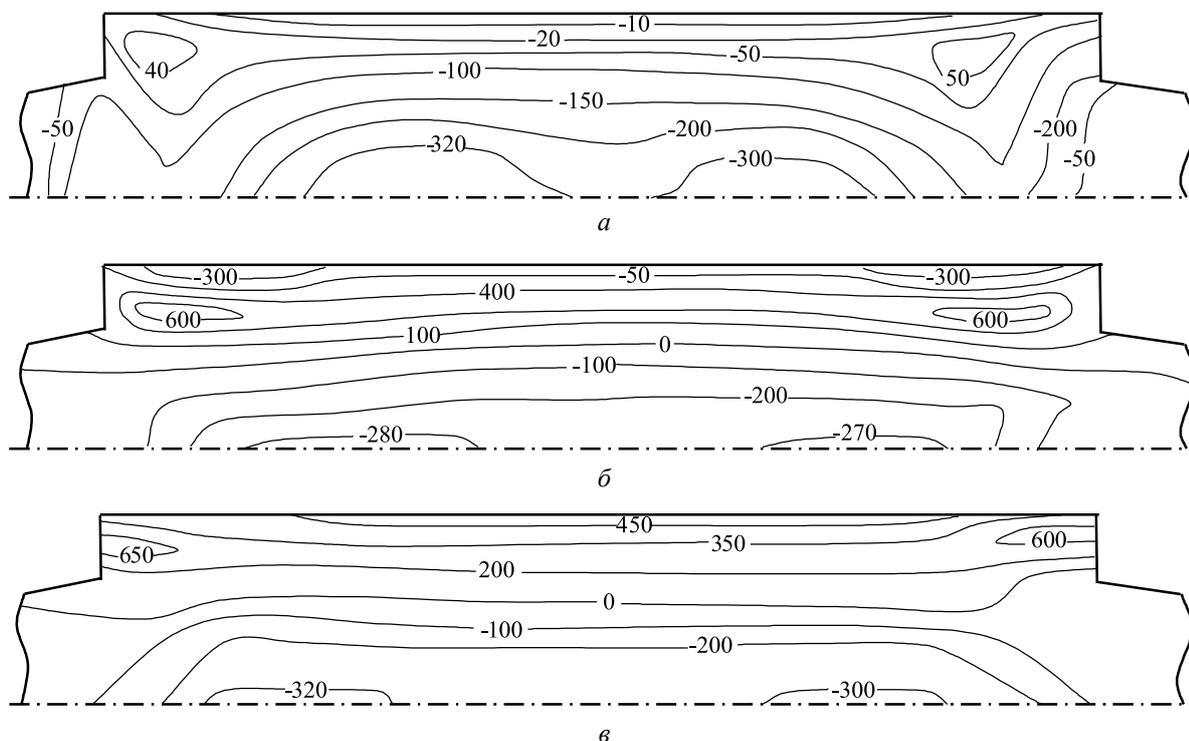


Рис. 4. Распределение остаточных нормальных напряжений (МПа) в продольном сечении валка: а – радиальные напряжения σ_r ; б – осевые напряжения σ_z ; в – окружные напряжения σ_t

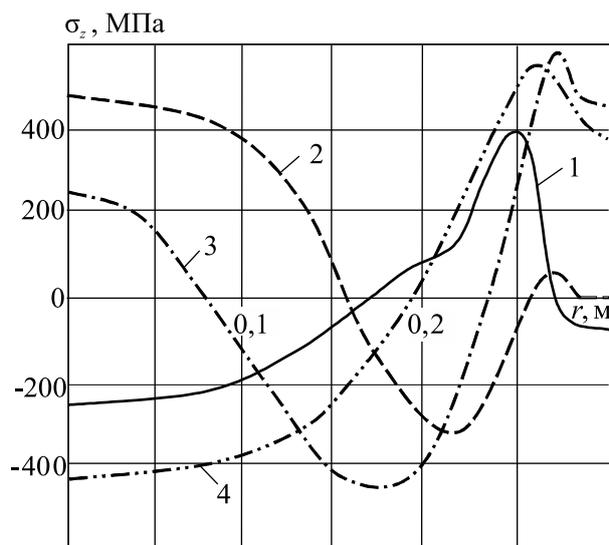


Рис. 5. Изменение остаточных (1) и временных осевых напряжений σ_z по радиусу вала r для времени процесса наплавки: 2 – 20 мин; 3 – 30 мин; 4 – 2 суток

оси вала и на поверхности напряжения растягивающие, а в центральных областях – сжимающие. По мере охлаждения вала до температуры около 100 °С (кривая 3), что происходит приблизительно за двое суток, знаки напряжений вблизи оси вала меняются, и напряжения становятся сжимающими. На поверхности напряжения по-прежнему растягивающие. Остаточные напряжения претерпевают две смены знака. Максимальные сжимающие напряжения, достигающие -240 МПа, возникают на оси вала. Максимальные растягивающие напряжения немного меньше 400 МПа. Видно, что временные растягивающие осевые напряжения составляют 580 МПа, т.е. они даже опаснее остаточных. Такие результаты свидетельствуют в пользу численных методов расчета, позволяющих проследить всю кинетику формирования остаточных напряжений, в отличие от экспериментальных методов, позволяющих определить только остаточные напряжения.

Заключение

Анализ полученных в процессе математического моделирования результатов позволил заключить, что разработанные методики и программные средства дают возможность адекватно моделировать температурное поле и кинетику фазово-структурных превращений, а также формирование остаточных напряжений в процессе всей технологической процедуры наплавки, как в оси вала, так и в наплавленном слое.

Полученные в ходе расчетов распределения напряжений в различные моменты наплавки могут быть использованы для оценки трещиностойкости биметаллического вала.

Таким образом, разработанные программные средства могут служить основой для численного определения рациональных технологических режимов наплавки (скорости наплавки и интенсивности охлаждения), обеспечивающих снижение уровня временных и остаточных напряжений, способных привести к зарождению и росту трещин еще на стадии изготовления.

Список литературы

1. Покровский А.М., Рыжиков А.В. Математическое моделирование температурного и фазово-структурного состояний при наплавке биметаллического прокатного вала // Машиностроение и инженерное образование. 2016. № 1. С. 42–51.
2. Костеневич Е.С. Моделирование остаточных напряжений в патрубковой зоне корпуса реактора ВВЭР-1000 при наплавке и термообработке // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2015. № 6. С. 171–180.
3. Мощенко М.Г., Рубцов В.С., Кораблева С.А. Термомеханический анализ процесса многопроходной сварки соединения ДУ300 реактора РБМК методом конечных элементов // Вопросы материаловедения. 2011. № 4 (68). С. 105–115.
4. Куркин А.С., Макаров Э.Л. Программный комплекс «Сварка» – инструмент для решения практических задач сварочного производства // Сварка и диагностика. 2010. № 1. С. 16–24.
5. Сенченков И.К., Червинко О.П., Рябцев И.А. Расчет усталостной долговечности цилиндрических деталей при многослойной наплавке и эксплуатационном циклическом термомеханическом нагружении // Автоматическая сварка. 2015. № 5 (742). С. 142–147.
6. Christian J.W. The Theory of Transformations in Metals and Alloys. P. I, II: 3-rd ed. Pergamon, 2002. – 1200 p.
7. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассобмен: учеб. пособие для вузов. М.: Издат. дом МЭИ, 2006. – 550 с.
8. Диаграммы состояния двойных и многокомпонентных систем на основе железа / О.А. Банных, П.Б. Будберг, С.П. Алисова и др. М.: Металлургия, 1986. – 440 с.

9. Гуляев А.П., Гуляев А.А. *Металловедение: учеб. для вузов; 7-е изд., перераб. и доп.* М.: ИД Альянс, 2011. – 644 с.
10. Вафин Р.К., Покровский А.М., Лешковцев В.Г. *Прочность термообрабатываемых прокатных валков.* М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 264 с.
11. Лешковцев В.Г., Покровский А.М. Алгоритм решения задач термо-упруго-вязко-пластичности на основе МКЭ с учетом структурных превращений // *Известия вузов. Машиностроение.* 1988. № 5. С. 12–16.
12. Оценка живучести магистральных трубопроводов с учетом остаточных сварочных напряжений / А.М. Покровский, О.А. Волоховская, В.Г. Лешковцев, Г.Я. Пановко // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* 2007. № 3. С. 110–117.
13. Кобяков И.В., Побежимова Т.И. Распределение и изменение температуры по сечению прокатных валков в процессе непрерывно-последовательной закалки при нагре-
ве т.п.ч. // *Тяжелое машиностроение.* 1962. № 10. С. 20–22.
14. Покровский А.М. Расчет термонапряжений при электронормализации композитных прокатных валков // *Производство проката.* 2007. № 9. С. 39–45.
15. Покровский А.М. Расчет остаточных напряжений в биметаллических опорных прокатных валках после термической обработки // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение». Спец. выпуск № 6 «Современные проблемы прикладной механики, динамики и прочности машин».* 2012. С. 186–196.
16. Покровский А.М. Исследование пластичности стали с карбидно-интерметаллидным упрочнением // *Известия вузов. Машиностроение.* 2011. № 10. С. 14–17.
17. Покровский А.М. Оценка ресурса прокатных валков с учетом остаточных напряжений от термической обработки // *Производство проката.* 2005. № 9. С. 26–31.

Материал поступил в редакцию 21.04.2016

**ПОКРОВСКИЙ
Алексей Михайлович**

E-mail: pokrovsky@bmfstu.ru
Тел.: (499) 263-69-88,
(916)331-59-35

Доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов – теплопроводность, кинетика фазовых и структурных превращений, термopрочность деталей с нестационарной структурой, теории пластичности и ползучести, механика разрушения. Автор одной монографии, двух изобретений и более 80 научных статей.

**РЫЖИКОВ
Алексей Викторович**

E-mail: t7454@yandex.ru
Тел.: (903) 776-44-89

Аспирант кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов – теплопроводность, кинетика фазовых и структурных превращений, термopрочность деталей с нестационарной структурой. Автор двух статей.

**СУРЕНСКИЙ
Евгений Аркадьевич**

E-mail: surenski@mail.ru
Тел.: (926) 580-56-71

Аспирант кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов – теплопроводность, термopрочность деталей с нестационарной структурой, метод конечных элементов.