

УДК 621.865.8+62-503.5

ДИНАМИКА МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ ТРИПОДА*

Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов, В.В. Жога, И.А. Несмиянов

В работе рассматривается манипулятор, в основе которого лежит механизм параллельной структуры на основе трипода с возможностью наклона основания к горизонту. В качестве захватного устройства используется трехподвижный манипулятор последовательной компоновки. Разработана математическая модель динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с семью степенями свободы. Приведен кинематический и динамический анализ пространственного механизма манипулятора. Получены выражения для определения кинетической и потенциальной энергии манипулятора с семью степенями свободы. Решена задача позиционирования рабочего органа манипулятора при его перемещении из начального положения в заданное конечное. Модели парциальных движений манипулятора позволяют определять движущие силы и моменты, необходимые для реализации заданных программных движений рабочего органа.

Ключевые слова: манипулятор, параллельно-последовательная структура, кинетическая энергия, уравнения динамики, захватное устройство, позиционирование.

THE DYNAMICS OF THE PARALLEL-SERIAL MANIPULATOR BASED ON THE TRIPOD*

N.S. Vorobieva, V.V. Dyashkin-Titov, V.V. Zhoga, I.A. Nesmiyanov

In the article there is considered a manipulator based on the parallel structure mechanism on the basis of a tripod with a tilt base to the horizon. A manipulator with three degrees of mobility and of serial configuration is used as the gripping device. Mathematical model of the parallel-serial manipulator dynamics with seven degrees of freedom was developed. The kinematic and dynamic analysis of spatial manipulator mechanism is given. Expressions for kinetic and potential energy of a manipulator with seven degrees of freedom were designed. The task of the positioning the manipulator's working body at its moving from the initial position to a given final was solved. Models of manipulator's partial motions allow determination of the driving forces and moments required to implement a given programmed motion of the working unit.

Keywords: manipulator, parallel-serial structure, kinetic energy, equation of dynamics, gripping device, positioning.

Введение

К самым современным направлениям развития машинных технологий по праву относятся роботизация и автоматизация. В последнее время для решения задач в этих направлениях используются манипуляторы параллельно-последовательной структуры [1–5]. Обычно структура манипуляторов представляет последовательность связанных кинематическими

парами звеньев. Такие манипуляторы обладают рядом достоинств, однако консольность этих конструкций не позволяет реализовать перемещения больших масс, особенно на больших скоростях. Поэтому в последнее время находят применение манипуляционные механизмы параллельной структуры. Преимущества таких механизмов заключаются в лучшей грузоподъемности, повышенной жесткости системы,

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-01-04577-а, 16-38-00485мол_а, 16-48-340395р_а.

достижении высоких скоростей и ускорений грузозахватного устройства, высокой степени унификации узлов. Кроме того, конструкция таких манипуляторов совмещает функции несущей металлоконструкции и исполнительного механизма, что существенно снижает общую массу устройства.

К недостаткам манипуляторов параллельной структуры относятся ограниченность рабочей зоны, относительно небольшая манипулятивность. В связи с этим возникает необходимость разработки манипуляторов параллельно-последовательной структуры, которые объединяли бы преимущества обеих структурных схем манипуляционных систем.

Целью работы является синтез программных законов изменения управляющих моментов приводных двигателей манипулятора параллельно-последовательной структуры в условиях неопределенности зоны функционирования.

Конструкция манипулятора

Рассмотрим кинематическую схему манипулятора, построенного на основе трипода [6]. Основу конструкции манипулятора (рис. 1) составляет пирамида, составленная из трех активных исполнительных звеньев переменной длины AM , BM , CM , концы которых соединены между собой посредством пятиподвижного сферического шарнирного узла, обеспечивающего пе-

ресечение геометрических осей этих цилиндров в одной точке, что исключает появление изгибающих моментов от внешних нагрузок. Исполнительные цилиндры манипулятора связаны кинематическими парами V класса. В этом случае в точках крепления цилиндров на основании ABC необходимо установить двухподвижные шарнирные узлы [6]. Такое крепление звеньев манипулятора с соединяющим их сферическим шарниром представляет собой пространственную структуру в виде треугольной пирамиды, не имеющей избыточных связей.

Для увеличения маневренности и манипулятивности основание трипода ABC имеет возможность изменять угол наклона к горизонту за счет дополнительного исполнительного звена AD . В точке M к триподу с помощью цилиндрического шарнира присоединен трехзвенный манипулятор ME последовательной структуры с тремя управляемыми степенями свободы. Рассматриваемый многозвенный манипулятор имеет семь управляемых степеней подвижности [7].

На рисунке 2 приведена кинематическая схема манипулятора последовательной структуры, присоединенного в точке M к манипулятору-триподу.

Одно из основных требований, определяющих работоспособность манипуляторов, является обеспечение подхода рабочего органа

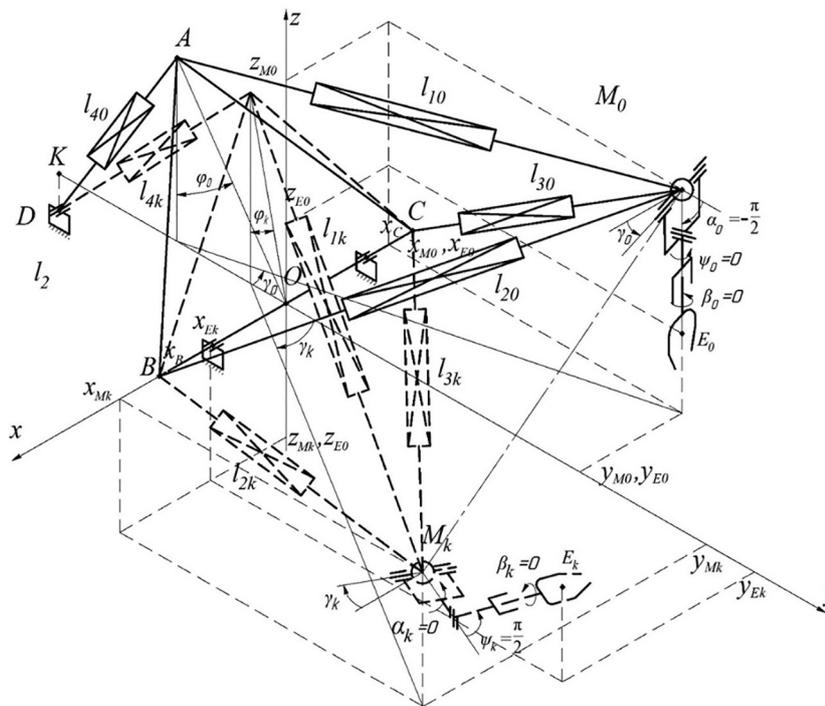


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора-трипода с антропоморфным манипулятором с тремя степенями подвижности в двух положениях

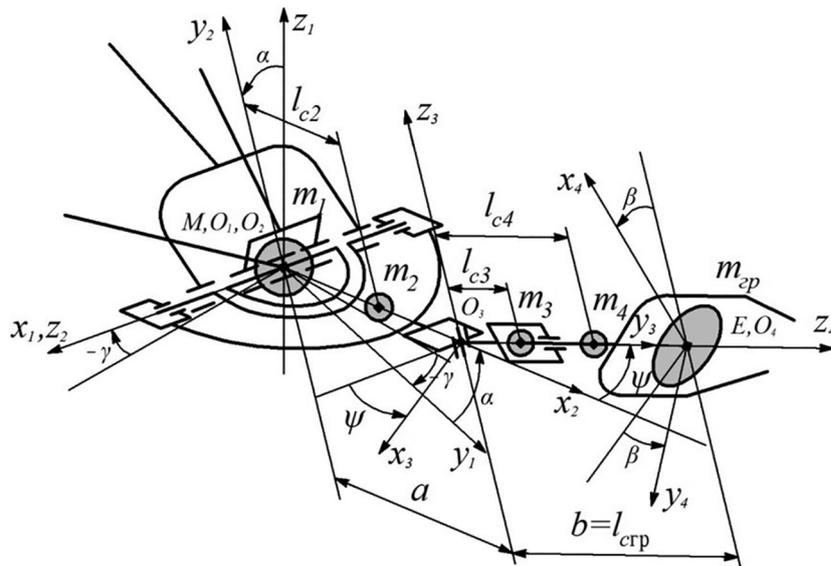


Рис. 2. Кинематическая схема захвата манипулятора-трипода с тремя степенями подвижности

манипулятора к требуемым точкам объекта обслуживания с заданной ориентацией. К наиболее важным задачам при разработке таких манипуляторов относятся кинематический и динамический анализ, разработка методов синтеза перемещений рабочего органа в пространстве, координация движений приводных исполнительных механизмов [5]. На вход системы управления должны поступать сигналы на управление движением манипулятора. На выходе – заданные обобщенные координаты и скорости исполнительных звеньев. Необходимо изучить программные законы управления движением приводов двигателей, их влияние на динамику управляемых механизмов.

Математическая модель

В работе разрабатывается математическая модель динамики движений манипулятора параллельно-последовательной структуры, изображенного на рис. 1, на основании которой будут получены значения программных управляющих усилий приводных двигателей, при перемещении рабочего органа из начального положения в заданное конечное.

Движение манипулятора рассматривается относительно абсолютной системы координат $Oxyz$. С каждым звеном манипулятора связана собственная система координат $O_i x_i y_i z_i$, $i = 1, 4$. Ось каждого звена направлена вдоль оси его относительного вращения. В качестве обобщенных координат принимаются параметры (см. рис. 1) $q_1 = \varphi$, $q_2 = \gamma$, $q_3 = x_M$, $q_4 = y_M$, $q_5 = z_M$,

которые описывают конфигурацию манипулятора-трипода с поворотным основанием. Координаты $q_6 = \alpha$, $q_7 = \psi$, $q_8 = \beta$ описывают состояние трехзвенного захватного устройства (см. рис. 2).

Вследствие конструктивных особенностей сферического узла, в котором сходятся звенья переменной длины AM , BM , CM , координаты q_1, q_2, q_3, q_4 связаны уравнением (см. рис. 1)

$$f(q_s) = q_2 + \arctg \frac{q_3}{q_4 + OA \sin q_1} = 0, \quad (1)$$

и число независимых обобщенных координат равно семи ($s = 1, 2, \dots, 8$ не равно числу независимых обобщенных координат, так как некоторые координаты связаны уравнением (1)).

Кинетическая энергия системы, подчиненной стационарным связям, представляется квадратичной формой обобщенных скоростей \dot{q}_s [8]

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^8 \sum_{k=1}^8 A_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k, \quad (2)$$

где $A_{sk} = A_{ks}$ – коэффициенты, зависящие от обобщенных координат.

Выражения для коэффициентов $A_{sk} = A_{ks}$ в формуле (2) при движении рабочего органа по произвольной траектории имеют вид:

$$A_{11} = m_A OA^2, \quad A_{22} = I_\gamma, \quad A_{33} = (G + m_{tp}),$$

$$A_{44} = (G + m_{tp}), \quad A_{55} = (G + m_{tp}),$$

$$A_{66} = I_\alpha, \quad A_{77} = I_\psi, \quad A_{88} = I_\beta,$$

$$A_{23} = A_{32} = (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{гр} l_{гр}) \sin \psi \sin \gamma - \\ - [m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + \\ + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)] (\cos \alpha \cos \gamma),$$

$$A_{24} = A_{42} = -(m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{гр} l_{гр}) \sin \psi \cos \gamma + \\ + [m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + \\ + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)] (\cos \alpha \sin \gamma),$$

$$A_{26} = A_{62} = \sin \alpha \sin \psi \times \\ \times \left(m_3 l_{c3} (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 l_{c4} (a + l_{c4} \cos \psi) + \right. \\ \left. + m_{гр} l_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi) - I_{4z} \right) + \\ + (I_{4y} - I_{4x} + I_{грy} - I_{грx}) \sin \beta \cos \psi \cos \beta \cos \alpha + \\ + (I_{3x} - I_{3y}) \sin \psi \cos \psi \sin \alpha,$$

$$A_{27} = A_{72} = \\ = \left[m_3 l_{c3} (l_{c3} + a \cos \psi) + m_4 l_{c4} (l_{c4} + a \cos \psi) + \right. \\ \left. + m_{гр} l_{гр} (l_{гр} + a \cos \psi) + I_{3z} + I_{4x} \cos^2 \beta + \right. \\ \left. + I_{4y} \sin^2 \beta + I_{грx} \cos^2 \beta + I_{грy} \sin^2 \beta \right] \cos \alpha,$$

$$A_{28} = A_{82} = I_{\beta} \sin \alpha,$$

$$A_{36} = A_{63} = \\ = \left[m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + \right. \\ \left. + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi) \right] \times \\ \times (\sin \alpha \sin \gamma),$$

$$A_{37} = A_{73} = (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{гр} l_{гр}) \times \\ \times (\sin \psi \cos \alpha \sin \gamma - \cos \psi \cos \gamma),$$

$$A_{46} = A_{64} = \\ = - \left[m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + \right. \\ \left. + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi) \right] \times \\ \times (\sin \alpha \cos \gamma),$$

$$A_{47} = A_{74} = (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{гр} l_{гр}) \times \\ \times (-\sin \psi \cos \alpha \cos \gamma - \cos \psi \sin \gamma),$$

$$A_{56} = A_{65} = [m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + \\ + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)] \cos \alpha, \\ A_{57} = A_{75} = -(m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{гр} l_{гр}) \sin \psi \sin \alpha,$$

$$A_{67} = A_{76} = (I_{4y} - I_{4x}) \sin \beta \cos \beta \cos \psi + \\ + (I_{грy} - I_{грx}) \sin \beta \cos \beta \cos \psi,$$

$$A_{68} = A_{86} = -I_{\beta} \sin \psi, \quad (3)$$

где m_A – приведенная масса поворотного основания ABC ; m_1 – масса пятиподвижного сферического шарнирного узла; m_2, m_3, m_4 – массы звеньев захвата ME ; $m_{гр}$ – масса переносимого груза; $G = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$ – приведенная масса манипулятора; l_{c2}, l_{c3}, l_{c4} – расстояния до центров масс звеньев захвата ME ; $l_{гр}$ – расстояние до центра масс переносимого груза; $I_{\gamma}, I_{\alpha}, I_{\beta}$ – приведенные к осям относительно вращения моменты инерции манипулятора; $I_{ix}, I_{iy}, I_{iz}, i=3,4$ – моменты инерции звеньев 3 и 4 захвата ME и переносимого груза относительно собственных координатных осей соответственно; $I_{грx}, I_{грy}, I_{грz}$ – моменты инерции переносимого груза относительно координатных осей x_4, y_4, z_4 соответственно; a – расстояние между массой m_1 и осью вращения звена 3.

Все остальные коэффициенты выражения (2) равны нулю.

Выражения для приведенных моментов инерции, входящих в соотношения (3), имеют вид:

$$I_{\gamma} = (m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_{гр} l_{гр}^2) \sin^2 \psi + I_{1z} + \\ + (I_{2x} + I_{3x} \sin^2 \psi + I_{3y} \cos^2 \psi + I_{4z} + I_{грz}) \sin^2 \alpha + \\ + \left[I_{2y} + I_{3z} + m_2 l_{c2}^2 + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi)^2 + \right. \\ \left. + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi)^2 + \right. \\ \left. + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)^2 + (I_{4x} + I_{грx}) \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \beta + (I_{4y} + I_{грy}) \sin^2 \beta \right] \cos^2 \alpha, \\ I_{\alpha} = I_{2z} + m_2 l_{c2}^2 + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi)^2 + \\ + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi)^2 + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)^2 + \\ + [I_{3x} + (I_{4x} + I_{грx}) \sin^2 \beta + (I_{4y} + I_{грy}) \cos^2 \beta] \times \\ \times \cos^2 \psi + (I_{3y} + I_{4z} + I_{грz}) \sin^2 \psi. \quad (4)$$

$$I_{\psi} = I_{3z} + m_3 l_{3c}^2 + m_4 l_{4c}^2 + m_{гр} l_{гр}^2 + (I_{4x} + I_{грx}) \times \\ \times \cos^2 \beta + (I_{4y} + I_{грy}) \sin^2 \beta,$$

$$I_{\beta} = I_{4z} + I_{грz} = const,$$

где $I_{ix}, I_{iy}, I_{iz}, i=1,2$ – моменты инерции пятиподвижного сферического шарнирного узла и звена 2 захвата ME относительно собственных координатных осей соответственно.

Уравнения Лагранжа второго рода в явной форме записываются в виде [8]:

$$\sum_{k=1}^8 A_{sk} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^8 \sum_{m=1}^8 [k, m, s] \cdot \dot{q}_k \dot{q}_m = Q_s + \lambda \frac{\partial f(q_s)}{\partial q_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s}, \quad (5)$$

$$[k, m, s] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial A_{ks}}{\partial q_m} + \frac{\partial A_{ms}}{\partial q_k} - \frac{\partial A_{km}}{\partial q_s} \right), \quad (6)$$

где Q_s – обобщенная сила, соответствующая координате s ; $-\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$ – обобщенная сила потенциальных активных сил, соответствующая координате s ; λ – множитель Лагранжа; $[k, m, s]$ – символы Кристоффеля первого рода.

Для определения частных производных, входящих в выражения (6), разработана программа их вычисления с помощью аппарата символьной математики *Mathcad*.

Потенциальная энергия $\Pi(q_k)$ манипулятора имеет вид

$$\begin{aligned} \Pi(q_k) = & m_A g O A \cos \varphi + (G + m_{\text{тр}}) g z_M + \\ & + [m_2 l_{c2} + (m_3 + m_4 + m_{\text{тр}}) a + \\ & + (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_{\text{тр}} l_{\text{стр}}) \cos \psi] g \sin \alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

Позиционирования рабочего органа манипулятора

Задача позиционирования рабочего органа манипулятора заключается в изменении его конфигурации. В начальный момент времени ($t_0 = 0$) известна конфигурация манипулятора, определяемая значениями длин исполнительных звеньев $l_k(0)$, $k = 1, 4$, и начальными значениями обобщенных координат $q_6 = \alpha(0)$, $q_7 = \psi(0)$, $q_8 = \beta(0)$. Исходя из требований конкретного технологического процесса в момент времени τ задается необходимое положение рабочего органа координатами $x_E(\tau)$, $y_E(\tau)$, $z_E(\tau)$ его характерной точки в неподвижной системе координат $Oxyz$ (см. рис. 1) и направляющими косинусами $\alpha_{pq}(\tau)$ собственной оси $O_4 z_4$ рабочего органа (см. рис. 2) относительно той же системы координат. Требуется определить конечную конфигурацию манипулятора $l_k(\tau)$, $k = 1, 4$, и значения обобщенных координат $\alpha(\tau)$, $\psi(\tau)$. Поскольку рассматриваемый манипулятор обладает избыточностью обобщенных координат, задача является оптимизационной [9, 10].

По методике, изложенной в работе [11], определяются координаты точки $M(x_M, y_M, z_M)$ крепления манипулятора последовательной структуры к триподу и конструктивный угол γ . Необходимым и достаточным условием управляемости манипулятора является равенство нулю определителя управляющей матрицы [12], что также исключает неоднозначность положения звеньев механизма манипулятора или попадания его в мертвое положение. Для определения конечной конфигурации манипулятора служат уравнения:

$$\begin{cases} x_E = x_M + b a_{13} - a \cos \alpha \sin \gamma, \\ y_E = y_M + b a_{23} + a \cos \alpha \cos \gamma, \\ z_E = z_M + b a_{33} + a \sin \alpha, \\ \alpha_{33} = \cos \psi \sin \alpha, \\ \alpha_{23} = \cos \gamma \cos \psi \cos \alpha - \sin \gamma \sin \psi. \end{cases} \quad (8)$$

Затем, используя выражение (1), вычисляются угол поворота основания трипода $\varphi(\tau)$ и длины исполнительных звеньев манипулятора $l_k(\tau)$ [13, 14]:

$$\begin{aligned} l_1 &= \sqrt{x_M^2 + (y_M + O A \cdot \sin \varphi)^2 + (z_M - O A \cdot \cos \varphi)^2}, \\ l_2 &= \sqrt{(x_M - O B)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \\ l_3 &= \sqrt{(x_M + O B)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$l_4 = \sqrt{(O K - O A \cdot \sin \varphi)^2 + (O A \cdot \cos \varphi + D K)^2}$, а также обобщенные координаты $\alpha(\tau)$, $\psi(\tau)$.

Таким образом, требуемая конфигурация манипулятора полностью известна. Угол $\beta(\tau)$ не влияет на ориентацию рабочего органа, а закон его изменения зависит от вида выполняемой технологической операции.

Траекторная задача

На следующем этапе необходимо перевести манипулятор из начального положения, определяемого длинами исполнительных звеньев $l_k(0)$, $k = 1, 4$, в заданное, определяемое длинами исполнительных звеньев, вычисленными по выражениям (9).

Переместить манипулятор из начального положения в заданное можно в два этапа. Сначала переместить точку $M(x_M, y_M, z_M)$ с помощью активных исполнительных звеньев AM, BM, CM, DA , не изменяя конфигурацию трехзвенного манипулятора ME . Затем придать рабочему органу трехзвенного манипулятора ME необходимую ориентацию в пространстве при помощи приводов, изменяющих углы

$\alpha(t), \psi(t)$. При отсутствии препятствий в рабочей зоне перемещать точку $M(x_M, y_M, z_M)$ манипулятора рационально по прямолинейной траектории. Для такого движения обобщенные координаты равны:

$$x_E(t) = x_M(t), y_E(t) = y_M(t), q_5 = z_M(t),$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}, \psi = 0, \beta = 0.$$

Дифференциальные уравнения динамики манипулятора (5) при движении точки $M(x_M, y_M, z_M)$ в пространстве рабочей зоны, без изменения относительного положения рабочего органа, с учетом выражений (6) принимают вид:

$$(G + m_{тр})\ddot{x}_M = F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - x_B}{l_2} + F_3 \frac{x_M + x_B}{l_3} + \lambda \frac{\partial f}{\partial x_M}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_M} = \frac{y_M + OA \sin \varphi}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2},$$

$$(G + m_{тр})\ddot{y}_M = F_1 \frac{y_M + OA \cdot \sin \varphi - y_B}{l_1} + F_2 \frac{y_M - y_B}{l_2} + F_3 \frac{y_M - y_B}{l_3} + \lambda \frac{\partial f}{\partial y_M} \quad (11)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_M} = \frac{-x_M}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2}$$

$$(G + m_{тр})\ddot{z}_M = F_1 \frac{z_M - OA \cdot \cos \varphi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - (G + m_{тр})g, \quad (12)$$

$$OA^2 \cdot m_A \ddot{\varphi} = F_1 \frac{(y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi)OA}{l_1} + F_4 \frac{(DK \cdot \sin \varphi - OK \cdot \cos \varphi)OA}{l_4} + \lambda \frac{\partial f}{\partial \varphi} + m_A g \cdot OA \sin \varphi, \quad (13)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{-x_M OA \cos \varphi}{x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2},$$

$$I_\gamma \cdot \ddot{\gamma} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \gamma}, \quad I_\gamma = const, \quad \frac{\partial f}{\partial \gamma} = 1, \quad (14)$$

где OA, OK, DK – геометрические параметры манипулятора-трипода (см. рис. 1).

Уравнение пространственной прямой, проходящей через две точки с координатами $x_M(0) = x_{M0}, y_M(0) = y_{M0}, z_M(0) = z_{M0}$

и $x_M(\tau) = x_{Mk}, y_M(\tau) = y_{Mk}, z_M(\tau) = z_{Mk}$, в каноническом виде будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{x_M(t) - x_{M0}}{\Delta x} = \frac{y_M(t) - y_{M0}}{\Delta y} = \frac{z_M(t) - z_{M0}}{\Delta z}, \quad (15)$$

$$\Delta x = x_{Mk} - x_{M0}, \Delta y = y_{Mk} - y_{M0}, \Delta z = z_{Mk} - z_{M0}.$$

Вводя обозначения

$$K_x = \frac{\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y + \Delta^2 z}}{\Delta x}, \quad K_y = \frac{\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y + \Delta^2 z}}{\Delta y},$$

$$K_z = \frac{\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y + \Delta^2 z}}{\Delta z},$$

законы изменения декартовых координат точки $M(x_M(t), y_M(t), z_M(t))$ получаем в виде:

$$x_M(t) = \frac{S(t) + x_{M0} K_x}{K_x}, \quad y_M(t) = \frac{S(t) + y_{M0} K_y}{K_y},$$

$$z_M(t) = \frac{S(t) + z_{M0} K_z}{K_z}, \quad (16)$$

где $S(t)$ – закон изменения дуговой координаты при движении точки по прямой.

Закон движения точки M по прямой $S(t)$ и закон изменения угла поворота $\varphi(t)$ основания ABC манипулятора задаются в виде:

$$\Phi_j(t) = [\Phi_j(\tau) - \Phi_j(0)] \times \left(10 \frac{t^3}{\tau^3} - 15 \frac{t^4}{\tau^4} + 6 \frac{t^5}{\tau^5} \right) + \Phi_j(0), \quad j = 1, 2, \quad (17)$$

$$\Phi_1(t) = S(t), \quad \Phi_2(t) = \varphi(t).$$

Такой закон обеспечивает перемещения точки крепления манипулятора последовательной структуры и поворот основания манипулятора с нулевыми значениями скорости и ускорения в начальный и конечный моменты времени процесса.

Из уравнения (1) определяем закон изменения угла $\gamma(t)$. Тогда уравнения (9), (16), (17) позволяют определить законы изменения длин исполнительных звеньев $l_k(t), k = 1, 4$. Из уравнений (10)–(14) находим программные усилия в линейных исполнительных приводах $F_k(t), k = 1, 4$, и неопределенный множитель Лагранжа. На рисунке 3 приведены законы изменения управляющих усилий в линейных исполнительных звеньях манипулятора-трипода.

При расчетах приняты следующие значения параметров манипулятора:

$$x_{M0} = -297 \text{ мм}, y_{M0} = 1130 \text{ мм}, z_{M0} = 740,5 \text{ мм},$$

координаты конечной точки M_k – $z_{Mk} = -600$ мм, $x_{Mk} = 74$ мм, $y_{Mk} = 1410$ мм, массы – $m_A = 70$ кг, $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 1$ кг, $m_4 = 1,5$ кг, $m_{гр} = 5$ кг.

Дифференциальные уравнения (5) относительно движений звеньев трехзвенного манипулятора последовательной структуры имеют вид:

$$I_\alpha \cdot \ddot{\alpha} - \dot{\psi} \dot{\alpha} [I_{\alpha\psi} \sin 2\psi + 2a(m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{гр} l_{гр}) \sin \psi] = M_\alpha - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha}, \quad (18)$$

$$I_\psi \ddot{\psi} + \frac{1}{2} I_{\alpha\psi} \dot{\alpha}^2 \sin 2\psi + \dot{\alpha}^2 a (m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{гр} l_{гр}) \sin \psi = M_\psi - \frac{\partial \Pi}{\partial \psi}, \quad (19)$$

$$I_\beta (\ddot{\alpha} \sin \psi - \dot{\psi} \cdot \dot{\alpha} \cos \psi) = M_\beta - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta}, \quad (20)$$

$$I_{\alpha\psi} = (m_3 l_{3c}^2 + m_4 l_{4c}^2 + m_{гр} l_{гр}^2 + I_{3x} + I_{4y} + I_{грy} - I_{3y} - I_{4z} - I_{грz}),$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = -g \cdot \cos \alpha (m_3 (a + l_{3c} \cos \psi) + m_4 (a + l_{4c} \cos \psi) + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi) + m_2 l_{2c}),$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = g \cdot \sin \psi \sin \alpha (m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{гр} l_{гр}),$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = 0.$$

Выражения для приведенных моментов инерции имеют вид:

$$A_{66} = I_\alpha = I_{2z} + m_2 l_{c2}^2 + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi)^2 + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi)^2 + m_{гр} (a + l_{гр} \cos \psi)^2 + \cos^2 \psi (I_{3x} + I_{4y} + I_{грy}) + (I_{3y} + I_{4z} + I_{грz}) \sin^2 \psi,$$

$$A_{77} = I_\psi = I_{3z} + m_3 l_{3c}^2 + m_4 l_{4c}^2 + m_{гр} l_{гр}^2 + (I_{4x} + I_{грx}),$$

$$A_{88} = I_\beta = I_{4z} + I_{грz}.$$

Задаваясь законами изменения обобщенных координат $\alpha(t)$, $\psi(t)$, программные движущие моменты приводных электродвигателей $M_\alpha(t)$, $M_\psi(t)$, $M_\beta(t)$ трехзвенного манипулятора последовательной структуры находятся из выражений (18)–(20). На рисунке 4 приведены результаты вычислений для конечных значений углов $\alpha(\tau) = 0$, $\psi(\tau) = \frac{\pi}{2}$ и $\beta(\tau) = 0$. Законы изменения обобщенных координат $\alpha(t)$, $\psi(t)$ принимались аналогичными выражению (17).

Значения момента $M_\beta(t)$ практически равны нулю, так как при заданных программных перемещениях его величина определяется только силами инерции, действующими на выходное звено с рабочим органом.

Анализ технологических операций при роботизации процесса машинных технологий показывает, что одним из распространенных перемещений манипулятора является горизон-

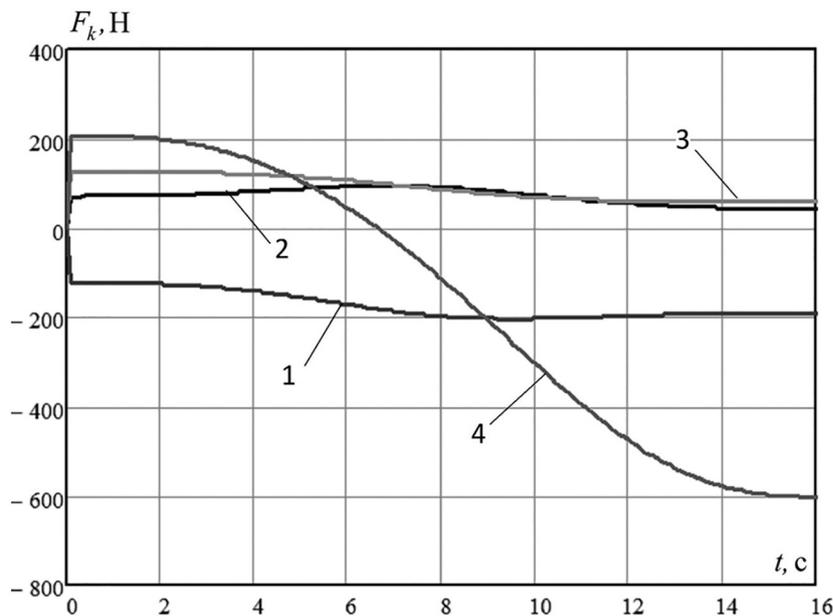


Рис. 3. Законы изменения программных усилий в исполнительных звеньях манипулятора-трипода: 1 – $F_1(t)$; 2 – $F_2(t)$; 3 – $F_3(t)$; 4 – $F_4(t)$

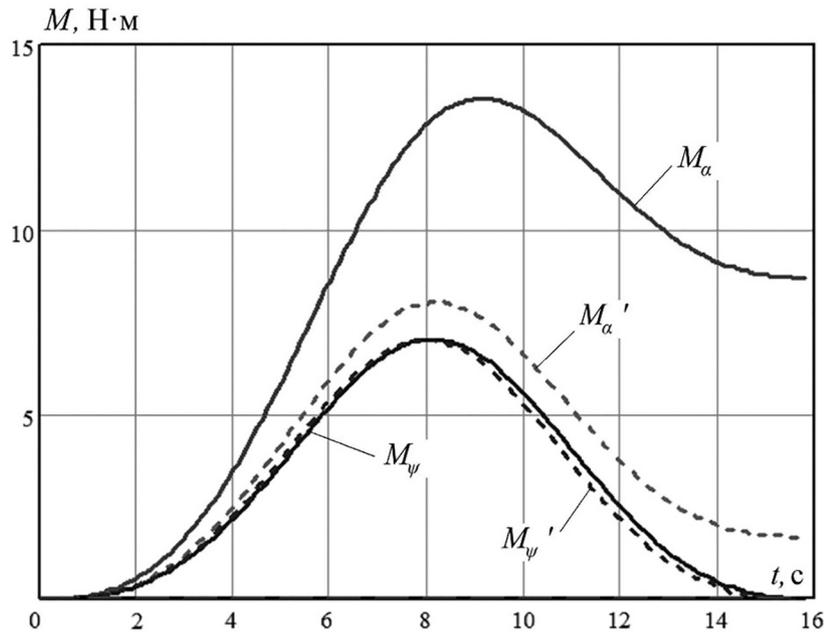


Рис. 4. Программные законы изменения управляющих моментов приводных двигателей манипулятора последовательной структуры:
 M_α, M_ψ – значения моментов при $a \neq 0$; M_α', M_ψ' – значения моментов для манипулятора с пересекающимися осями вращения

тальное перемещение рабочего органа по прямолинейной траектории вдоль оси Oy с одновременным вращением вокруг собственной оси O_4z_4 . Момент сил полезного сопротивления $M_\beta^c(t)$ при вращательном движении рабочего органа считается известным. Для манипулятора, приведенного на рис. 1, такое движение характеризуется следующими законами для переменных:

$$\psi(t) = -\gamma(t), \quad \alpha(t) = 0, \\ x_M(t) = \text{const}, \quad z_M(t) = \text{const}.$$

Законы изменения движения рабочего органа вдоль оси $y_M(t)$ и угла его поворота $\beta(t)$ считаются заданными.

Кинетическая энергия манипулятора в этом случае равна

$$T = \frac{1}{2} m_A O A^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (G + m_{\text{тр}}) \dot{y}_M^2 + \frac{1}{2} I_\beta \dot{\beta}^2 - \\ - \sin \psi [m_2 l_{c2} + (m_3 + m_4 + m_{\text{тр}}) a] \dot{y}_M \dot{\psi} + \\ + \left[\frac{1}{2} I_{1z} + \frac{1}{2} I_{2y} + I_{3z} + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 + \frac{1}{2} a^2 \times \right. \quad (22) \\ \left. \times (m_3 + m_4 + m_{\text{тр}}) + a (m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{\text{тр}} l_{\text{тр}}) \times \right. \\ \left. \times (\cos \psi - 1) \right] \dot{\psi}^2.$$

Из этого выражения следует, что момент приводного двигателя $M_\beta(t)$ определяется только законом изменения момента сил полезного сопротивления $M_\beta^c(t)$ и не зависит от законов перемещения звеньев манипулятора. Из выражения (22) следует, что при значении геометрического параметра трехзвенного манипулятора последовательной структуры $a = 0$ (см. рис. 2) значение кинетической энергии на заданное перемещение уменьшается, а также минимизируется динамическая взаимосвязь между степенями подвижности, определяемыми координатами $y_M(t)$ и $\psi(t)$, что является положительным фактором, как с точки зрения динамической нагруженности звеньев манипулятора, так и с точки зрения упрощения алгоритмов управления приводами исполнительных звеньев манипулятора. Значение параметра $a = 0$ определяет манипулятор с тремя пересекающимися осями вращения его звеньев [11]. Такой манипулятор характеризуется тем, что его рабочий орган может перемещаться только по сферической поверхности. Однако в составе манипулятора-трипода параллельной структуры рабочая зона захвата становится объемной [14]. На рисунке 4 приведены значения управляющих моментов M_α', M_ψ' приводных двигателей манипулятора последовательной структуры для такой конструкции.

Заключение

Полученные уравнения динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры обеспечивают решение двух основных задач [9, 12]: определение движущих сил и моментов, необходимых для реализации заданных программных движений рабочего органа, и определение усилий в кинематических парах. При известных управляющих усилиях уравнения динамики позволяют синтезировать необходимые параметры системы управления с обратными связями, минимизирующих динамические ошибки при отработке программных движений.

Список литературы

1. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. – 95 с.
2. Афонин В.Л., Подзоров П.В., Слепцов В.В. Обработывающее оборудование на основе механизмов параллельной структуры: учеб. пособие / под общ. ред. В.Л. Афонина. М.: Издательство МГТУ СТАНКИН, Янус-К, 2006. – 448 с.
3. Бушуев В.В., Хольшев И.Г. Механизмы параллельной структуры в машиностроении // СТИН. 2001. № 1. С. 3–8.
4. Рыбак Л.А., Гриненко Г.П. Инновационное обработывающее оборудование на базе параллельных структур: перспективы и направления коммерциализации // Научные технологии в машиностроении. 2013. № 7(25). С. 32–39.
5. Теоретические основы робототехники: в 2 кн. / А.И. Корендясев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес: отв. ред. С.М. Каплунов; Ин-т машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН. М.: Наука, кн. 1. 2006. – 383 с.
6. Synthesis of Control Algorithm and Computer Simulation of Robotic Manipulator-Tripod / I. Nesmianov, V. Zhoga, V. Skakunov, S. Terexkhov, N. Vorob'eva, V. Dyashkin-Titov, Fares Ali Hussein Al-hadsha // Communications in Computer and Information Science.–Springer International Publishing Switzerland 2015: CIT&DS 2015, CCIS 535. P. 392–404.
7. Пат. 2616493 Российская Федерация, МПК В66С 23/44. Манипулятор-трипод параллельно-последовательной структуры / В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов, А.В. Дяшкин, Н.С. Воробьева, И.А. Несмиянов, А.Г. Иванов; опубл. 17.04.2017. Бюл. № 11.
8. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
9. Динамический синтез оптимальных программных движений манипулятора-трипода / В.В. Жога, В.М. Герасун, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 2. С. 85–92.
10. Walking Mobile Robot with Manipulator-Tripod / V. Zhoga, A. Gavrilov, V. Gerasun, I. Nesmianov, V. Pavlovsky, V. Skakunov, V. Bogatyrev, D. Golubev, V. Dyashkin-Titov, N. Vorobieva // Proceedings of Romansy 2014 XX CISM-IFToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Series: Mechanisms and Machine Science. Springer International Publishing Switzerland. 2014. Vol. 22. P. 463–471.
11. Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством / В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Том 17. № 8. С. 525–530.
12. О неустойчивых режимах работы электропривода манипулятора / И.А. Несмиянов, В.В. Жога, В.Н. Скакунов, Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов, В.С. Бочарников // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 3. С. 18–25.
13. Исследование оптимальных конфигураций манипулятора-трипода с поворотным основанием / В.М. Герасун, В.В. Жога, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 6. С. 21–26.
14. Определение зоны обслуживания мобильного манипулятора-трипода / В.М. Герасун, В.В. Жога, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов // Машиностроение и инженерное образование. 2013. № 3. С. 2–8.
15. Коловский М.З., Слоущ А.В. Основы динамики промышленных роботов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1998. – 240 с.

Материал поступил в редакцию 14.06.2017

| | |
|--|---|
| ВОРОБЬЕВА Наталья Сергеевна E-mail: vorobva@inbox.ru Тел.: (8442) 41-18-49 | Кандидат технических наук, зав. кафедрой «Механика» ФГБОУ ВО Волгоградского государственного аграрного университета. Сфера научных интересов: кинематика машин, синтез механизмов, оптимальное движение, система управления. Автор более 60 публикаций. |
| ДЯШКИН-ТИТОВ Виктор Владимирович E-mail: c_43.52.00@mail.ru Тел.: (8442) 41-18-49 | Кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика» ФГБОУ ВО Волгоградского государственного аграрного университета. Сфера научных интересов: манипуляторы, кинематика машин, синтез механизмов, оптимальное движение, система управления. Автор более 40 публикаций. |
| ЖОГА Виктор Викторович E-mail: viczhoga@gmail.com Тел.: (8442) 24-80-99 | Доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Теоретическая механика» Волгоградского государственного технического университета. Сфера научных интересов: динамика и управление движением шагающих аппаратов, система управления манипуляторами, мобильные роботы, алгоритмы управления и стабилизации, энергетическая эффективность машин. Автор более 270 публикаций. |
| НЕСМИЯНОВ Иван Алексеевич E-mail: ivan_nesmiyanov@mail.ru Тел.: (8442) 41-18-49 | Кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика» ФГБОУ ВО Волгоградского государственного аграрного университета. Сфера научных интересов: манипуляторы, кинематика машин, синтез механизмов, оптимальное движение, система управления, эргатические системы. Автор более 130 публикаций. |