УДК 539.4

ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО КРИТЕРИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

Р.В. Гучинский, С.В. Петинов

Предложен подход к моделированию процесса усталости от начала нагружения до наступления критического состояния элемента конструкции с использованием комбинированного критерия разрушения. При использовании подхода стадии развития разрушения рассматриваются в качестве единого процесса накопления повреждений и разрушения под действием силового поля у вершины трещины. Представленная методика основана на последовательном вычислении повреждений в узлах конечно-элементной модели, лежащих на пути распространения трещины. Повреждения, соответствующие двум механизмам разрушения, определяются по деформационному критерию Коффина-Мэнсона и уравнению Пэриса в рамках линейной модели. Учитываются повреждения, накопленные перед вершиной трещины в перемещающейся области пластических деформаций. Подход позволяет моделировать процесс разрушения при развитой пластической деформации у начального концентратора напряжений, а также у вершины подрастающей трещины. Для расчета элементов конструкций по предложенной методике достаточно располагать данными испытаний стандартных образцов – параметрами обобщенной циклической кривой и деформационного критерия разрушения. Применение подхода демонстрируется на примере формирования и развития трещины усталости от концентратора напряжений в пластине из стали 09Г2. Показано, что результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: метод конечных элементов, трещина, усталость, разрушение, деформационный критерий, комбинированный критерий, накопление повреждений.

APPLICATION OF THE COMPOUND CRITERION FOR MODELING THE FATIGUE FAILURE OF STRUCTURES

R.V. Guchinsky, S.V. Petinov

The approach is developed for modeling the fatigue process in a structural component from initiation of service until onset of the critical state based on the application of the compound failure criterion. The fatigue failure stages are considered as a united process of the damage accumulation and the fracture under action of force field at the crack tip. The proposed procedure is based on the successive calculation of damages in the nodes of the finite-element model lying in the direction of the crack propagation. Damages associated with two mechanisms of fracture are calculated by the Coffin – Manson strain-life criterion and Paris' equation by the linear model. The damages accumulated at the in moving plastic strain field near the crack tip are also considered. The approach allows modeling the fracture process accompanied with advanced plastic strain near the initial stress raiser, as well as at the tip of growing crack. According to the approach the test data of standard specimens – parameters of the cyclic stress-strain curve and the failure criterion – are sufficient for the structural element design. Application of the approach is illustrated by modeling the fatigue process in a plate fabricated from steel 09G2 covering the crack initiation at the stress raiser and its propagation. The results of modeling are in accord with the experimental data.

Keywords: finite element method, crack, fatigue, fracture, failure criterion, compound criterion, damage accumulation.

Введение

Расчет ресурса элементов конструкций, подвергающихся действию переменных нагрузок малой интенсивности, обычно разделяется на две стадии. На первой стадии оценивается долговечность соединения до образования видимой макротрещины с использованием S-N кривой [1] либо деформационного критерия [2]. Размер начальной макротрещины может быть назначен для оценки ее дальнейшего подрастания лишь условно ввиду неопределенности физического повреждения за число циклов, рассчитанное по критерию разрушения. В правилах расчета конструкций на усталостную долговечность в различных отраслях техники этот размер принимается обычно от 0,3 до 3 мм [3]. Вторая стадия расчета связана с оценкой остаточного ресурса соединения, определяемого по продолжительности роста образовавшейся макротрещины [1]. Развитие трещины, как правило, оценивается приемами линейной механики разрушения с использованием коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) и кинетического уравнения скорости роста трещины [4]. Применение линейной механики разрушения, однако, ограничено при развитых пластических деформациях, например в области начальной концентрации напряжений, либо на заключительном этапе роста трещины. В то же время пластичность у вершины трещины определяет ее подрастание [5]. Кроме того, для оценки значений КИН необходима начальная трещина, размер которой не может быть определен однозначно. Переходная длина трещины зависит от формы и размеров начального выреза, номинального напряжения, механических свойств материала [6]. Из-за этого создается неоднозначность в оценке полного ресурса соединения на стыке двух стадий. Стадия формирования трещины преобладает над стадией ее развития при низких номинальных напряжениях, обратная картина наблюдается при высоких напряжениях. В случае значительной начальной концентрации напряжений преобладание стадии роста трещины наблюдается при любых номинальных напряжениях [7]. Если стадия развития трещины соизмерима по продолжительности со стадией ее зарождения, неточность оценки долговечности может быть значительной.

В работе [8] стадия развития трещины описана с использованием плотности энергии деформации, стадия зарождения – с помощью деформационного критерия и обобщенной циклической кривой, но введено предположение о малой пластической области перед вершиной трещины. Деформационный критерий для расчета начальной стадии разрушения может применяться и для сварных соединений с упрочненной поверхностью [9], в том числе с помощью холодной штамповки [10].

Начальный размер макротрещины может назначаться как часть радиуса начального выреза (например, 0,1 [11]), однако одно значение размера не может применяться в различных условиях нагружения. Кроме того, в [11] упругопластическая деформация рассчитывается приближенно по правилу Нейбера.

В начальной стадии деформирования у концентратора напряжений появляются микротрещины размером до 0,2 мм [12, 13]. На основании анализа нераспространяющихся микротрещин показана возможность определения начального размера макротрещины [14]. При оценке общего ресурса в работе [6] стадия развития трещины рассмотрена с помощью *J*-интеграла без учета накопления повреждений.

В вышеназванных исследованиях стадии развития усталостного разрушения рассматриваются изолированно. При этом предпринимаются попытки вычислить размер трещины, начиная с которого возможно применение линейной механики разрушения [15, 16] и который обычно связывается с пороговым КИН [17]. Между тем, непрерывный характер развития необратимых повреждений на всех стадиях определяет целесообразность разработки единых критериев усталостного разрушения для всего процесса. Вероятностная комбинированная модель была предложена в работе [18], однако только для случая, когда стадия зарождения трещины значительно короче стадии ее развития.

Целью данной работы является разработка подхода, основанного на совместном рассмотрении механизма накопления повреждений, присущего всему процессу усталостного разрушения, а также механизма разрушения под действием силового поля у вершины трещины. В отличие от известных методик, стадии формирования и роста трещины в таком подходе не разделяются, и назначение начального размера макротрещины не требуется.

Описание подхода

Предполагается, что процесс разрушения управляется двумя механизмами: влиянием силового поля у вершины трещины и накоплением необратимых повреждений [19]. При этом силовой механизм описывается уравнением Пэриса [4] и активируется при наличии сингулярности напряжений у вершины трещины. Сингулярность возникает после преодоления трещиной нескольких микроструктурных барьеров при длине трещины около 0,12-0,2 мм [20, 21]. Напротив, механизм накопления повреждений сопутствует всему процессу развития трещины, так как соответствует необратимой деградации материала, связанной с пластической деформацией [22]. В начальной фазе развития разрушения, когда велико влияние начальной концентрации напряжений, а также на заключительном этапе разрушения, при развитой пластической деформации у вершины трещины, процесс разрушения практически полностью подчиняется механизму накопления повреждений.

Для оценки развития разрушения используется метод конечных элементов (МКЭ). Трещина моделируется бесконечно тонким надрезом, подрастание которого имитируется удалением связей в узлах сетки конечных элементов, лежащих на пути развития трещины. Рассматривается процесс разрушения от некоторого начального размера трещины *a* (рис. 1), в дальнейшем выполняется обобщение на случай отсутствия начальной трещины.

Узлы в области развития трещины располагаются на одинаковом расстоянии друг от друга, которое является шагом подрастания трещи-



развития трещины

ны ба. В случае предшествующей циклической нагрузки некоторые узлы при вершине трещины могут иметь начальные повреждения d_i^0 , где i – номер узла. Начало развития трещины ассоциируется с разрушением первого узла, которое подчиняется правилу линейного суммирования повреждений:

$$d_1^1 = d_1^0 + d_1^{1s} + d_1^{1p} = 1, \qquad (1)$$

где d_1^{1s} – повреждение первого узла, определяемое накоплением повреждений в рамках деформационного подхода; d_1^{1p} – повреждение первого узла, определяемое «силовым» критерием Пэриса [4].

Параметр d_1^{1s} определяется в соответствии с выражением:

$$d_1^{1s} = n_1 / N_1^{1s} (\Delta \varepsilon_1^1), \qquad (2)$$

где $\Delta \varepsilon_1^1$ – размах полной деформации в первом узле, перпендикулярной направлению развития трещины; $N_1^{1s}(\Delta \varepsilon_1^1)$ – число циклов до разрушения первого узла, определяемое по деформационному критерию разрушения без учета остальных повреждений; n_1 – действительное число циклов до разрушения первого узла.

Уравнение Пэриса имеет вид [4]:

$$\Delta a / N_1^{1p} = C_1 \cdot \left(\Delta K_1\right)^m, \qquad (3)$$

где N_1^{1p} – число циклов, при котором трещина прирастает на δa при первом шаге расчета по силовому критерию; C_1 – функция уравнения Пэриса на первом шаге; ΔK_1 – размах КИН для начальной трещины; *m* – параметр материала.

Значения C_1 , *m* в комбинированном критерии могут отличаться от значений констант основного уравнения Пэриса.

Повреждение d_1^{1p} эквивалентно первому приращению трещины на δa , поэтому

$$d_1^{1p} = n_1 / N_1^{1p} = n_1 C_1 (\Delta K_1)^m / \delta a .$$
 (4)

Если $d_1^0 = 0$, из уравнений (1), (2) и (4) можно получить число циклов до разрушения первого узла:

$$n_{1} = \left[1 - d_{1}^{0}\right] / \left[\left(N_{1}^{1s}(\Delta \varepsilon_{1}^{1})\right)^{-1} + C_{1}(\Delta K_{1})^{m} / \delta a\right].$$
(5)

Далее на первом шаге рассчитываются повреждения узлов, лежащих в области пластической деформации:

$$d_i^{1s} = n_1 / N_i^{1s} (\Delta \varepsilon_i^1).$$
(6)

Число циклов до разрушения каждого последующего узла определяется с учетом накоплен-

18



ного им по правилу линейного суммирования повреждения на предыдущих шагах:

$$n_{i} = \left[1 - d_{i}^{j-1}\right] / \left[\left(N_{i}^{js} \left(\Delta \varepsilon_{i}^{j}\right)\right)^{-1} + C_{i} \left(\Delta K_{i}\right)^{m} / \delta a \right],$$
(7)

где d_i^{j-1} – накопленное *i*-м узлом повреждение за *j*–1 шагов расчета; $\Delta \varepsilon_i^j$ – размах полной деформации в *i*-м узле, лежащем в вершине трещины, при этом $i \equiv j$.

После каждого шага подрастания трещины рассчитывается обновленное напряженно-деформированное состояние. Предполагается, что упругопластическое поведение материала описывается кинематическим законом упрочнения, критерием пластичности Мизеса и обобщенной циклической кривой, получаемой в испытаниях при одноосном напряженном состоянии. Циклическая кривая задается последовательностью пар значений размахов напряжений и упругопластической деформации (рис. 2) [23].

Для вычисления повреждений d_i^{js} используется деформационный критерий Коффина– Мэнсона [24]:

$$\Delta \varepsilon_i^{j} = A(N_i^{js})^{-\alpha} + B(N_i^{js})^{-\beta}, \qquad (8)$$

где N_i^{js} – число циклов до разрушения *i*-го узла на *j*-м шаге расчета, определяемое по результатам испытаний стандартных образцов; A = 0,34, $\alpha = 0,653$, B = 0,011, $\beta = 0,142$ – параметры исследуемого в данной работе материала – циклически стабильной конструкционной стали 09Г2 [23].

Характеристики прочности стали: предел текучести $\sigma_{_{\rm T}} = 300$ МПа, предел прочности $\sigma_{_{\rm B}} = 450$ МПа; характеристики пластичности: относительное сужение площади поперечного сечения при разрыве $\psi = 50$ %, относительное остаточное удлинение при разрыве $\delta = 21$ %.

При отсутствии начальной трещины разрушение начинается в области концентрации напряжений, и размах КИН в цикле оценить невозможно. В этом случае «силовая» составляющая комбинированного критерия не приводит к повреждению и считается, что $C_1 = 0$. В «устойчивой» фазе роста трещины вклад d_i^{jp} в общее повреждение увеличивается. На заключительном этапе распространения трещины с появлением развитых пластических деформаций и потерей сингулярности напряжений у ее вершины доля d_i^{jp} уменьшается. Условно считается, что функция C_i обращается в ноль при достижении максимальным КИН значения тре-



Рис. 2. Обобщенная диаграмма циклического деформирования стали 09Г2



щиностойкости $K_{\rm Lc}$, при этом трещина достигает длины $a = a_{cr}$. Тогда функция C_i в первом приближении может быть представлена в виде параболы (рис. 3):

$$C_i = C(a) = 4C_{\max}(a / a_{cr})(1 - a / a_{cr}), \quad (9)$$

где C_{max} – наибольшее значение функции C_i за период подрастания трещины при $a = a_{cr}/2$, $a = (i-1) \cdot \delta a$.

Также C_i можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью:

$$C(a) = C_{\max} \left(e^{t(2a/a_{cr}-1)^2} - e^t \right) / (1 - e^t), \quad (10)$$

где *t* – параметр формы.

Кривые C(a), полученные для такой аппроксимации при различных значениях параметра t, показаны на рис. 3.

Результаты моделирования

Применение разработанного подхода иллюстрируется на примере решения упругопластической задачи о плоской деформации пластины с эллиптическим отверстием. В программе ANSYS 10.0 были разработаны две конечноэлементные модели разной детализации чет-



Рис. 4. Конечно-элементная модель четверти пластины ($\delta a = 1,5$ мм)

верти пластины размерами 2h = 800 мм, 2W = 400 мм со сквозным отверстием размерами 2b = 50 мм, 2R = 100 мм (рис. 4). Область распространения трещины была поделена



на элементы одинакового размера, равного шагу приращения трещины δa . Предполагалось горизонтальное развитие трещины по узлам, закрепленным от перемещений в вертикальном направлении. В этих узлах вычислялись упругопластические деформации в направлении нагружения для расчета повреждения. Использовались стандартные изопараметрические четырехузловые элементы PLANE42. Модель нагружалась пульсирующим давлением с максимальным значением *p* (коэффициент асимметрии цикла $R_1 = 0$).

Для выбора подходящего размера конечных элементов был выполнен расчет подрастания трещины только по деформационному подходу, при $C_i = 0$. Трещина моделировалась до достижения длины $a_{cr} = 115,5$ мм при p = 70 МПа, $a_{cr} = 99$ мм при p = 90 МПа, $a_{cr} = 72$ мм при p = 120 МПа, что соответствует равенству максимального КИН значению трещиностойкости ≈100 МПа · √м по экспериментальным данным. Скорость развития трещины в зависимости от размаха КИН при разных значениях р и параметра ба, отражающего степень детализации конечно-элементной сетки, представлена на рис. 5 в логарифмических координатах. Для построения кинетических диаграмм использовались значения КИН из справочных данных [25], полученные с помощью МКЭ:

$$\Delta K = \varphi(\frac{c}{W}, \frac{b}{R}) \cdot \psi(\frac{c}{W}, \frac{R}{W}, \frac{b}{R}) \cdot p\sqrt{\pi c} , \quad (11)$$

где c = R + a – длина трещины с учетом отверстия (см. рис. 4).





Используемые размеры трещины, отверстия и пластины находятся в области применимости интерполяционных формул:

$$0,1 \le R / W \le 0,8; \ 0 \le b / R \le 10;$$

 $R / W \le c / W \le 0,95.$

Экспериментальные данные были получены путем испытаний компактных образцов при пульсирующем растяжении [23]. Кинетические диаграммы при разных номинальных напряжениях хорошо согласуются между собой, особенно – в устойчивой фазе подрастания трещины.

При использовании комбинированного критерия разрушения с введением слагаемого (3) в уравнение (5) число циклов n_i , определяемое выражением (7), будет уменьшаться, а скорость развития трещины – увеличиваться, что приведет к сдвигу кинетической диаграммы вверх. Поэтому в дальнейшем для применения комбинированного критерия рассматривается величина $\delta a = 1,5$ мм.

Введение «силового» слагаемого в критерий разрушения приводит к подъему кинетической диаграммы преимущественно в начальной фазе развития трещины. При различных параметрах силового критерия кинетические диаграммы могут быть практически идентичны (рис. 6), однако соответствие наклона диаграммы экспериментальным данным наблюдается только при $m \leq 2$. Для построения диаграмм (см. рис. 6) использовалась зависимость (9).

Для определения оптимальной зависимости функции *C* «силовой» составляющей критерия от длины трещины были построены кинетические диаграммы для четырех вариантов распределений, изображенных на рис. 3 ($C_{max} = 10^{-8}$; m = 0,5). В заключительной стадии роста трещины влияние вида распределения *C*(*a*) незначительно, что связано с доминирующей ролью деформационной составляющей комбинированного критерия при развитых пластических деформациях (рис. 7). В начальной фазе наиболее адекватно по экспериментальным данным распределение *C*(*a*) в виде параболы (9).

При различных значениях номинального напряжения кинетические диаграммы сходны. На рис. 8 приведены результаты моделирования развития трещины с параметрами «силовой» части критерия $C_{max} = 10^{-8}$; m = 0,5 и распределением C(a) в соответствии с зависимостью (9). Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Отклонения от экспериментальных значений связаны с различ-



ным характером развития трещины в рассматриваемой пластине (где предполагается сохранение прямолинейности контура фронта трещины) и в компактном образце (где фронт трещины может не оставаться плоским, а его контур неизбежно искривляется). Особенно сильными отклонения могут быть при высоких КИН из-за неравномерного развития пластических деформаций у вершины трещины. Различия в экспериментальной и моделируемой скоростях развития трещины на начальной стадии могут быть связаны с нелинейностью накопления повреждений, изучение которой требует дальнейших экспериментальных исследований.

Моделирование развития трещины при отсутствии начального надреза выполнено

до 48–77 % сечения пластины, ослабленного отверстием, при разных номинальных напряжениях. При достижении критической длины трещины средние наибольшие главные напряжения по сечению, в котором происходило ее развитие, превышали предел текучести и составляли примерно 350 МПа. Пластина нагружалась пульсирующим растяжением, поэтому эффект раскрытия трещины не рассматривался.

Применение комбинированного критерия разрушения возможно при фиксированном размере конечных элементов в окрестности вершины трещины. Измельчение конечно-элементной сетки приводит к увеличению местных деформаций, повреждений узлов и, соответственно, повышению скорости развития трещины.

Заключение

В работе предложена методика расчета усталостного разрушения, позволяющая рассмотреть фазы зарождения и подрастания трещины в качестве единого процесса, управляемого совместным действием механизма накопления повреждений и силового поля у вершины трещины. В отличие от известных методик, стадии развития разрушения не рассматриваются изолированно: влияние фазы формирования трещины на стадию ее развития учитывается с помощью накопленного повреждения в эволюционирующей области пластических деформаций.

Преимущество данной методики перед описанием усталостного разрушения с помощью уравнения Пэриса состоит в том, что она позволяет рассчитывать зарождение и развитие трещины вплоть до поздней стадии разрушения при развитой пластической деформации у начального концентратора напряжений и у вершины подрастающей трещины.

Подход может применяться при различных соотношениях фаз развития повреждения и при развитой пластической деформации у вершины трещины.

Кинетическая диаграмма, полученная с помощью комбинированного критерия, нечувствительна к константам силовой составляющей критерия на заключительной стадии подрастания трещины.

Комбинированный критерий может быть использован для инженерных расчетов усталости узлов конструкций. Для этого необходимо назначить определенный размер элементов в конечно-элементной модели и располагать результатами испытаний стандартных образцов.

Список литературы

- Hobbacher A. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. International Institute of Welding, IIW-Doc. (XIII-2151r1-07/XV-1254r1-07)(2007). – Cambridge: Abington Publishing, 2007. – 143 p.
- 2. *Petinov S.V., Guchinsky R.V.* Fatigue Assessment of Ship Superstructure at Expansion Joint // Transactions of the Royal Institution of Naval Architects. Part A: International Journal of Maritime Engineering. 2013. Vol. 155. No. A4. P. A201–209.
- May M., Hallett S.R. An advanced model for initiation and propagation of damage under fatigue loading. Part I: Model formulation // Composite Structures. 2011. Vol. 93. No. 9. P. 2340–2349.
- 4. *Paris P.C., Erdogan F.* A Critical Review of Crack Propagation Laws // J. Bas. Eng. Trans. ASME. 1963. Vol. 85. P. 528–534.
- Ding F., Feng M., Jiang Y. Modeling of fatigue crack growth from a notch // Int. J. Plasticity. 2007. Vol. 23. P. 1167–1188.
- Sehitoglu H. Fatigue Life Prediction of Notched Members Based on Local Strain and Elastic-Plastic Fracture Mechanics Concepts // Eng. Fract. Mech. 1983. Vol. 18. No. 3. P. 609–621.
- 7. *Allery M.B., Birkbeck G.* Effect of notch root radius on the initiation and propagation of fatigue cracks // Eng. Fract. Mech. 1972. Vol. 4. P. 325–331.
- Boljanovic S., Maksimovic S., Belic I. Total Fatigue Life of Structural Components // Proc. of the 2nd WSEAS Int. Conf. on Applied and Theoretical Mechanics. – Venice, Italy, 2006. P. 1–6.
- Rudolph J., Schmitt C., Weis E. Fatigue lifetime assessment procedures for welded pressure vessel components // Int. J. Pres. Ves. Pip. 2002. Vol. 79. No. 2. P. 103–112.
- Hayakawa K., Nakamura T., Tanaka S. Analysis of Fatigue Crack Initiation and Propagation in Cold Forging Tools by Local Approach of Fracture // Materials Transactions. 2004. Vol. 45. No. 2. P. 461–468.
- 11. *Dowling N.E.* Notched member fatigue life prediction combining crack initiation // Fat. Eng. Mater. Struct. 1979. Vol. 2. P. 129–138.
- Panasyuk V.V., Ostash O.P., Kostyk E.M. Fatigue crack initiation at stress raisers // Mater. Sci. 1985. Vol. 21. No. 6. P. 507–513.
- 13. *Kewein X., Jiwen H.* Prediction on notched fatigue limits for crack initiation and

propagation // Eng. Fract. Mech. 1992. Vol. 41. No. 3. P. 405–410.

- 14. *Shang D.-G., Yao W.-X., Wang D.-J.* A new approach to the determination of fatigue crack initiation size // Int. J. Fatigue. 1998. Vol. 20. No. 9. P. 683–687.
- Navarro C., Garcia M., Dominguez J. A procedure for estimating the total life in fretting fatigue // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2003. Vol. 26. No. 5. P. 459–468.
- Makkonen M. Predicting the total fatigue life in metals // Int. J. Fatigue. 2009. Vol. 31. P. 1163–1175.
- 17. *Cameron A.D., Smith R.A.* Fatigue life prediction for notched members // Int. J. Pres. Ves. Pip. 1982. Vol. 10. P. 205–217.
- Martin W.S., Wirsching P. Fatigue Crack Initiation–Propagation Reliability Model // J. Mater. Civ. Eng. 1991. Vol. 3. No. 1. P. 1–18.
- 19. *Petinov S.V., Letova T.I., Guchinsky R.V.* Modeling of fatigue process by combining the crack initiation and growth // Proc. of XLII

Int. Summer School–Conf. APM 2014. St.Petersburg, 2014. P. 133–139.

- Ebi G., Neumann P. Closure Behavior of Small Cracks // Steel Research. 1990. Vol. 61. No. 10. P. 498–503.
- Miller K.J. The Two Thresholds of Fatigue Behavior // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 1993. Vol. 16. No. 9. P. 931–939.
- 22. Гучинский Р.В., Петинов С.В. Численное моделирование распространения полуэллиптической трещины усталости на основании оценки накопления повреждений // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8. № 4. С. 376–385.
- 23. *Petinov S.V.* Fatigue Analysis of Ship Structures. New-York: Backbone Publishing Co., Fair Lawn, 2003. 263 p.
- 24. *Махутов Н.А.* Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
- 25. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: в 2-х тт. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. Т. 2. – 568 с.

Материал поступил в редакцию 17.12.2016

ГУЧИНСКИЙ	Кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории численного
Руслан Валерьевич	моделирования деформирования и разрушения материалов и конструкций
E-mail: ruslan239@mail.ru	Института проблем машиноведения РАН. Сфера научных интересов: МКЭ,
Тел.: (906) 249-96-95	прочность, усталость, механика разрушения. Автор 12 научных статей.
ПЕТИНОВ Сергей Владимирович E-mail: sergei.petinov@gmail.com Тел.: (812) 552-63-03	Доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Ве- ликого». Заведующий лабораторией численного моделирования деформи- рования и разрушения материалов и конструкций Института проблем маши- новедения РАН. Сфера научных интересов: строительная механика корабля, МКЭ, прочность, усталость, механика разрушения. Автор 3 монографий, более 170 научных статей.