НЕУПРУГИЙ АНАЛИЗ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ДЛЯ ТОРОСФЕРИЧЕСКОГО ДНИЩА С ПАТРУБКОМ

В.Н. Скопинский, Н.А. Берков

В статье рассмотрена прикладная расчетная методика неупругого анализа сосуда давления с торосферическими днищами и патрубком на днище. Численный анализ выполняется с применением метода конечных элементов, теории оболочек, теории пластичности в варианте теории течения с изотропным деформационным упрочнением и геометрически нелинейной теории оболочек в квадратичном приближении. Представлена процедура определения предельных пластических нагрузок, характеризующих значительный рост пластических деформаций, на основе ранее предложенного критерия максимума скорости возрастания относительной пластической работы. Для реализации прикладной методики неупругого анализа конструкции и процедуры определения предельных пластических нагрузок применяется разработанное специализированное программное обеспечение (вычислительная программа SAIS и ее приложение – программный модуль LOAD_PL). В качестве примера рассмотрен сосуд давления с торосферическим днищем и центральным патрубком, для которого получены значения предельного пластического момента и предельного пластического давления, а также обобщенная кривая предельных пластических нагрузок для случая комбинированного нагружения, определяемого совместным действием момента и внутреннего давления.

Ключевые слова: неупругий анализ, сосуд давления, торосферическое днище, патрубок, метод конечных элементов, предельная пластическая нагрузка, комбинированное нагружение.

INELASTIC ANALYSIS AND DETERMINING THE PLASTIC LIMIT LOADS FOR TORISPHERICAL HEAD WITH A NOZZLE

V.N. Skopinsky, N.A. Berkov

In this paper, applied technique of inelastic stress analysis of pressure vessel with torispherical heads and nozzle at the head is considered. Numerical analysis was performed using the finite element method, shell theory, plasticity theory and geometrically nonlinear shell theory in quadratic approximation. A procedure for determining the plastic limit loads characterized by a significant plastic deformation of shells as pressure vessel components is presented using a previously proposed criterion of maximum rate of relative plastic work. Developed specialpurpose computer program SAIS and program module Load_PL in Microsoft Excel are used to realize the applied method. These software and applied method are demonstrated for a model of pressure vessel with torispherical heads and nozzle at the head. Tasks of determining the plastic limit loads in cases of internal pressure, bending moment at the nozzle and combined loading are considered.

Keywords: inelastic analysis, pressure vessel, torospherical head, pipe, finite element method, plastic limit load, combined loading.

Введение

Аппараты и сосуды давления, широко применяемые в различных областях (химическое, нефтехимическое и энергетическое машиностроение, оборудование нефтегазовой и пищевой отраслей, аэрокосмическая техника), имеют днища различной геометрической конфигурации: эллиптические, полусферические, торосферические, конические, тороконические, диффузионные и плоские. Днища криволинейной конфигурации (оболочечные) являются более прочными, жесткими и легкими по сравнению

45

с плоскими днищами, поэтому чаще применяются в сосудах и аппаратах различного назначения. Диаметры таких аппаратов и сосудов могут быть значительными, вплоть до 20 м, а оболочки корпуса и днища могут быть весьма тонкостенными. Кроме того, на корпусе и днищах сосудов располагаются патрубки (или штуцеры), в области присоединения которых имеет место возмущенное напряженное состояние, характеризуемое значительной концентрацией напряжений. Основной нагрузкой для сосудов является внутреннее избыточное давление, в зависимости от которого вычисляют необходимые толщины стенок корпуса, днища, патрубка, что регламентируется, в частности, российскими стандартами ГОСТ 52630-2006, ГОСТ Р 52857.2–2007, ГОСТ Р 52857.3–2007.

Для сосудов часто используют торосферические днища, наряду с близкими им по геометрии эллиптическими. Торосферические днища выпускаются в очень широком размерном диапазоне, и выбор типоразмера зависит, главным образом, от области применения сосудов. Однако есть качественное отличие в поведении таких днищ при эксплуатационной нагрузке. Под действием внутреннего давления тонкостенные торосферические оболочки могут терять устойчивость, обычно при упругопластическом деформировании [1-3]. Это касается оболочек с отношением «диаметр/толщина» больше 300. Однако для реальных сосудов давления чаще всего это отношение меньше 300, что приводит к необходимости оценивать несущую способность конструкции и выбирать допускаемую нагрузку по другим критериям.

Следует заметить, что известно весьма мало работ по анализу торосферических днищ с патрубками при действии различных нагрузок, особенно с позиций неупругого анализа, что, в частности, показывают обзорные работы в этой области [4-9]. В публикациях [10, 11] приведены результаты определения предельных нагрузок в сосудах с торосферическим днищем и смещенным вертикальным патрубком при комбинированном нагружении, а также представлены экспериментальные данные [11]. В статье [12] рассмотрено определение предельной пластической нагрузки для торосферического днища с центральным патрубком на основе применения двух критериев (способов) - способа двойного упругого наклона (TES procedure) и способа пересечения касательных (TI method). Рассмотрено действие изгибающего момента, приложенного к патрубку, неупругий анализ проводился с использованием метода конечных элементов в трехмерной постановке; дано сравнение результатов, полученных двумя способами.

Таким образом, требуется дальнейшее изучение критериев и подходов к оценке предельных нагрузок для торосферических днищ с патрубками как важных компонентов аппаратов и сосудов давления при различных видах нагружения.

Целью данной работы является представление расчетной прикладной методики неупругого анализа торосферических оболочек (днищ) с патрубком и определение предельных пластических нагрузок на основе разработанного критерия.

Геометрия торосферического днища с патрубком

Рассматривается осесимметричная оболочечная конструкция сосуда давления, состоящая из цилиндрического корпуса (обечайки), торосферического днища и радиального центрального патрубка на днище (рис. 1), со следующими основными геометрическими параметрами: d, s_1 – средний диаметр и толщина стенки патрубка; l – длина патрубка; D, s – средний диаметр и толщина стенки цилиндрического корпуса; L_c – длина расчетной части цилиндрического корпуса; R_s – радиус кривизны срединной поверхности сферического сегмента; r_x – радиус кривизны срединной поверх-



Рис. 1. Геометрия сосуда давления с торосферическим днищем и патрубком

ности торового сегмента; *H* – высота днища (по срединной поверхности).

В соответствии с российскими стандартами высота выпуклой части торосферического днища H должна быть не меньше 0,2D, а радиус кривизны сферического сегмента обычно не превышает диаметр днища и составляет $R_s = (0,8-1,0)D$. При проектировании днища могут быть заданы либо его высота H, либо радиус торовой секции $r_{\rm T}$. Из геометрии торосферического днища нетрудно получить формулы для вычисления одной из этих величин, а также углового параметра θ_0 , определяющего границу сопряжения сферического и торового сегментов (см. рис. 1):

при известной высоте днища Н

$$r_{\rm T} = H - \frac{\left(0, 5D - H\right)^2}{2R_s - D};$$
 (1)

– при известном радиусе торовой секции $r_{_{\rm T}}$

$$H = R_s - \sqrt{\left(R_s - r_{\rm T}\right)^2 - \left(0, 5D - r_{\rm T}\right)^2} ; \quad (2)$$

угловой параметр θ₀

$$\theta_0 = \arcsin\left(\frac{0.5D - r_{\rm T}}{R_{\rm s} - r_{\rm T}}\right).$$
 (3)

В расчетном анализе принимается, что стенки днища и цилиндрического корпуса одинаковой толщины. Анализ проводится для оболочечной конструкции, состоящей из нескольких оболочек различной геометрической формы. Узел присоединения патрубка к днищу рассматривается как пересекающиеся цилиндрическая и сферическая оболочки [13]. Напряженное состояние такой конструкции зависит от комплекса относительных геометрических параметров, который может быть представлен в виде:

$$\frac{d}{D}, \frac{D}{s}, \frac{R_s}{D}, \frac{r_{\rm T}}{D}, \frac{s_{\rm l}}{s}.$$
 (4)

Такие параметры, как l/d и L_c/D оказывают незначительное влияние на напряженное состояние в оболочках при $l/d \ge 1, 7\sqrt{s_1/d}$ и $L_c/D \ge 1, 7\sqrt{s/D}$, т.е. вне зоны краевого эффекта.

Конечно-элементный неупругий анализ и процедура определения предельной пластической нагрузки

В целом расчетная прикладная методика нелинейного анализа оболочечной конструкции типа пересекающихся оболочек изложена

в работе [14]. Разработанная методика основана на применении метода конечных элементов в модифицированной смешанной вариационной формулировке, использовании теории оболочек и систем криволинейных координат для каждой оболочки. Неупругий анализ проводится с применением теории пластичности в варианте теории течения с изотропным деформационным упрочнением и использованием условия текучести Хубера – Мизеса, а также геометрически нелинейной теории оболочек в квадратичном приближении. Для конечно-элементного моделирования применяются четырехугольные оболочечные элементы двойной кривизны с 20 степенями свободы; для получения нелинейного решения применяется итерационная процедура модифицированного метода Ньютона – Рафсона с пошаговым приложением нагрузки.

Расчетный анализ проводился с использованием разработанной специализированной вычислительной программы *SAIS*, которая является проблемно-ориентированной и постоянно развивается применительно к комплексу линейных и нелинейных задач по проблеме пересекающихся оболочек. Программа имеет интерфейс для ввода исходных данных, автоматизированный генератор конечно-элементной модели расчетного соединения пересекающихся оболочек, постпроцессор для визуализации расчетных результатов и обеспечивает достаточно полный анализ при относительно малых временных затратах.

Одним из видов прочностного анализа конструктивных узлов присоединения патрубков в сосудах давления является определение предельных пластических нагрузок, вызывающих недопустимое пластическое деформирование конструкции [15, 16], с применением неупругого анализа. Для определения предельной пластической нагрузки (при действии какойлибо одной нагрузки) в зарубежных стандартах для сосудов давления применяются два эмпирических способа (критерия): способ двойного упругого наклона (критерий TES, применяется в американских нормах ASME Code) и способ пересечения касательных (критерий TI, применяется в британских нормах PD 5500 и европейских нормах EN 13445). Оба способа основаны на использовании некоторой характеристической кривой «параметр нагрузки - деформационный параметр» [17], которая должна быть построена по результатам неупругого анализа конструкции. Однако в случае комбинированного нагружения получение характеристической кривой затруднительно, прежде всего, вследствие неоднозначности выбора параметра нагрузки и деформационного параметра.

В настоящей работе для рассматриваемых задач применяется ранее предложенный критерий максимума скорости возрастания относительной пластической работы [18, 19]. Достоинством этого критерия является обоснованность процедуры определения предельной пластической нагрузки (или параметра нагружения) и применимость к любому виду статического нагружения – действию отдельной нагрузки или совместному действию нескольких нагрузок.

При исследовании неупругого деформирования оболочечной конструкции, выполненной из пластичного материала, в случае статического нагружения используются следующие параметры:

- относительная пластическая работа

$$C_p = W_p / W$$
, $0 \le C_p < 1;$ (5)
– скорость возрастания относительной пла-
стической работы при увеличении нагрузки

$$C'_p = dC_p / d\lambda$$
, (6)
– полная работа пластической деформа-

где W_p – полная работа пластической деформации (пластическая работа); W – полная работа деформации; λ – параметр активного нагружения ($0 \le \lambda \le 1$).

При совместном действии нескольких нагрузок (комбинированном нагружении) их можно представить в виде множества $\mathbf{Q} = \{q_1, q_2, q_3, ..., q_n\}$, где n – число отдельных нагрузок q_i (i = 1, n). При расчетном анализе в процессе нагружения конструкции предполагается, что отдельные нагрузки изменяются от нуля до некоторых максимальных значений, определяющих множество \mathbf{Q}_m .

В частных случаях параметр нагружения λ имеет следующий смысл: при пропорциональном комбинированном нагружении $\mathbf{Q} = \lambda \mathbf{Q}_m$ – это параметр пропорциональности; при действии одной нагрузки – это нормализованная нагрузка ($\lambda = q / q_{max}$).

Параметр C_p является глобальным показателем развития в конструкции пластических деформаций, причем функция $C_p(\lambda)$ всегда является монотонно возрастающей. Параметр C'_p в определенной мере характеризует интенсивность развития пластических деформаций в оболочках, и зависимость $C'_p(\lambda)$ может заметно отличаться для различных видов нагружения. Для автоматизации определения предельной пластической нагрузки с использованием программы *SAIS* в среде *Excel* разработан программный модуль *LOAD_PL*.

Процедура определения предельной пластической нагрузки реализуется следующим образом. По результатам расчета для «программы нагружения» (заданных значений нагрузок) в программе SAIS формируется файл в форме таблицы данных со значениями параметра нагрузки и соответствующего параметра С_{*n*}, вычисляемого согласно выражению (5). В программе LOAD PL эта таблица данных считывается и осуществляется представление функции $C_n(\lambda)$ в виде аппроксимации кубическими сплайнами. Затем, применяя численное дифференцирование, получаем согласно (6) функцию производной $C'_{p}(\lambda)$, которая, как показывают расчеты, имеет локальные максимумы. Для наглядности конечного результата в модуле LOAD_PL строится график зависимости $C'_{p}(\lambda)$, и на экран выводится соответствующее значение параметра предельной пластической нагрузки λ* (нагрузки q^*), определяемое как абсцисса точки максимума функции $C_p'(\lambda^*)$. Эта процедура показана ниже на конкретном примере.

Торосферическое днище с патрубком при действии изгибающего момента

Для сравнительного анализа применения разработанной методики и других критериев определения предельной пластической нагрузки проведен расчет сосуда с компонентами, рассмотренный в работе [12]. Сосуд давления с торосферическим днищем и центральным патрубком нагружен изгибающим моментом, приложенным к патрубку (см. рис. 1). Средний диаметр сосуда D = 406,4 мм, а безразмерные параметры (4) имеют такие значения:

$$\frac{d}{D} = 0,281; \quad \frac{D}{s} = 32; \quad \frac{R_s}{D} = 1,0;$$
$$\frac{r_r}{D} = 0,169; \quad \frac{s_1}{s} = 1,0. \tag{7}$$

Сосуд и его компоненты изготовлены из углеродистой стали со следующими упругими и прочностными характеристиками: модуль упругости E = 207 МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, предел текучести $\sigma_{\rm r} = 296$ МПа. Диаграмма истинных напряжений $\sigma_{\rm u} - \varepsilon_{\rm u}$ [12], полученная при испытании образцов на растяжение, приведена на рис. 2.





Рис. 2. Диаграмма истинных напряжений стали

В указанной работе [12] расчетный анализ пяти моделей, отличающихся только длиной патрубка *l*, проводился с применением метода конечных элементов (использовались 20-узловые трехмерные изопараметрические элементы с редуцированным интегрированием, оболочки патрубка и днища разбивались на два слоя элементов по толщине). Предельная пластическая нагрузка определялась с использовани-



Рис. 3. Конечно-элементная модель сосуда

ем *TES*-критерия и *TI*-критерия. В расчет был включен сварной шов (нормальной формы) между патрубком и сферической секцией, торцевое сечение цилиндрического корпуса сосуда считалось жестко закрепленным.

Для сопоставления с результатами трехмерного анализа [12] в расчете по программе *SAIS* также учитывался сварной шов, который для первых слоев элементов патрубка и сферы вблизи линии пересечения оболочек моделировался конечными элементами переменной толщины. При этом свойства сварного шва принимались такими же, как свойства основного металла. С помощью постпроцессора *SAIS* была построена конечно-элементная модель сосуда с торосферическим днищем при длине патрубка l = d (рис. 3).

Проведенный упругий анализ напряженного состояния конструкции показал высокую концентрацию напряжений в патрубке и днище – вблизи области пересечения. При действии момента M, приложенного в торцевом сечении патрубка, коэффициент концентрации упругих напряжений K_{σ} в оболочках определялся по формуле [13]

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{i,\max}}{\sigma_0}, \ \sigma_0 = \frac{4M}{\pi d^2 s_1}, \tag{8}$$

где $\sigma_{i,max}$ – максимальное значение интенсивности напряжений в оболочке; σ_0 – номинальные напряжения на патрубке.

Наибольшее значение коэффициента $K_{\sigma} = 4,64$ наблюдалось в сферической оболочке вблизи сварного шва (в работе [12] указано значение 4,68 этого коэффициента, т.е. получены практически одинаковые значения). На патрубке получено несколько меньшее значение коэффициента ($K_{\sigma} = 4,57$). Таким образом, действие моментной нагрузки на патрубок может вызвать заметные дополнительные напряжения в оболочках по отношению к напряжениям от основной нагрузки – внутреннего давления.

Неупругий анализ конструкции проводился с использованием диаграммы истинных напряжений материала оболочек (см. рис. 2), которая приближенно представлялась в виде кусочнолинейной функции, используя 11 точек реальной диаграммы. Применяя пошаговое нагружение моментом, по результатам нелинейного решения были получены значения параметра $C_{pl}(\lambda_l), \lambda_l = M_l/M_{max}, i = 1, m$, где M_{max} – выбранное максимальное значение нагрузки; m – коли-



Рис. 4. Окно модуля Load_PL при определении M_{пп}

чество шагов. Указанные значения C_{pi} используются в программном модуле $LOAD_PL$ (рис. 4) для определения предельной пластической нагрузки $M_{np} = \lambda^* \cdot M_{max}$.

Как видно из представленного графика, зависимость $C'_p(\lambda)$ изменяется не монотонно и имеет два локальных максимума, которые характеризуют неравномерное развитие пластических деформаций в области пересечения патрубка и сферического сегмента и вблизи нее. Наличие этих максимумов можно объяснить следующим образом.

В пересекающихся оболочках возникает локальное возмущенное напряженное состояние, первые пластические деформации появляются в относительно малой области, где действуют наибольшие напряжения. При действии момента, приложенного к патрубку, в оболочках (патрубке и сферическом сегменте) доминируют изгибные компоненты напряжений. Поэтому с увеличением нагрузки пластические деформации в большей мере распространяются в поверхностных слоях оболочек, а не по толщине. Первоначально пластическая работа интенсивно увеличивается, но затем наблюдается процесс немонотонного изменения параметра С', благодаря активному перераспределению напряжений в области пластической деформации. При этом механизм пластического деформирования характеризуется неравномерным увеличением пластической работы: на первой стадии пластического деформирования наблюдается максимум $C'_{p,\max}$ при M = 15,7 кН·м ($C_p = 0,209$), т.е. при $W_p < W_e$ (W_e – работа упругой деформации); на второй стадии, когда пластическая работа становится доминирующей в полной работе, второй (последний) максимум $C'_{p,\max}$ наблюдается при M = 24,8 кН·м ($C_p = 0,622$), т.е. при $W_p > W_e$. После этого скорость изменения относительной пластической работы монотонно уменьшается благодаря уже значительной пластической деформации в оболочках.

В данной процедуре предельная пластическая нагрузка фиксируется для последнего максимума кривой $C_p(\lambda)$, т.е. $M_{\rm mp} = 24,8$ кН·м ($\lambda^* = 0,805$) при $C_p = 0,622$ (см. рис. 4). Для сравнения можно отметить, что в статье [12] для рассмотренной модели получены такие значения предельного пластического момента: с использованием критерия двойного упругого наклона (*TES*) $M_{\rm np} = 26,2$ кН·м, с использованием критерия пересечения касательных (*TI*) $M_{\rm np} = 23,2$ кН·м. Таким образом, значение предельного пластического момента, полученного с помощью разработанной процедуры, хорошо согласуется со значениями, полученными с использованием известных критериев.

Зоны максимальных напряжений в оболочках и распространение пластических деформаций для соответствующих уровней нагрузки показаны на рис. 5.



Рис. 5. Интенсивность напряжений в точках наружной поверхности оболочек при *M* = 15,7 кН·м (*a*) и *M* = 24,8 кН·м (*б*)



Рис. 6. Распределение напряжений по толщине патрубка и сферического сегмента возле угловой зоны при *M* = 15,7 кН·м (*a*) и *M* = 24,8 кН·м (*б*)

При этих же значениях нагрузки существенно отличается и распределение напряжений по толщине оболочек (рис. 6): при $M_{\rm np} = 24,8$ кН·м напряжения, превышающие предел текучести материала, заметно распространились от поверхностных слоев вглубь оболочек. На рисунке 6 показано распределение напряжений для угловой зоны A (см. рис. 1).

Действие внутреннего давления

С применением прикладной методики был выполнен расчетный неупругий анализ и определена предельная пластическая нагрузка модели сосуда с торосферическим днищем и патрубком (7) при действии внутреннего избыточного давления *p*. В этом случае задача является осесимметричной, напряжения не изменяются по окружной координате патрубка.

В случае действия внутреннего давления в патрубке максимальными являются окружные напряжения, а в сферической оболочке меридиональные напряжения немного превышают окружные. Причем в обеих оболочках для окружных напряжений мембранные компоненты больше изгибных, а меридиональные напряжения являются преимущественно изгибными. Кроме того, следует отметить высокий уровень растягивающих меридиональных напряжений на внутренней поверхности торовой секции, что приводит к дополнительной области пластических деформаций в днище сосуда. Поэтому при увеличении нагрузки механизм пластического деформирования характеризуется активным распространением пластических деформаций в относительно большой области, а также и по толщине оболочек (вблизи области пересечения патрубка и днища). Как следствие, зависимость $C'_{p}(\lambda)$ имеет один четко выраженный максимум (рис. 7), который показывает как интенсивное увеличение скорости возрастания относительной пластической работы при увеличении нагрузки на первой стадии пластического деформирования оболочек, так и ее резкое снижение на второй стадии после достижения нагрузкой величины $p_{\rm m}$ вследствие доминирующей величины пластической работы W_{n} в полной работе деформации *W*.

С помощью программного модуля LOAD_PL определялись параметр предельной пластической нагрузки λ^* (см. рис. 7) и соответствующее значение предельного пластического давления $p_{\rm np} = 14,9$ МПа.

Комбинированное нагружение р-М

Расчетный неупругий анализ был выполнен для случая простого (пропорционального) комбинированного нагружения сосуда внутренним давлением и изгибающим моментом, приложенным к патрубку. Принято, что сосуд имеет относительные геометрические параметры (7). Расчет моделей проводился для различных комбинаций максимальных значений внутреннего давления (p_m) и изгибающего момента (M_m), т.е. $\mathbf{Q}_m = \{p_m, M_m\}$. Для каждого расчетного варианта определялись значения предельных параметров нагружения λ_j^* ($j = \overline{1, N}$, где N -число расчетных вариантов комбинированного нагружения), соответствующих условию $C'_{p}(\lambda^{*}) = \max$. Каждому предельному параметру λ_i* соответствует пара значений предельных пластических нагрузок (p_i^*, M_i^*).

При комбинированном нагружении распределение напряжений в оболочках отличается от распределений напряжений при действии отдельных нагрузок. Поэтому изменяется и механизм пластического деформирования оболочек, который приводит к напряженному состоянию, соответствующему значениям нагрузок (p_j^*, M_j^*). Для иллюстрации на рис. 8 показано распределение интенсивности напряжений σ_j на на-



ружной и внутренней поверхностях оболочек для одного из вариантов предельных нагрузок

 $(p^* = 11 \text{ МПа}; M^* = 15 \text{ кH·м}).$ Используя значения нагрузок (p_j^*, M_j^*) , можно получить обобщенную кривую предельных пластических нагрузок (рис. 9).

Обобщенная кривая построена по нескольким расчетным точкам, количество которых равно N, параметры крайних точек кривых (точек на осях ординат и абсцисс) определяются значениями относительных предельных пластических нагрузок при каждом раздельном нагружении сосуда. Такая кривая свойственна определенному сосуду давления и показывает, какое сочетание значений отдельных нагрузок может вызвать недопустимое пластическое деформирование структурных компонент сосуда.





52







Заключение

В статье представлена единая процедура неупругого анализа с учетом физической и геометрической нелинейностей для определения предельных пластических нагрузок в сосудах давления с торосферическим днищем и патрубком. Для определения предельных пластических нагрузок, характеризующих значительный рост пластических деформаций, использовался ранее предложенный критерий максимума скорости возрастания относительной пластической работы. Разработанное специализированное программное обеспечение позволяет эффективно реализовать прикладную методику и процедуру определения предельных пластических нагрузок.

Практическое применение прикладной методики и программного обеспечения показано для сосуда при различных видах нагружения: при действии изгибающего момента, приложенного к патрубку; при действии внутреннего давления; при комбинированном нагружении. В отечественной научной литературе торосферические днища не рассматривались, поэтому приведенные результаты могут быть полезными для практической оценки предельных и допускаемых нагрузок в аппаратах и сосудах давления, имеющих днища такого типа.

Список литературы

 Galletly G.D., Radhamohan S.K. Elastic-plastic buckling of internally pressurized torispherical shells // J. Press. Vess. Tech. 1979. Vol. 101. P. 216–225.

- Galletly G.D., Blachut J. Torispherical shells under internal pressure – failure due to asymmetric plastic buckling or axisymmetric yielding // Proc. Instn Mech. Engrs. 1985. Vol. 119. P. 225–238.
- 3. *Galletly G.D., Blachut J., Moreton D.N.* Internally pressurized machined domed ends – a comparison of the plastic buckling predictions of the deformation and flow theories yielding // Proc. Instn Mech. Engrs. 1985. Vol. 204. P. 169–186.
- 4. *Mackerle J.* Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping a bibliography (1976–1996) // Int. J. Pres. Ves. and Piping. 1996. Vol. 69. Iss. 3. P. 279–339.
- 5. *Mackerle J.* Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping, an addendum (1996–1998) // Int. J. Pres. Ves. and Piping. 1999. Vol. 76. Iss. 7. P. 461–485.
- 6. *Mackerle J.* Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping, an addendum: a bibliography (1998–2001) // Int. J. Pres. Ves. and Piping. 2002. Vol. 79. Iss. 1. P. 1–26.
- Mackerle J. Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping, an addendum: A bibliography (2001–2004) // Int. J. Pres. Ves. and Piping. 2005. Vol. 82. Iss. 7. P. 571–592.
- 8. *Pietraszkiewicz W. and Konopinska V.* Junctions in shell structures: a review // http://www.imp. gda.pl/files/wp/wppub/2012/Praca10.pdf (date of application: 12.06.2016).
- Lewiński J., Magnucki K. Shaping of a middle surface of a dished head of a circular cylindrical pressure vessel // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2010. Vol. 48. No. 2. P. 297–307.
- Hsieh M.F., Moffat D.G., Mistry J. Nozzles in the knuckle region of a torispherical head: limit load interaction under combined pressure and piping loads // Int. J. Pres. Ves. and Piping. 2000. Vol. 77. Iss. 13. P. 807–815.
- Hsieh M.F., Moreton D.N., Mistry J., Moffat D.G. Limit loads for knuckle-encroaching nozzles in torispherical heads: experimental verification of finite element predictions // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2002. Vol. 37. No. 4. P. 313–326.
- 12. *Moffat* D.G., *Hsieh* M.F., *Lynch* M. An assessment of ASME III and CEN TC54 methods of determining plastic and limit loads for pressure system components // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2001. Vol. 36. No. 3. P. 301–312.

- Скопинский В.Н. Напряжения в пересекающихся оболочках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.
- 14. Скопинский В.Н., Берков Н.А., Столярова Н.А. Нелинейный анализ и определение предельных нагрузок для сосуда давления с эллиптическим днищем и патрубком при комбинированном нагружении // Машиностроение и инженерное образование. 2015. № 1. С. 22–31.
- Gerdeen J.C. A critical evaluation of plastic behavior data and a unified definition of plastic loads for pressure components // WRC Bulletin. 1979. No. 254. P. 1–64.
- Mackenzie D. The finite element method in pressure vessel design by analysis // 8th FENet Technology Workshop. http://www.

fe-net.org/meetings/budapest05 /dle1/ (date of application: 12.06.2016).

- 17. Скопинский В.Н. К проблеме определения предельной пластической нагрузки для пересекающихся оболочек // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 6. С. 18–21.
- Скопинский В.Н., Берков Н.А., Вожова Н.В. Новый критерий определения предельной нагрузки в сосудах давления с патрубками // Машиностроение и инженерное образование. 2011. № 3. С. 50–57.
- Skopinsky V.N. and Berkov N.A. New criterion for the definition of plastic limit load in nozzle connections of pressure vessels // ASME J. Pres. Ves. Technol. 2013. Vol. 135. Iss. 2. P. 021206 (6 pages).

Материал поступил в редакцию 01.07.2016

СКОПИНСКИЙ Вадим Николаевич

E-mail: **skopin-j@mail.ru** Тел.: **(499) 263-67-05**

БЕРКОВ Николай Андреевич

E-mail: berkow@mail.ru Тел.: (495) 276-33-36 Доктор технических наук, профессор кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: механика оболочек, численные методы анализа, линейный и нелинейный анализ пересекающихся оболочек. Автор монографии и свыше 140 научных трудов.

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» Московского политехнического университета. Сфера научных интересов: теория упругости и пластичности, механика пересекающихся оболочек, численные методы анализа, разработка программного обеспечения. Автор свыше 30 научных трудов.