удк 621.92 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ

С.А. Воронов, И.А. Киселев

В работе рассмотрена структура обобщенной модели процесса обработки резанием. Показано, что модель должна включать в себя: модель динамики инструмента и детали; модель сил резания; модель образования новых поверхностей; модель анализа погрешностей формы обработанной детали. Все составляющие полной модели являются, в общем случае, нелинейными, включающими в себя функции с запаздывающим аргументом. Исследование таких систем можно проводить численно, путем имитационного моделирования, с привлечением методов функционального анализа, метода конечных элементов и других методов моделирования систем САЕ/САМ. Показаны примеры моделей динамики инструмента и детали, которые приводятся к системе дифференциальных уравнений второго порядка по времени, либо моделей, построенных с помощью конечно-элементного моделирования. Силы резания, входящие в уравнения динамики инструмента и детали, моделируются как эмпирические нелинейные (как правило) зависимости от задаваемых режимов. Эмпирические коэффициенты определяются экспериментальным путем или моделированием врезания режущей кромки в обрабатываемый материал. В работе приведен пример моделирования по разработанной методике фрезерования лопатки на пятикоординатных станках.

Ключевые слова: динамика, процесс обработки резанием, нелинейные вибрации.

NONLINEAR PROBLEMS OF CUTTING PROCESS DYNAMICS

S.A. Voronov, I.A. Kiselev

The structure of the generalized model of cutting process is considered in the paper. It is demonstrated that full model should involve: model of tool and workpiece dynamics; model of cutting forces; model of new surface formation; model of machined parts shape errors analysis. All components of a full model are nonlinear in general, involving functions with time delay. The analysis of such system is possible numerically only, by simulation, by using the functional analysis methods, FEM and other method of modeling CAE/CAM systems. Some models of tool and workpiece dynamics which are reduced to the second-order in time differential equations in the paper are presented. Models constructed by FEM are analyzed too. The cutting forces which enter into the equations of tool and workpiece dynamics are modeled as the empiric, nonlinear relations depending on given cutting conditions. The empiric coefficients are experimentally determined, or are obtained by modeling of cutting edge digging into the machined material. The example of blade 5-axis milling modeling is presented in the paper.

Keywords: dynamics, cutting process, machining, nonlinear vibrations.

Введение

В отраслях авиационного, ракетно-космического и энергетического машиностроения постоянно происходит усложнение технологических процессов механической обработки, обусловленное необходимостью создавать детали машин со сложной геометрической формой, к которым предъявляются высокие требования по точности и качеству обработанной поверхности. Внедряются новые жаропрочные материалы с уникальными свойствами, однако их обработка с использованием существующего оборудования и технологий сопряжена с рядом проблем. Кроме того, в связи с развитием отечественной гражданской и военной авиации, а также с ростом количества экспортных заказов на продукцию указанных отраслей возникает острая потребность в наращивании объемов производства деталей сложной формы. Однако внедрение в производство таких де-

талей сдерживается существенными технологическими трудностями: необходимость использования высокоточных 5-координатных обрабатывающих центров и применения специального дорогостоящего инструмента; потребность в разработке новых технологий и т.д. Одна из основных проблем при лезвийной обработке сложнопрофильных деталей заключается в неизбежном возникновении вибраций в технологической системе вследствие периодического прерывистого характера сил резания. Возникающие при обработке вибрации могут оказать существенное негативное влияние на точность геометрии и качество поверхности обрабатываемой детали, стойкость инструмента и оснастки. Как правило, вибрации при обработке резанием не позволяют повысить производительность процесса обработки или обеспечить заданные требования к изготовляемой детали. Вибрации могут иметь вынужденный или автоколебательный характер. Второй тип вибраций является наиболее опасным с точки зрения ухудшения точности формы обработанной детали, повышения уровня остаточных напряжений и снижения ресурса изделия. Для снижения уровня вибраций применяют различные способы виброгашения, использование которых не всегда обосновано. Как правило, эти методы недостаточно эффективны для гашения автоколебаний. Характер динамического поведения технологической системы, влияние режимов обработки на формирование заданной геометрии при обработке сложных податливых деталей не представляется возможным изучить без разработки математических моделей процесса обработки, позволяющих оценить качество и эффективность процесса для заданных технологических условий.

В настоящее время известно достаточно большое количество исследований, результаты которых свидетельствуют в пользу различных методик моделирования динамики процесса пространственной обработки резанием. Часть этих подходов позволяет исследовать динамическую устойчивость регулярного резания в каждой точке траектории обработки при фиксированных геометрических параметрах зоны резания [1–3]. В работе [4] предлагается построить трехмерную диаграмму устойчивости обработки, где в качестве дополнительной оси используется координата вдоль траектории движения инструмента. Далее на основе таких диаграмм авторы предлагают назначать режимы обработки, свободные от неустойчивых, автоколебательных режимов. Работы многих авторов были посвящены изучению устойчивости процесса плоского фрезерования в различной постановке. В большинстве исследований рассматривается фреза с прямыми режущими кромками, направление подачи перпендикулярно оси фрезы; в этом случае допустимо ограничиться рассмотрением задачи в двумерной постановке, где режущая кромка фрезы вырождается в точку (точечная модель). Как правило, принимается линейная зависимость усилий резания от толщины срезаемого слоя. Выражение для толщины срезаемого слоя формулируется аналитически исходя из взаимного положения текущей и предыдущей режущей кромки, а также движения подачи. Таким образом, авторы приходят к системе линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием и переменными во времени коэффициентами [5, 6]. Исследование устойчивости поведения такой системы проводится на основе разложения в ряд Фурье функции изменения толщины срезаемого слоя. При этом для построения зон устойчивости достаточно ограничиться только первым членом в разложении [5] (метод линеаризации). Авторы работ [7-9] предложили модель процесса фрезерования, учитывающую нелинейные эффекты, и использовали для определения границ устойчивости численное интегрирование нелинейных уравнений модели. Основным результатом аналитических исследований стали диаграммы устойчивости процесса обработки, показывающие, при каких сочетаниях технологических параметров обработка будет происходить без возникновения автоколебаний. Однако такой подход не учитывает возможности выхода режущей кромки из тела детали за счет вибраций, что является основным нелинейным фактором в системе.

Методика построения нелинейной имитационной модели предложена в работах [10–12], которая включает в себя динамическую модель заготовки, динамическую модель фрезы, численный алгоритм геометрического моделирования, учитывающий механизм запаздывания в системе, и феноменологическую модель сил резания. Имитационная модель позволяет оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности обработанной детали, а также величины сил резания при различных сочетаниях параметров технологического процесса. Также в работе [10] приведен подробный обзор публикаций, посвященных проблеме моделирования процесса фрезерования.

Более точное решение уравнений модели с учетом нелинейных особенностей системы может быть получено за счет прямого численного интегрирования уравнений движения модели и применения специальных численных алгоритмов геометрического моделирования для определения толщины срезаемого слоя [13-15]. Особый интерес представляют трехмерные геометрические алгоритмы, обладающие достаточной степенью общности и позволяющие получить удовлетворительные результаты в случае моделирования сложнопрофильных деталей. В настоящей работе предлагается методика моделирования обработки резанием деталей сложной формы на основе обобщенной модели, позволяющей оценить эффективность задаваемых режимов и прогнозировать точность и качество обработки. Рассмотрен пример использования методики при моделировании фрезерования лопатки газо-турбинных двигателей.

Структура полной модели

Анализ примеров моделирования процессов обработки резанием при точении, сверлении, фрезеровании, шлифовании, хонинговании позволил установить, что полный динамический анализ процесса обработки должен включать в себя следующие составляющие модели:

- модель динамики инструмента и детали;

- модель сил резания;
- модель образования новых поверхностей;

 модель анализа погрешностей формы обработанной детали. Модель процесса, включающую все перечисленные составляющие, будем называть полной или обобщенной моделью процесса обработки резанием.

Необходимо отметить, что такая структура модели характерна для всех процессов обработки резанием и может называться нелинейной обобщенной моделью обработки резанием. Как показывают многочисленные исследования, все подсистемы полной модели в общем случае нелинейные, хотя, как правило, для решения частных задач задачи об устойчивости поведения динамической системы используются линейные модели.

Такого типа модели для одноточечного резания в применении к токарной обработке и сверлению (рис. 1) были рассмотрены в работе [16]. Структура модели представлена как комбинация трех первых систем обобщенной модели. В этом случае обработанная поверхность представляется в виде одномерного массива и не требует дополнительной обработки.

Модель динамики инструмента и детали

Модель динамики представляет собой систему дифференциальных уравнений движения инструмента и детали под влиянием всех действующих сил, включая силы взаимодействия между инструментом и деталью, т.е. силы резания. Уравнения должны включать в себя и слагаемые, учитывающие изменение формы обработанной поверхности детали. Необходимо принимать во внимание, что для реальной системы обработки не всегда следует включать



гис. 1. Геометрия одногочечного резания при точении (*a*) и при сверлении (*b*): F_c, F_r, F_r, F_f – силы резания и ее составляющие; $\gamma, \beta_r, \beta_a, \psi_r$ – направляющие углы силы резания; 1 – режущая кромка; 2 – перемычка; 3 – сверло после деформирования; $k_x, k_y, k_z, k_{\theta}$ – элементы матрицы жесткости сверла

модель динамики инструмента и детали. Если деталь имеет жесткость, значительно большую, чем жесткость инструмента, можно ограничиться только моделью динамики детали, и наоборот. Примеры уравнений динамики инструмента и детали для различных процессов обработки имеют вид [17]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}, \qquad (1)$$
$$\ddot{\mathbf{X}} = {\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t), \ddot{\theta}(t)}^{\mathrm{T}}, \\\dot{\mathbf{X}} = {\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t), \dot{\theta}(t)}^{\mathrm{T}}, \\\mathbf{X} = {x(t), y(t), z(t), \theta(t)}^{\mathrm{T}}, \\\mathbf{F} = {F_x, F_y, F_z, T_c}^{\mathrm{T}},$$

где М, С, К – матрицы масс, демпфирования и жесткости упругой системы; x, y, z, θ – обобщенные координаты; t – время; F_x , F_y – поперечные составляющие силы резания; F_z , T_c – осевая сила резания и момент. Производные координат по времени обозначены точками.

При моделировании процесса ружейного сверления глубоких отверстий (рис. 2) необходимо использовать более сложные уравнения динамики инструмента. Стебель инструмента представляет собой длинный гибкий стержень, поперечные размеры которого много меньше длины, т.е. $\frac{l}{d} \ge 20$ (*l* – длина, *d* – диаметр).

В недеформированном состоянии ось стержня является прямолинейной. В процессе колебаний при нагружении силами резания стержень может совершать достаточно большие перемещения, как в поперечном, так и в продольном направлении, а также подвергаться крутильным колебаниям. При этом деформации остаются упругими. Тогда интерес представляет исследование нелинейных уравнений колебаний распределенного стержня.

Взаимодействие крутильных и изгибных нелинейных колебаний при нагружении стержня осевой силой и моментом резания, которые определяются как нелинейные функции с запаздыванием от осевого смещения режущих кромок инструмента, исследуется в работе [18]. Для длинного гибкого стебля инструмента осевые перемещения определяются по нелинейным соотношениям через поперечные перемещения. Далее исследование устойчивости проводится численно, путем интегрирования нелинейных уравнений при различных параметрах системы. Аналогичный подход был использован для анализа совместных изгибно-крутильных пространственных колебаний стебля.

В случае моделирования обработки податливых тонкостенных деталей наиболее существенное влияние на точность имитационной модели в целом оказывает ее блок, связанный с моделированием динамики обрабатываемой детали. Учитывая сложность геометрической формы обрабатываемых деталей, для построения адекватной динамической модели целесообразно использовать метод конечных элементов (МКЭ). В этом случае начальную конечно-элементную модель заготовки можно построить с помощью соответствующих программных комплексов с использованием твердотельной модели заготовки.

Однако не все программные комплексы могут быть адаптированы к моделированию обработки многокоординатной вследствие особенностей применяемых алгоритмов. Этот недостаток был устранен в работах [19-21], где в качестве алгоритма геометрического моделирования использовался метод конструктивной твердотельной геометрии (Constructive Solid-body Geometry, CSG), а для моделирования динамики заготовки - полная конечно-

б



Рис. 2. Схема ружейного сверления (а) и одноточечная модель сил резания (б): 1 – деталь; 2 – кондукторная втулка; 3 – держатель втулки; 4 – уплотнение; 5 – корпус уплотнения; 6 – люнетная втулка; R₂ – равнодействующая сил резания

элементная модель. По мнению же авторов настоящей работы, применение полной конечно-элементной модели детали нерационально ввиду существенных вычислительных затрат и зависимости машинного времени, необходимого для моделирования движения заготовки, от числа степеней свободы модели. Поэтому авторы предлагают другой подход, основанный на применении редуцированной динамической модели заготовки. Движение детали целесообразно моделировать с помощью метода разложения по собственным формам колебаний, что позволяет существенно снизить вычислительные затраты и уменьшить зависимость от числа степеней свободы конечно-элементной модели. При этом допустимо ограничиться несколькими низшими собственными частотами заготовки, перекрывающими с запасом интересующий частотный диапазон возможных технологических вибраций. По опыту авторов, отправной точкой для выбора величины этого запаса является десятикратное превышение максимальной частоты прохождения режущих кромок инструмента через тело детали при моделировании обработки. На первом этапе моделирования движения методом разложения по собственным формам необходимо определить собственные частоты и формы колебаний заготовки. Для решения этой задачи может быть применен метод итераций подпространства [22], допускающий высокую степень параллельности вычислений:

$$\mathbf{K}\mathbf{q} = \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{M}\mathbf{q} , \qquad (2)$$

где ω – круговая частота колебаний, **q** – собственный вектор.

Из решения задачи на собственные значения для выражения (2) можно определить несколько первых собственных частот $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n$ и соответствующие им собственные векторы **q**₁, **q**₂, ..., **q**_{*n*}. Относительно небольшие погрешности при определении собственных частот и форм колебаний модели заготовки, допустимые в других расчетах, могут оказывать существенное влияние на моделирование динамики процесса фрезерования в целом и приводить к смещению зон динамической неустойчивости. В связи с этим особое внимание следует уделять настройке динамической модели обрабатываемой детали (в равной степени это относится и к динамической модели инструмента) с целью наиболее точного ее соответствия реальным динамическим характеристикам заготовки. Для снижения погрешностей моделирования динамики предлагается использовать методику автоматизированной корректировки конечно-элементной модели по результатам экспериментального модального анализа на основе алгоритма эволюционной оптимизации [23]. Необходимо отметить, что удаление припуска с поверхности заготовки при обработке деталей влияет на текущие динамические характеристики (собственные частоты и формы) обрабатываемой детали и может приводить к существенному снижению точности моделирования движения детали. Для тонкостенных деталей даже в процессе чистовой обработки, когда величина снимаемого припуска невелика, изменение низших собственных частот может превышать 10 %, а в процессе черновой обработки - в несколько раз больше. Изменение динамических параметров может оказывать влияние на характер движения системы «инструмент – деталь» и, соответственно, на параметры качества технологического процесса. Для учета этого эффекта по мере снятия материала в процессе обработки необходимо корректировать конечно-элементную сетку заготовки, учитывая модель ее поверхности, полученную в рамках алгоритма геометрического моделирования [11, 12]. После корректировки модели, прежде чем продолжить моделирование, необходимо заново рассчитать собственные частоты и формы колебаний. Для ускорения расчета в качестве начального приближения к собственным частотам и формам предлагается использовать соответствующие значения, вычисленные на предыдущем этапе корректировки. Частота корректировки конечно-элементной модели определяется требуемой точностью отслеживания изменения динамических характеристик заготовки по мере снятия материала. Так, в случае обработки лопатки газотурбинного двигателя по винтовой траектории может быть проведено до 20-40 перестроений модели на протяжении всей траектории инструмента.

Динамику системы «инструмент – деталь» в общем виде описывает система неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{mc} \ddot{\mathbf{V}}(t) + \mathbf{C}_{mc} \dot{\mathbf{V}}(t) + \mathbf{K}_{mc} \mathbf{V}(t) = \\ = \mathbf{F}[P_m, H_{mc}, G, \mathbf{V}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t-T), \mathbf{W}(t-T)]; \\ \mathbf{M}_{d} \ddot{\mathbf{W}}(t) + \mathbf{C}_{d} \dot{\mathbf{W}}(t) + \mathbf{K}_{d} \mathbf{W}(t) = \\ = -\mathbf{F}[P_m, H_{mc}, G, \mathbf{V}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t-T), \mathbf{W}(t-T)], \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

где V(t) – вектор перемещений по степеням свободы инструмента в системе координат X'Y'Z', ось Z' которой совпадает с осью вращения инструмента; W(t) – вектор

перемещений по степеням свободы детали в системе координат XYZ; \mathbf{M}_{mc} , \mathbf{C}_{mc} , \mathbf{K}_{mc} – матрицы масс, демпфирования и жесткости. описывающие модель инструмента; М_", С_", К_д – матрицы масс, демпфирования и жесткости, описывающие модель детали; $\mathbf{F}[P_m, H_{mc}, G, \mathbf{V}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t-T), \mathbf{W}(t-T)]$ вектор усилий резания, действующий на инструмент со стороны детали и зависящий от параметров обрабатываемого материала P_m , маршрута, режима обработки и движения подачи Н_m, геометрии инструмента и поверхности G, а также динамических перемещений инструмента и детали в текущий момент времени (V(t), W(t)) и с неизвестным заранее отставанием по времени (V(t-T), W(t-T)).

Колебания инструмента происходят относительно системы координат X'Y'Z', которая осуществляет перемещения и повороты в соответствии с движением подачи инструмента, включающим как линейные перемещения его центра, так и повороты оси.

Модель сил резания

Взаимодействие режущих кромок инструмента с обрабатываемым материалом является сложным процессом термоупругопластического деформирования в условиях высоких скоростей деформирования. Поэтому при моделировании процесса обработки используются упрощенные соотношения между силами резания и режимами обработки, позволяющие связать уравнения динамики инструмента и детали через их относительные смещения в процессе движения. Как правило, в моделях одноточечного резания это нелинейные соотношения для сил резания в зависимости от толщины срезаемого слоя h в точке взаимодействия вида:

$$F = C_F h(t)^{C_h},$$

где C_{F} , C_{h} – эмпирические коэффициенты.

Для случаев многоточечного резания, когда режущая кромка инструмента представляет собой пространственную линию (например, винтовая фреза), сила резания вычисляется для дифференциального отрезка режущей кромки длиной dS_j в проекциях сил в радиальном r, окружном t и осевом a направлениях для каждого j-го элемента режущей кромки:

$$F_{qi} = K_{qe} dS_i + K_{qc} a_i h_i(t), \ q = r, t, a,$$

где a_j – ширина резания; $h_j(t)$ – толщина резания для *j*-го участка; K_{qe} , K_{qc} – коэффициенты резания, которые определяются эмпирическим путем или из рассмотрения задачи о врезании режущего клина заданной формы при различных режимах врезания.

Автор работы [24] предложил использовать линейные зависимости, полученные путем пересчета коэффициентов ортогонального резания в зависимости от геометрии инструмента для косоугольного резания. Однако указанные зависимости получены для идеально пластичного материала, без учета скорости деформирования и температуры в зоне резания. Более точно соотношения могут быть рассчитаны с помощью конечно-элементного моделирования процесса врезания режущего клина [25].

Авторами настоящей работы для определения эмпирических коэффициентов была исследована задача о врезании режущего клина пирамидальной формы с закругленной вершиной (рис. 3), приведен анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) материала (рис. 4), температуры в зоне резания и формы стружки.

При моделировании предполагается, что абсолютно жесткий индентор (зерно при шлифовании) внедряется в материал заготовки с постоянной скоростью резания (задавалась скорость V = 5 м/с). Зерно на первом этапе внедряется в материал на глубину, изменя-



Рис. 3. Схема маршрута зерна в процессе резания: 1 – зерно; 2 – заготовка

14



Рис. 4. Эквивалентные напряжения по Мизесу в продольном сечении заготовки



Рис. 5. Изменение компонент сил резания от координаты положения зерна

ющуюся линейно от 0 до h_{cu} , и проходит путь 100 мкм в горизонтальном направлении. Далее, на втором этапе, зерно движется с постоянной скоростью на глубине h_{cu} , и проходит расстояние 200 мкм. Для определения коэффициентов сил резания моделирование повторялось при различных заданных глубинах резания $h_{cu} = 10$, 20, 30, 40 мкм.

На рисунке 4 показано полученное путем моделирования в ПО «Abaqus» распределение эквивалентных напряжений в продольном сечении заготовки после прохождения зерна. Величина напряжений на рисунке отображается цветом, согласно масштабной шкале показанной слева от заготовки. На рисунке видны также элементы образовавшейся стружки. На рисунке 5 показано изменение составляющих сил резания F, F, и площади контакта индентора с материалом заготовки А, при врезании в материал и движении зерна по заданной траектории (этапы 1 и 2, см. рис. 3). Геометрическая схема определения поперечного сечения пятна контакта зерна и стружки, используемая для определения равнодействующих контактных сил F., F₋, представлена на рис. 6, а на рис. 7 показана зависимость сил резания от площади врезания А, при различных передних углах ү. Случай для глубины резания *h*_{си} меньше чем радиус вершины зерна $r_0 = 10$ мкм должен быть исследован отдельно из-за другого механизма резания (царапание) при внедрении зерном без стружкообразования. Полученные расчетные значения в точках интерполируются в виде степенной функций для получения гладкой зависимости. Кривые интерполяции можно описать по формулам:

$$\begin{cases} F_{x} = [C_{x,1}(\frac{A_{h}}{A_{0}})^{C_{x,2}} + C_{x,3}]\sigma_{T}A_{0}; \\ F_{z} = [C_{z,1}(\frac{A_{h}}{A_{0}})^{C_{z,2}} + C_{z,3}]\sigma_{T}A_{0}, \end{cases}$$
(4)

где A_h – площадь врезания; A_0 – характерная площадь, используемая для обезразмеривания ($A_0 = 86,7 \text{ мкм}^2$); $\sigma_{\rm T}$ – предел текучести материала (титановый сплав 960-1180 МПа) [26], в данной работе задаем $\sigma_{\rm T} = 1000 \text{ МПа}$.

в данной работе задаем σ_т = 1000 МПа. Коэффициенты C_{xi}, C_{zi} (*i* = 1, 2, 3) безразмерные и зависят от геометрии режущего клина. Полученные соотношения (4) могут быть использованы в полной имитационной модели процесса.



 F_{i} , F_{n} – касательная и нормальная составляющая сил резани: s – направление оси зерна; ϕ_{i} – угол наклона оси зерна



Рис. 7. Зависимость сил резания от площади поперечного сечения A_{i_0} ($h_{eu} \ge r_0 = 10$ мкм)

Модель образования новых поверхностей

Изменение поверхности при прохождении режущих кромок осуществляется при помощи вычитания из модели поверхности удаляемых объемов, образующихся при прохождении режущих кромок. Определение толщины срезаемого слоя сводится к определению точки пересечения луча-направления толщины срезаемого слоя, проведенного из каждой точки дискретизации режущей кромки, с моделью поверхности. Толщина срезаемого слоя используется в рамках комплексной модели для расчета сил резания при помощи феноменологических моделей. Для моделей одноточечного резания толщина срезаемого слоя определяется алгебраическими соотношениями (5), связывающими режимы обработки и взаимные перемещения инструмента и детали, в настоящий момент времени и в предыдущий момент времени, когда предшествующая режущая кромка обрабатывала эту же поверхность.

Уравнения образования новых поверхностей для сверления имеют вид:

$$L_{j}(t) = L_{J}(t - \frac{T_{\alpha}}{n_{C}})h_{j}(t);$$

$$D_{j}(t) = \left[\tilde{Z}_{0}(t) - \tilde{Z}_{0}(0)\right] - \tilde{H} - V \cdot t - L_{J}\left(t - \frac{T_{\alpha}}{n_{C}}\right),$$

$$h_{j}(t) = \max(0, D_{j}(t))$$
(5)

где $L_j(t)$ и $D_j(t)$ – переменные, характеризующие расстояние от торца детали до обрабатываемой поверхности на дне отверстия под *j*-й режущей кромкой и осевое положение *j*-й режущей кромки относительно дна обрабатываемой поверхности отверстия; *J* – номер режущей

кромки, предшествующей *j*-й режущей кромки в этой точке поверхности; $Z_0(t)$ – осевая координата левого торца детали; H – начальное осевое положение режущей кромки сверла; V – осевая скорость подачи; T_{α} – переменное время запаздывания с учетом крутильных колебаний.

Соотношения (5) являются в общем случае нелинейными, включающими функции с запаздывающим аргументом. Для процессов многоточечного резания такого типа уравнения могут быть записаны для каждой точки режущей кромки инструмента и тогда могут быть использованы в дифференциальных зависимостях для сил резания.

В то же время, такие детали, как лопатки газотурбинных двигателей, обладают сложной пространственной геометрической формой, инструмент также имеет сложную геометрию режущей кромки, а движение подачи осуществляется по криволинейной пространственной траектории. Для описания движения, срезаемого слоя, новых поверхностей обрабатываемой детали требуется разработка специальных численных алгоритмов, которые могут быть использованы и для расчета сил резания при моделировании динамики процесса обработки. Для определения толщины срезаемого слоя также предложен специальный алгоритм с учетом модификации технологии Z-буфера, приведенный в [11, 12]. Описание поверхности в алгоритме геометрического моделирования осуществляется на основе модифицированного метода буфера глубины (Z-буфера). Традиционная технология многоуровневого Z-буфера заключается в следующем: выбирается направление проецирования, перпендикулярно направлению проецирования выбирается плоскость проецирования, на нее наносят регулярную сетку ячеек

проецирования, из центров которых проводят лучи параллельно направлению проецирования и ищут их пересечения с поверхностью детали. В рамках каждой ячейки уровень поверхности задается найденной точкой пересечения и считается постоянным.

В настоящей работе предлагается использовать алгоритм геометрического моделирования, основанный на технологии Z-буфера и содержащий ряд оригинальных модификаций. В рамках традиционной технологии метода Z-буфера выбирается плоскость проецирования с регулярной сеткой точек на ней, из каждой точки в направлении, перпендикулярном плоскости проецирования, проводится луч, и определяются все его точки пересечения с поверхностью детали. Таким образом, Z-буфер представляет собой аппроксимацию толщины детали, построенную на регулярной сетке. Достоинством метода является независимость отдельных лучей проецирования и возможность осуществлять быструю безитерационную навигацию по модели поверхности за счет постоянного шага сетки. Недостатком метода является нулевой порядок аппроксимации поверхности детали (поверхность детали приобретает «ступенчатый» вид, такой же недостаток присущ и методу октарного дерева) и плохое качество аппроксимации поверхности в тех местах, где касательная плоскость к ней составляет малый (до 10-20 градусов) угол с направлением проецирования. Для устранения

первого недостатка в настоящей работе предлагается алгоритм построения ячеек поверхности с билинейной аппроксимацией на основе точек пересечения лучей проецирования с поверхностью детали. Второй недостаток предлагается устранить за счет одновременного использования трех взаимно перпендикулярных направлений проецирования (рис. 8).

При использовании трех направлений, в рамках каждого направления проецирования выполняется построение пересечений только тех ячеек поверхности, угол наклона которых к направлению проецирования не превышает некоторого заранее определенного значения. Таким образом, каждое направление проецирования дает аппроксимацию части полной поверхности детали, при этом ячейки аппроксимации имеют оптимальный наклон к направлению проецирования, что повышает точность модели. Допустимый угол наклона ячеек необходимо задавать исходя из того, что участки поверхности, полученные при различных направлениях проецирования, должны перекрываться и в сумме описывать полную поверхность детали. Описанные выше усовершенствования позволяют снизить требования к величине шага сетки Z-буфера и существенно повысить качество определения толщины срезаемого слоя вдоль режущих кромок фрезы. Подробное описание алгоритма представлено в работах [11, 12].



Рис. 8. Моделирование фрезерования канавки в бруске концевой сферической фрезой с помощью Z-буфера (*a*) с тремя направлениями проецирования: 1 (*б*); 2 (*в*); 3 (*г*)

Модель анализа погрешностей формы обработанной детали

Одна из актуальных проблем при анализе точности обработки - как оценить погрешность формы полученной поверхности детали, имея оцифрованные данные измерений или моделирования в виде матрицы чисел. Для оценки погрешности цилиндрических деталей А.М. Гуськовым [27] была разработана методика и соответствующее программное обеспечение, которое позволяет дать интегральную оценку вклада различных видов погрешностей формы. Представленные девять типовых погрешностей формы: эксцентриситет, конусность, бочкообразность - седлообразность, цилиндрическая овальность, цилиндрическая огранка, винтовая огранка, осевая волнистость, непрямолинейность оси, непараллельность оси, позволяют с достаточной полнотой оценить геометрию погрешности формы. Особенностью разработанных матричных моделей является возможность поместить все погрешности формы в одно метрическое пространство и вычислять одинаковым образом нормы всех погрешностей. Таким образом, предлагается объективный метод сравнения значимости различных погрешностей. Представление поверхности в нормированном на собственное среднеквадратичное отклонение виде отображает все поверхности в инвариантном виде, что удобно для суждения об особенностях внутренней геометрии поверхности (рис. 9).

Эта методика использована при моделировании точения цилиндров, абразивной обработки отверстий, для анализа погрешностей формы. Методика интегрирована в общую модель обработки отверстий, а также разработано программное обеспечение визуализации результатов моделирования, позволяющее легко оценить полученные результаты.

При оценке точности сложнопрофильных деталей не существует единого стандарта, определяющего показатели качества. Для лопаток газотурбинных двигателей основными показателями качества являются отклонения формы пера лопатки и шероховатость поверхности, которые нормируются отраслевым стандартом ОСТ 1 02571–86 [28]. Величина допустимых отклонений размеров пера лопатки (рис. 10) нор-









мируется в зависимости от группы (по размеру), к которой относится лопатка, и от класса точности [28]. Контроль производится в ряде сечений (обычно 5-10), определяемых конструктором изделия. Шероховатость поверхности лопатки не нормируется стандартом, несмотря на то, что оказывает существенное влияние на эксплуатационные характеристики изделия (в первую очередь, на экономичность). Снижение шероховатости способствует уменьшению сопротивления течению потока газа в рабочей области двигателя, поэтому в современных конструкциях уровень шероховатости поверхности готового изделия (после финишной обработки шлифованием) назначается на уровне *Ra* = 0,32–0,64 мкм. После чистовой обработки фрезерованием уровень шероховатости должен находиться в диапазоне Ra = 0.8-1.25 мкм с целью снижения объемов шлифования и полирования.

Таким образом, для оценки качества технологического процесса по результатам численного моделирования необходимо разработать критерии и специальные алгоритмы анализа итоговой модели поверхности, позволяющие вычислять отклонения профиля. Помимо моделирования экспериментальных показателей качества, численное моделирование дает дополнительные возможности по разработке новых эффективных критериев оценки качества технологического процесса.

Пример построения профиля сечения лопатки с отклонениями по результатам моделирования показан на рис. 11.

Полная модель обработки на примере имитационной модели динамики пространственного фрезерования

Предлагаемая в настоящей работе структура комплексной математической модели обработки на примере моделирования динамики пространственного фрезерования представлена на рис. 12. Исходными данными для моделирования являются результаты работы системы *CAD/CAM*, в которой проводился первичный расчет маршрута обработки – твердотельная модель заготовки, траектория движения инструмента и его геометрические характеристики. Имитационная модель включает в себя динамическую модель заготовки, динамическую модель фрезы, численный алгоритм геометрического моделирования, учитывающий механизм запаздывания в системе, и позволяет оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности, а также величины сил резания при различных сочетаниях параметров технологического процесса.

В качестве примера, иллюстрирующего работу описанного выше подхода к моделированию, была выбрана деталь типа лопатки газотурбинного двигателя. *САD*-модели детали и заготовки, а также винтовая траектория маршрута обработки были разработаны в системе *Unigraphics* и показаны на рис. 13. Использовалась модель фрезы с четырьмя режущими кромками

На рисунке 14 представлены некоторые результаты работы алгоритма геометрического моделирования. Показано изображение поверхности детали (использовалось четыре направления проецирования), сформированной после прохождения фрезы по заданной траектории маршрута обработки. Текущее положение режущих кромок инструмента показано линиями в увеличенном масштабе, а текущее мгновенное положение удаляемого объема стружки выделено зеленым цветом. Приведенные изображения были получены в разработанной авторами программе. Закрепление и конечноэлементная модель заготовки, а также ее поэтапная модификация по мере снятия материала в геометрической модели представлены на рис. 15. По мере удаления материала изменяется жесткость и масса заготовки, что приводит к существенному изменению ее собственных





Рис. 12. Структура комплексной математической модели динамики пространственного фрезерования (СК – система координат, СЧ – собственная частота, СФ – собственная форма)



 $\mathbf{20}$



Рис. 16. Графики изменения 1-й (а) и 3-й (б) собственных частот в процессе снятия материала



Рис. 17. Изменения во времени смещения (*a*) и составляющих сил резания (*б*) и зависимость спектра сил резания от частоты (*в*)

частот колебаний, как показано на рис. 16 для 1-й и 3-й собственных частот.

При моделировании динамики в рассматриваемом примере инструмент считался абсолютно жестким. При моделировании движения заготовки учитывалось пять низших собственных форм колебаний. Значение относительного коэффициента модального демпфирования было выбрано равным 0,01 для всех собственных форм. В качестве модели сил резания использовалось выражение (4), позволяющее приближенно учесть зависимость локального угла наклона режущей кромки от координаты вдоль оси фрезы и другие эффекты, свойственные концевым фрезам со сложной геометрией.

Для выполнения расчета процесса обработки были назначены следующие технологические параметры: подача составляла S₂ = 180 мкм/зуб, скорость вращения фрезы $\omega = 6932$ об/мин. Выбранный режим является неблагоприятным и приводит к образованию существенных вибрационных отметин (chatter marks) на поверхности детали от фрезы, как показано на рис. 14. Анализ отклонений формы детали по сечениям (см. рис. 11) также показывает наличие существенных искажений. Помимо формы обработанной поверхности в результате расчета могут быть получены зависимости сил резания и перемещений обрабатываемой детали в выбранных точках от времени. Упомянутые графики, а также спектр сил резания для рассматриваемого режима представлены на рис. 17. Пунктирной линией показана частота прохождения зубьев фрезы.

Из рисунка 17 следует, что в спектре сил резания возникает гармоника на первой резонансной частоте детали с существенной амплитудой, при том, что частота прохождения режущих кромок не кратна этой резонансной частоте. Данное обстоятельство свидетельствует о возбуждении автоколебаний в системе.

Заключение

Представленная в работе имитационная модель динамики процесса фрезерования в зависимости от заданных режимов позволяет оценить основные показатели обработки: силы резания, амплитуды вибраций детали и инструмента (при необходимости), спектр сил резания, форму обработанной поверхности и ее отклонения от заданной геометрии. По полученной в результате расчета информации можно оценить целесообразность применения того или иного сочетания технологических режимов обработки. Для назначения рациональных режимов обработки требуется проводить многовариантное моделирование фрезерования в заданном диапазоне параметров технологического процесса.

Список литературы

- 1. *Ozturk E., Budak E.* Modeling of 5-axis milling process // Machining Science and Technology. 2007. Vol. 11. No. 3. P. 287–311.
- Budak E., Ozturk E., Tunc L.T. Modeling and Simulation of 5-Axis Milling Processes // Annals of CIRP. Manufacturing Technology. 2009. Vol. 58. P. 347–350.
- 3. *Ozturk B., Lazoglu I.* Machining of free-form surfaces. Part I: Analytical chip load // Internationl Journal of Machine Tools and Manufacture. 2006. Vol. 46. P. 728–735.
- 4. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine / Bravo U. [et al] // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2005. Vol. 45. P. 1669–1680.
- 5. *Altintas Y.* Manufacturing automation: Metal cutting mechanics. Machine tool vibrations and CNC Design. Camridge University Press, 2000. 286 p.
- Altintas, Y., Budak, E. Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling // Annals of CIRP. 1995. Vol. 44/1. P. 357–362.
- Tlusty, J. and Ismail, F. Special aspects of chatter in milling // ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design. 1983. Vol. 105. P. 24–32.
- Tlusty, J. and Ismail, F. Basic non-linearity in machining chatter // Annals of CIRP. 1981. Vol. 30. P. 229–304.
- Smith, S. and Tlusty, J. Efficient simulation programs for chatter in milling // Annals of CIRP. 1993. Vol. 42/1. P. 463–466.
- 10. Воронов С.А., Киселев И.А., Аршинов С.В. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологического процесса. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 50–69.
- Киселев И.А. Геометрический алгоритм ЗМZВL для моделирования процессов обработки резанием. Методика описания поверхности заготовки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 158–175.

- 12. Воронов С.А., Киселев И.А. Геометрический алгоритм ЗМZBL для моделирования процессов обработки резанием. Алгоритм изменения поверхности и определения толщины срезаемого слоя // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 70–83.
- Elbestawi M.A., Sagherian R. Dynamic Modeling for the Prediction of Surface Errors in Milling of Thin-Walled Sections // Theor. Comput. Fluid Dyn. 1991. Vol. 25. P. 215–228.
- Campomanes, M.L., Altintas, Y. An Improved Time Domain Simulation for Dynamic Milling at Small Radial Immersions // Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2003. Vol. 125. P. 416–425.
- Paris H., Peigne G., Mayer R. Surface shape prediction in high-speed milling // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2004. Vol. 44/15. P. 1567–1576.
- Voronov S.A., Gouskov A.M. Dynamic Models Generalization of Manufacturing Systems with Single-Point Cutting Considering Equations of New Surface Formation // Proceedings of 2nd Workshop on Nonlinear Dynamics and Control of Mechanical Processing. Budapest (Hungary), 2001. P. 1–10.
- Altintas Y., Weck M. Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding // Annals of CIRP. 2004. Vol. 53. No. 2. P. 619–642.
- Nonlinear Flexural-Torsional Vibrations of a Gundrilling Tool / A.M. Gouskov, S.A. Voronov, E.A. Butcher, S.C. Sinha // Proceedings of IDETC'05 ASME Design Engineering Technical Conference. September 24–28. Long Beach, California. 2005. Vol. 6. P. 971–980.
- Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling / K. Weinert et al. // Production Engineering – Research and Development. 2008. Vol. 2. P. 255–260.

- Kersting P., Biermann D. Simulation concept for predicting workpiece vibrations in five-axis milling // Machining Science and Technology. 2009. Vol. 13. No. 2. P. 196–209.
- Biermann D., Kersting P., Surmann T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades // CIRP Annals. Manufacturing Technology. 2010. Vol. 59. P. 125–128.
- 22. *Bathe K-J*. Finite element procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
- 23. Воронов С.А., Николаев С.М., Киселев И.А. Расчетно-экспериментальная методика идентификации параметров модели механической системы с помощью модального анализа // Проблемы механики современных машин: сб. ст. 5-й международной НТК. Улан-Удэ. ВСГУТУ, 2012. С. 96–100.
- 24. *Армарего И.Дж.А., Браун Р.Х.* Обработка металлов резанием. М.: Машиностроение, 1977. 325 с.
- 25. *Voronov S.A., Ma Weidong.* Simulation of chip-formation by a single grain of pyramid shape // Vibroengineering Procedia. Oct., 2016. Vol. 8. P. 39–44.
- 26. Zherebtsov S., Salishchev G., Galeyev R. Mechanical Properties of Ti–6Al–4V Titanium Alloy with Submicrocrystalline Structure Produced by Severe Plastic Deformation // Materials Transactions. 2005. Vol. 46. No. 9. P. 2020–2025.
- 27. Гуськов А.М. Разработка методов построения и анализа динамических моделей технологических процессов при механической обработке: дис. ... докт. тех. наук. М., 1997. – 335 с.
- ОСТ 1 02571 86. Лопатки компрессоров и турбин. Предельные отклонения размеров, формы и расположения пера. Введен 1987-01-01. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 36 с.

Материал поступил в редакцию 06.04.2017

воронов Доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика» Сергей Александрович МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных исследований – механика технологических процессов обработки резанием, аналитическая динамика и теория E-mail: voronov@rfbr.ru колебаний. Автор свыше 80 публикаций. Тел.: (499) 263-61-11 КИСЕЛЕВ Кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ Игорь Алексеевич им. Н.Э. Баумана. Область научных исследований - механика технологических процессов обработки резанием, численное моделирование, высоко-E-mail: i.a.kiselev@yandex.ru производительные вычисления, метод конечных элементов, имитационные Тел.: (499) 263-61-11 модели. Автор 35 публикаций.