

# ВЛИЯНИЕ ШИРИНЫ РАБОЧЕГО КОЛЕСА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ

А.В. Пассар

В работе рассмотрены проблемы выбора ширины рабочего колеса радиально-осевой турбины. На основе расчета осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости в проточной части радиально-осевых турбин определена зона обратных токов, представлены результаты расчета поверхностей токов. Граница отрывной зоны определена при условии равенства нулю меридиональной проекции относительной скорости  $w_s = 0$ . Показано влияние ширины рабочего колеса на структуру потока газа и эффективность проточной части радиально-осевой турбины. В результате расчета осесимметричного течения в рабочих колесах приведены распределения потерь в рабочих колесах и потерь с выходной скоростью по высоте выходного сечения рабочего колеса. На основе этих распределений показано, что с увеличением ширины колеса возрастают потери в колесе, но уменьшаются потери с выходной скоростью. При увеличении ширины рабочего колеса с 32 до 42 мм это приводит к увеличению внутреннего КПД ступени на 2 %, а при увеличении с 32 до 52 мм это приводит к увеличению внутреннего КПД ступени на 1 %. Представлены экспериментальное распределение полных и статических давлений на выходе из рабочего колеса штатной турбины. Сравнение результатов расчета осесимметричного течения по методу Я.А. Сироткина с результатами эксперимента доказывает, что в турбине № 1 при работе на режиме № 2 возникает отрывное течение.

**Ключевые слова:** ширина рабочего колеса, радиально-осевая турбина, коэффициент напора, проточная часть, характеристики турбины, степень реактивности, линия тока.

## INFLUENCE OF AN IMPELLER WIDTH ON THE FRANCIS TURBINE EFFICIENCY

A.V. Passar

The paper concentrates on the issues of choice of Francis turbine impeller width. The back current zone has being determined on the base of calculating the rotationally symmetric eddy flow of a non-viscous compressible liquid in a Francis turbine blading section, results of calculating the stream surfaces are presented. The separated flow area boundary has being determined at conditions of relative velocity's meridional projection equal to zero ( $w_s = 0$ ). Influence of the impeller width on gas stream structure and on efficiency of the Francis turbine blading section has being shown. The rotationally symmetric flow analysis in an impeller helps to find a distribution of impellers' losses and vertical residual velocity losses in the impeller exit area. These distributions showed that impeller losses increase with higher impeller width and they decrease with lower residual velocity. Increasing the impeller width from 32 mm to 42 mm leads to nozzle-bucket efficiency rising for 2 % and the increasing the factor from 32 mm to 52 mm leads to the efficiency rising for 1%. The observed distributions of a total and static pressure at the impeller exit of a standard turbine are presented. Comparison of rotationally symmetric stream analysis results made by Ya. Sirotkin's method and experiment results proves that the separated flow emerges in the turbine nr 1 at the mode nr 2.

**Keywords:** impeller width, Francis turbine, head coefficient, blading section, turbine performance, degree of reaction, streamline.

## Введение

Выбор геометрических параметров проточной части радиально-осевой турбины, обеспечивающих ее эффективную работу в составе комбинированного двигателя, является сложнейшей задачей. Ее решение можно разбить на ряд этапов разного уровня сложности.

На первом этапе проектирования производится газодинамический расчет ступени по среднему радиусу в одномерном квазистационарном приближении [1, 2]. Это позволяет определить высоту лопатки на входе и выходе потока из рабочего колеса, удовлетворяющую заданному расходу газов через турбину. Газодинамический расчет ступени по среднему радиусу<sup>1</sup> не представляет особой сложности и поэтому используется в конструкторских бюро.

На втором этапе проектирования для построения меридионального обвода проточной части рабочего колеса, предлагается решить обратную задачу теории турбомашин [3, 4]. Однако прежде чем строить меридиональный обвод, необходимо выбрать ширину рабочего колеса  $B$ . В работе [2] этот параметр рекомендуется выбирать как  $B = 0,23d_1$ , где  $d_1$  – диаметр рабочего колеса на входе. В работе [5] этот же параметр рекомендуется выбирать уже в диапазоне  $B = (0,3 \div 0,35) d_1$ . Однако ни в работе [2], ни в работе [5] этому ни приводится никаких теоретических обоснований.

Экспериментальное исследование, приведенное в работе [6], показывает, что уменьшение ширины рабочего колеса с 45 до 35 мм привело к снижению максимального КПД ступени на 6 %. Однако в работе [6] не сказано, какими были углы выхода потока у этих рабочих колес, так как КПД ступени зависит еще и от угла выхода потока.

В настоящее время существует множество специализированных коммерческих CFD-пакетов (*Computational Fluid Dynamics*), например таких, как *ANSYS CFX* [7, 8], *CFX-TASCflow*, *FlowVision* и др., позволяющих производить расчет структуры потока в проточной части турбомашин. Основаны эти пакеты на численном решении методом конечных элементов осредненных по Рейнольдсу двумерных и трехмерных уравнений Навье – Стокса и включают разнообразные модели турбулентности.

В работе [9] рассмотрено использование пакета *ANSYS CFX* для численного моделирования двумерного и трехмерного течения вязкого газа в проточной части малорасходной турбины Ленинградского политехнического института (ЛПИ). При этом при относительном движении лопатки рабочего колеса обтекаются осесимметричным потоком. Продолжительность расчета двумерного течения на компьютере *Core i 5*, тактовой частотой 2,7 ГГц и оперативной памятью 16 Гб занимает в среднем около 2 ч.

В работе [10] рассмотрено численное моделирование осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости в проточной части турбины турбокомпрессора ТКР-14. Расчет выполнялся на компьютере с процессором *AMD A8-6600K* с частотой ядра 3,9 ГГц, объемом оперативной памяти 4 Гб. Среднее время, затраченное процессором на одну итерацию, составляет 0,016 с. Количество итераций 20.

Таким образом, по затратам машинного времени применение математической модели осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости эффективнее полноценного CFD-моделирования.

Целью настоящей работы является исследование влияния ширины рабочего колеса на эффективность радиально-осевой турбины при помощи модели Я.А. Сироткина осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости в проточной части радиально-осевых турбомашин [10–14].

## Постановка задачи

Осесимметричный вихревой поток невязкой сжимаемой жидкости в радиально-осевых турбомашинах описывается следующей системой уравнений:

– уравнение движения в энергетической форме Крокко:

$$\vec{w} \times \left( \nabla \times \vec{c} \right) = \nabla h^* - T \nabla S - \vec{F} + T \frac{\vec{w}}{w^2} \frac{dS}{dt}, \quad (1)$$

– уравнение неразрывности:

$$\nabla(\chi \rho \vec{w}) = 0; \quad (2)$$

<sup>1</sup> Модель, в которой нет явной зависимости параметров потока от координат. Параметры турбины определяются в дискретном наборе точек, например, только во входном и выходном сечениях. Эта модель не позволяет определить изменение параметров потока по длине, шагу и радиусу лопаточного венца.

– уравнение первого закона термодинамики:

$$\frac{dU}{dt} + p \frac{d\rho^{-1}}{dt} - T \frac{dS}{dt}; \quad (3)$$

– уравнение состояния газа:

$$p = \rho RT, \quad (4)$$

$$\nabla = \sum_{i=1}^3 \frac{\vec{e}_i}{H_i} \frac{\partial}{\partial q_i}; \quad dU = c_v dT; \quad h^* = h + \frac{w^2 + u^2}{2};$$

$$h = c_p T = \frac{k}{k-1} R T; \quad u = \omega r; \quad \left( k = \frac{c_p}{c_v} \right).$$

В уравнениях (1)–(4) приняты следующие обозначения:  $\nabla$  – оператор набла,  $q_i$ ,  $\vec{e}_i$ ,  $H_i$  – криволинейная координата, ее единичный вектор и коэффициент Ляме;  $S$  – энтропия;  $T$  – абсолютная температура;  $F$  – массовая сила;  $U$  – внутренняя энергия;  $k$  – показатель изэнтропы;  $c_p$  и  $c_v$  – теплоемкости при постоянном давлении и объеме;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $R$  – газовая постоянная;  $w$  – относительная скорость;  $c$  – абсолютная скорость;  $u = \omega r$  – окружная скорость вращения ротора;  $\chi$  – коэффициент стеснения;  $r$  – расстояние от оси вращения.

Особенность уравнений движения в энергетической форме Крокко – это то, что принимаются уравнения для невязкой жидкости, при этом потери кинетической энергии в проточной части учитываются косвенно, через расчет энтропии. А энтропия в свою очередь рассчитывается через коэффициент потерь в рабочем колесе.

В работе [11] решение рассматриваемой задачи строится в полуфиксированной сетке методом прямых. Изменение коэффициента изэнтропийности задается квадратичной зависимостью от длины линии тока.

Опуская преобразования, приведенные в работе [11], запишем в окончательном виде расчетную систему уравнений. Все частные производные заменяются центральными разностями, и система уравнений (1), (3) и (4) переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение, которое заменяется эквивалентным интегральным уравнением:

$$w_s = w_{s0} + \int_0^l \left[ \sin^2 \beta \left\{ \frac{1}{w_s} \left[ \frac{dh^*}{dl} - T \left( \frac{dS}{dl} - \frac{\Delta S}{\Delta s} \sin \xi \right) \right] - \frac{T}{2} \operatorname{tg} \delta \sin 2\beta \cos \xi \frac{\Delta S}{\Delta s} \right\} - \frac{w_s}{2r^2} \left[ \frac{d(r \operatorname{ctg} \beta)^2}{dl} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta(r \operatorname{ctg} \beta)^2}{\Delta s} \sin \xi \right] + \left[ 2 \omega \operatorname{ctg} \beta \cos \gamma - \frac{\Delta \gamma}{\Delta s} w_s - \frac{\operatorname{tg} \delta}{r} \frac{\Delta(c_u r)}{\Delta s} \right] \cos \xi \left. \right\} + \frac{\Delta w_s}{\Delta s} \sin \xi \left. \right] dl, \quad (5)$$

где символом  $\Delta$  обозначена центральная конечная разность. Величины  $\beta$  и  $\delta$  определяются следующими соотношениями:

$$\operatorname{ctg} \beta = (\operatorname{ctg} \beta' + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \delta') \cos \gamma;$$

$$\operatorname{tg} \delta = (\operatorname{tg} \delta' - \operatorname{tg} \gamma \operatorname{ctg} \beta') \cos \gamma,$$

где  $\beta'$  и  $\delta'$  – углы средней поверхности лопатки (рис. 1);  $\gamma$  – угол между вектором скорости  $w_s$  и осью  $z$  (см. рис. 1); угол  $\xi = \gamma_0 - \gamma$ ,  $\gamma_0$  – угол между вектором скорости  $w_s$  и осью  $z$  на внешней линии меридионального обвода;  $s$  – длина линии тока;  $l$  – длина прямой;  $w_{s0}$  – средняя скорость.

Из уравнения неразрывности (2) имеем

$$G_r(l) = 2\pi \int_0^{l(s, l_i)} r \chi \rho w_s \cos \xi dl, \quad (6)$$

где  $l = l(s, l_i)$  – уравнение подлежащей определению линии тока  $s$ ;  $l_i$  – текущая координата вдоль линии  $l$ ;  $\chi = 1 - s'/t$  – коэффициент стеснения ( $s'$  – толщина лопасти в окружном направлении,  $t$  – шаг решетки).

Алгоритм решения системы интегральных уравнений (5), (6) с неизвестным переменным верхним пределом  $l$  подробно рассмотрен в работе [14].

### Модель Я.А. Сироткина с коэффициентом потерь по высоте проточной части

В пределах рассматриваемого численного метода приближенно учитываются реальные свойства среды и потока. В уравнении (5) присутствуют члены, учитывающие изменение энтропии. Один из них учитывает приращение энтропии  $S$ , связанное с потерями энергии, другой – осредненную силу трения.

Согласно работе [11], энтропия вычисляется по формуле

$$T \frac{\partial S}{\partial s} = - \frac{k-1}{k} h \frac{\partial}{\partial s} \ln \left[ \frac{p_{w1}^* \sigma(n, s)}{h_{w1}^* \left( \frac{k}{k-1} \right)} \right];$$

где  $p_{w1}^*$  – давление торможения в относительном движении на входе в рабочее колесо;

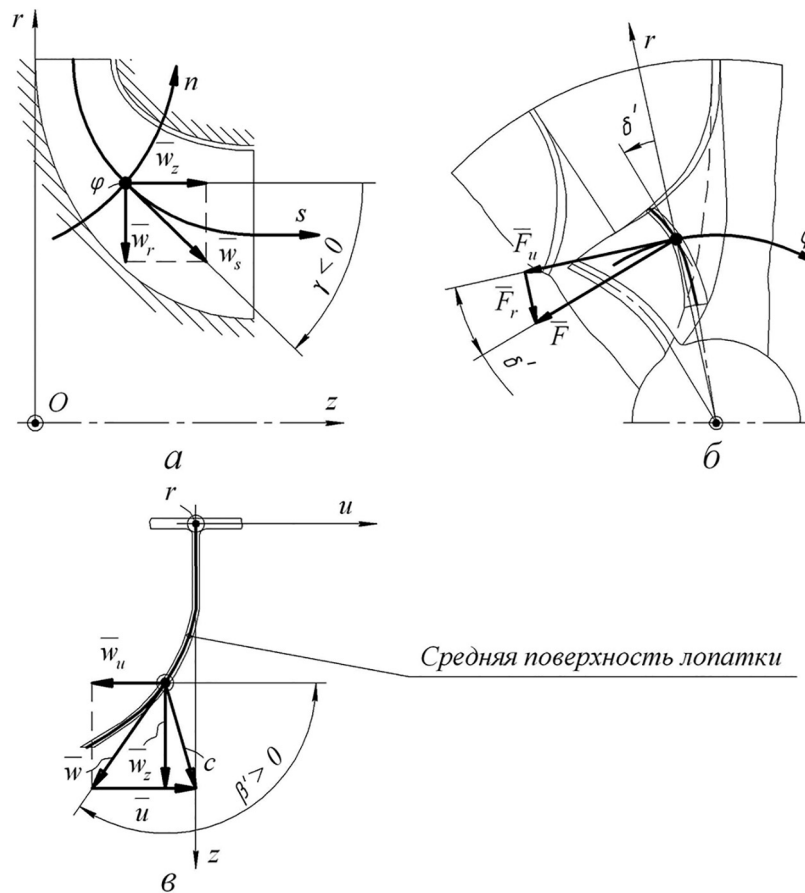


Рис. 1. Криволинейная система координат, связанная с рабочим колесом:  
а, б, в – соответственно, проекции на плоскости, перпендикулярные осям  $u$ ,  $z$  и  $r$

$h_{w1}^*$  – энтальпия торможения в относительном движении на входе в рабочее колесо;  $\sigma(n, s)$  – коэффициент изоэнтальпийности.

Если учитывать потери на трение и перемешивание, то  $\partial S / \partial s \neq 0$  и  $\sigma$  меняется вдоль  $s$ . В данном случае изменение коэффициента изоэнтальпийности задается квадратичной функцией вдоль  $s$

$$\sigma(n, s) = 1 - \left[ 1 - \sigma_i(n) \right] \left( \frac{s}{s_0} \right)^2, \quad (7)$$

которая определяется из условий:

$$\sigma = 1 \text{ и } \partial \sigma / \partial s = 0 \text{ при } s = 0, \sigma = \sigma_i \text{ при } s = s_0,$$

где  $s_0$  – длина линии тока от сечения на входе в решетку до сечения на выходе из нее. Величина  $\sigma_i$  определяется следующей зависимостью:

$$\sigma_i = \frac{\pi(\lambda_{w2} / (1 - \zeta_{pk}))^{1/2}}{\pi(\lambda_{w2})},$$

где  $\lambda_{w2}$  – приведенная скорость;  $\zeta_{pk}$  – коэффициент потерь энергии в рабочем колесе;  $\pi(\lambda_{w2})$  – газодинамическая функция давления.

Однако на сегодняшний день в литературе нет четких рекомендаций по заданию коэффициента изоэнтальпийности. Но если предположить, что согласно исследованиям, представленным в работе [15], изменение толщины потерь импульса  $\delta^{**}$  вдоль линии профиля происходит по квадратичной зависимости, то уравнение (7) можно считать обоснованным.

В работах [2, 5, 10, 11, 13] приведены результаты расчета структуры потока в проточной части радиально-осевых турбин с использованием вышеприведенной модели Я.А. Сироткина. При этом расчет энтропии производился с постоянным коэффициентом потерь по высоте лопатки на выходе из рабочего колеса.

В настоящей работе предлагается провести численные исследования течения в проточной части рабочих колес радиально-осевой турбины с переменным по высоте лопатки коэффициентом потерь энергии, который является функцией от координат линий тока и уточняется в процессе расчета последовательных приближений при численном решении уравнений (5), (6).

Для расчета коэффициента потерь энергии в рабочем колесе в работе [16] принята формула, которая хорошо себя зарекомендовала при расчете характеристик малоразмерных, радиально-осевых ступеней турбин:

$$\zeta_{\text{рк}}(r, z) = [\zeta_{\text{пр}}(r, z) + \zeta_{\text{конц}}(r, z)]_{\text{расч}} K_M(r, z) \times K_{\text{Re}}(r, z) + \zeta_{\text{отр}}(r, z) + \zeta_{\text{нест}}(r, z), \quad (8)$$

где  $\zeta_{\text{пр}}(r, z)$  – коэффициент профильных потерь на расчетном режиме;  $\zeta_{\text{конц}}(r, z)$  – коэффициент концевых потерь на расчетном режиме;  $K_M(r, z)$  – поправочный коэффициент на влияние числа Маха  $M_{w2r}$ ;  $K_{\text{Re}}(r, z)$  – поправочный коэффициент на влияние числа Рейнольдса;  $\zeta_{\text{отр}}(r, z)$  – коэффициент потерь от изменения угла атаки;  $\zeta_{\text{нест}}(r, z)$  – коэффициент потерь от нестационарности потока.

В отличие от работы [16], где рассматриваются осредненные, постоянные по высоте лопаток коэффициенты потерь, в настоящей работе все составляющие потерь, входящие в формулу (8), являются функциями от координат линий тока  $r$  и  $z$ . При решении системы уравнений (5) и (6) методом последовательных приближений, на каждой итерации будут уточняться координаты линий тока  $r$  и  $z$ , а, следовательно, и коэффициент потерь энергии в рабочем колесе.

### Исходная геометрическая информация по проточной части

В качестве исходной информации по геометрии проточной части турбины использовались заводские чертежи рабочего колеса турбины турбокомпрессора ТКР-14С-27 (рис. 2, а), далее ее будем называть турбина № 1. Ширина ра-

бочего колеса  $B = 0,23d_1 = 32$  мм. Угол выхода потока из соплового аппарата  $\alpha_1 = 18^\circ$ .

Для сравнения было спроектировано рабочее колесо шириной  $B = 0,3d_1 = 42$  мм (см. рис. 2, б), далее ее будем называть турбина № 2, а также рабочее колесо шириной  $B = 0,37d_1 = 52$  мм (см. рис. 2, в), далее ее будем называть турбина № 3. Угол выхода потока на среднем радиусе для всех трех рабочих колес  $\beta_2 = 37,5^\circ$ . Угол профиля лопатки  $\beta_2$  в выходном сечении для всех трех рабочих колес изменяется по закону  $\text{tg } \beta_2 R_{20} = \text{const}$ .

Внешняя и внутренняя линия меридионального контура турбин № 2 и № 3 представляют собой эллиптические кривые, центр которых находится на пересечении входного и выходного сечений рабочего колеса (см. рис. 2, б, 2, в).

### Результаты численных расчетов

Рассмотрим некоторые газовой динамики осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости, проведенных в рабочих колесах радиально-осевых турбин.

В расчетах по модели осесимметричного вихревого течения задавались исходные данные, соответствующие расчетному режиму, определенные в результате расчета ступени по среднему радиусу в одномерном квазистационарном приближении (табл. 1 и 2).

Коэффициент напора здесь принимается

$$\bar{H}_r = \frac{2h_{\text{ад}}}{u_1^2}, \quad h_{\text{ад}} - \text{мгновенное значение изоэнтропийного теплоперепада от полных параметров перед турбиной до статического давления за турбиной; } u_1 - \text{окружная скорость на входе в рабочее колесо.}$$

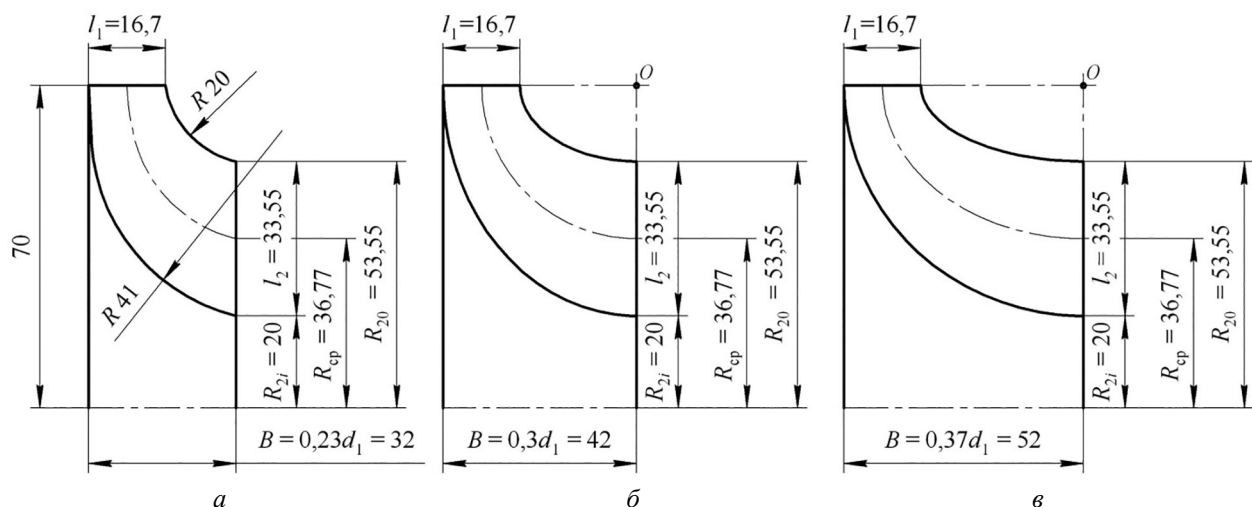


Рис. 2. Рабочие колеса радиально-осевой турбины ТКР-14С-27:

а – турбина № 1; б – турбина № 2; в – турбина № 3

Таблица 1

## Исходные данные для штатной турбины № 1

| №  | Параметры                                                     | Режим № 1 | Режим № 2 |
|----|---------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| 1  | Коэффициент напора $\bar{H}_T$                                | 2,5       | 1,62      |
| 2  | Расход газов $G_{T_2}$ , кг/с                                 | 0,396     | 0,253     |
| 3  | Давление торможения на входе в ступень $p_0^*$ , МПа          | 0,1575    | 0,1363    |
| 4  | Давление на входе в рабочее колесо $p_1$ , МПа                | 0,1279    | 0,1238    |
| 5  | Степень понижения давления газа в ступени $\pi_T = p_0^*/p_2$ | 1,485     | 1,285     |
| 6  | Температура торможения на входе в ступень $T_0^*$ , К         | 750       | 750       |
| 7  | температура на входе в рабочее колесо $T_1$ , К               | 717       | 735       |
| 8  | Степень реактивности $\rho$                                   | 0,461     | 0,611     |
| 9  | Коэффициент скорости в рабочем колесе $\psi$                  | 0,93      | 0,75      |
| 10 | Частота вращения $n_{TK}$ , мин <sup>-1</sup>                 | 35000     | 35000     |

Таблица 2

## Исходные данные для опытных турбин № 2 и № 3

| №  | Параметры                                                     | Режим № 1' | Режим № 2' |
|----|---------------------------------------------------------------|------------|------------|
| 1  | Коэффициент напора $\bar{H}_T$                                | 2,5        | 1,38       |
| 2  | Расход газов $G_{T_2}$ , кг/с                                 | 0,395      | 0,2        |
| 3  | Давление торможения на входе в ступень $p_0^*$ , МПа          | 0,1575     | 0,1313     |
| 4  | Давление на входе в рабочее колесо $p_1$ , МПа                | 0,1278     | 0,1234     |
| 5  | Степень понижения давления газа в ступени $\pi_T = p_0^*/p_2$ | 1,485      | 1,238      |
| 6  | Температура торможения на входе в ступень $T_0^*$ , К         | 750        | 750        |
| 7  | Температура на входе в рабочее колесо $T_1$ , К               | 717        | 740        |
| 8  | Степень реактивности $\rho$                                   | 0,464      | 0,705      |
| 9  | Коэффициент скорости в рабочем колесе $\psi$                  | 0,93       | 0,53       |
| 10 | Частота вращения $n_{TK}$ , мин <sup>-1</sup>                 | 35000      | 35000      |

Для расчета потока в проточной части радиально-осевых турбин была составлена программа, при этом использовался пакет прикладных программ *MATLAB*. Расчеты проводились на персональном компьютере с процессором *AMD A8-6600K* частотой ядра 3,9 ГГц, объем оперативной памяти 4096 Мб.

На рис. 3–5 тонкими линиями показаны линии предварительного разбиения канала по принципу равных кольцевых площадей, толстыми линиями – линии тока, определенные в результате последовательных приближений. Видно, что поверхности тока окончательного приближения существенно отличаются от поверхностей тока исходного приближения. Во всех расчетных областях погрешность по скоростям  $w_s$  составила менее 1 %. Коэффициент релаксации при этом равен  $\alpha = 0,5$ .

Как следует из рис. 3–5, с увеличением кривизны канала линии тока «поджимаются» к корпусу турбины. Особенно сильно это выражено в турбине № 1 для расчетного режима № 2 в области линий  $l_6$  и  $l_7$ ; в турбине № 2 для расчетного режима № 2' в области линии  $l_7$ ; в турбине № 3 для расчетного режима № 2' в области линий  $l_6$  и  $l_7$ . Как показали результаты расчетов, в этих сечениях получаются отрицательные значения меридиональных скоростей  $w_s$ : для штатной турбины № 1  $w_s = -3$  м/с для сечения  $l_6$  и  $w_s = -15$  м/с для сечения  $l_7$ ; для турбины № 2,  $w_s = -13,5$  м/с для сечения  $l_7$ ; для турбины № 3,  $w_s = -6,1$  м/с для сечения  $l_6$  и  $w_s = -12,1$  м/с для сечения  $l_7$ .

Это обстоятельство дает основание предполагать, что в проточной части возникает отрыв потока (обратный ток в идеальной жид-

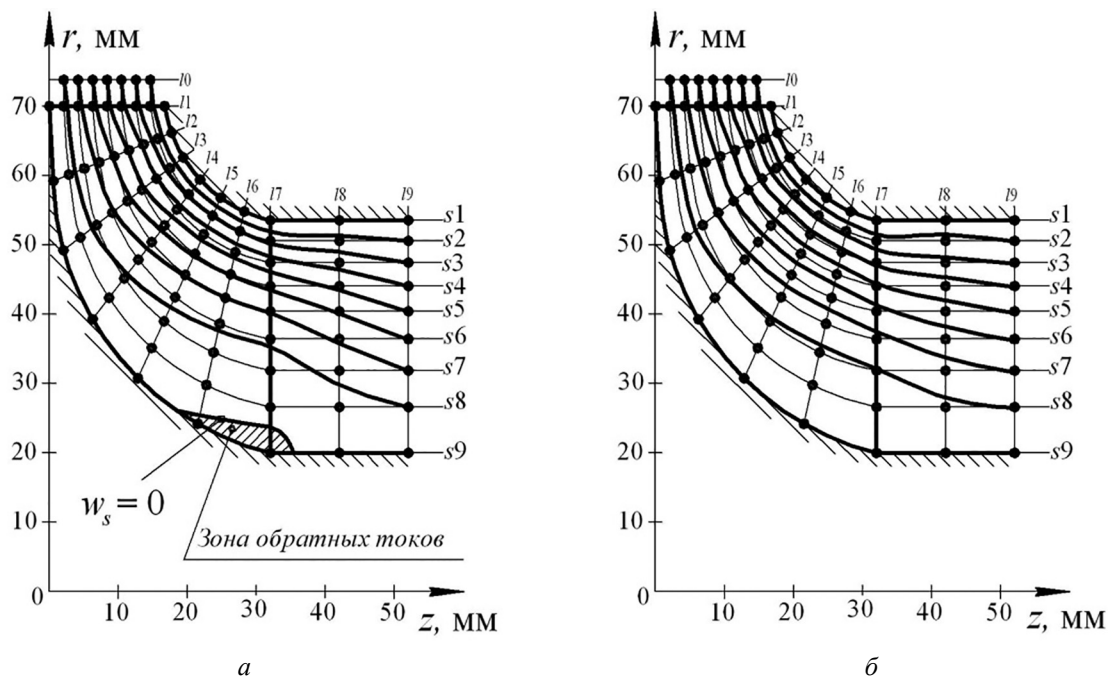


Рис. 3. Результаты расчета поверхностей тока в турбине № 1:

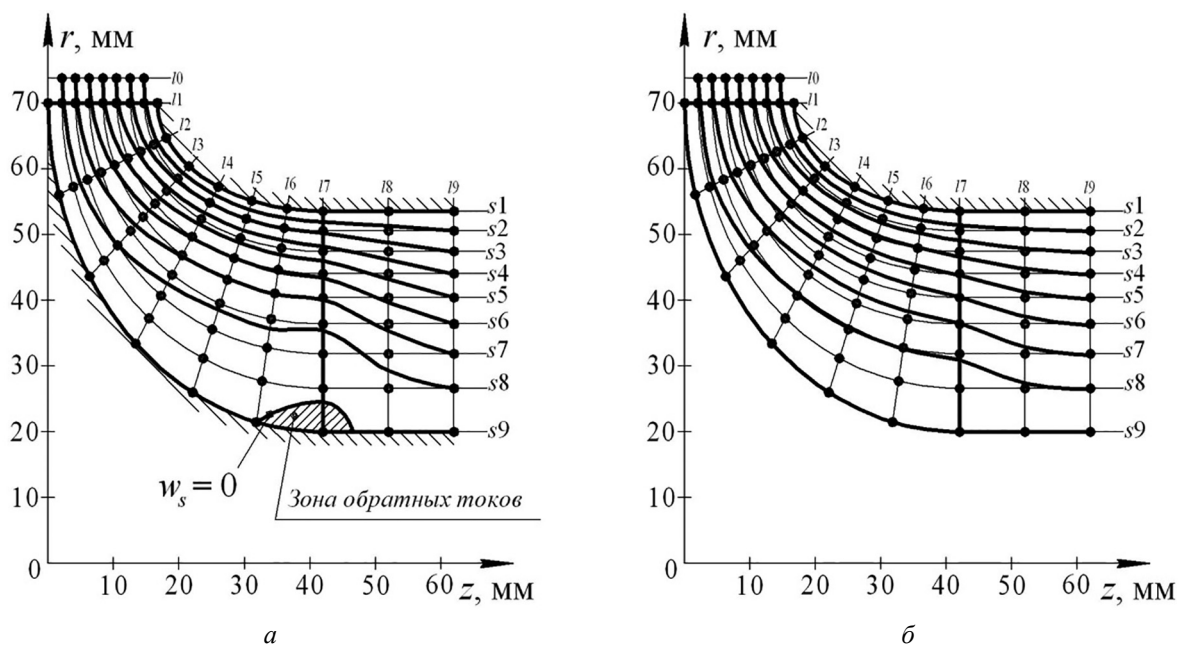
а – режим 2,  $\bar{H}_T = 1,62$ ; б – режим 1,  $\bar{H}_T = 2,5$ 

Рис. 4. Результаты расчета поверхностей тока в турбине № 2:

а – режим 2',  $\bar{H}_T = 1,38$ ; б – режим 1',  $\bar{H}_T = 2,5$ 

кости). На рис. 3, а, 4, а и 5, а зона обратных токов заштрихована. Граница отрывной зоны определена при условии  $w_s = 0$ . С увеличением степени понижения давления газа  $\pi_T$  в ступени поверхности тока несколько выравниваются, так например, в случае расчетных режимов № 1 и № 1' линии тока плавней, чем в случае режимов № 2 и № 2'. С уменьшением степени

понижения давления газа в ступени, предположительно, возникает отрывная зона. Для штатной турбины № 1 отрывная зона возникает при степени понижения давления газа в ступени  $\pi_T = 1,285$  (см. рис. 3, а), а для опытных турбин № 2 и № 3 отрывная зона возникает при степени понижения давления газа в ступени  $\pi_T = 1,238$  (см. рис. 4, а и 5, а).

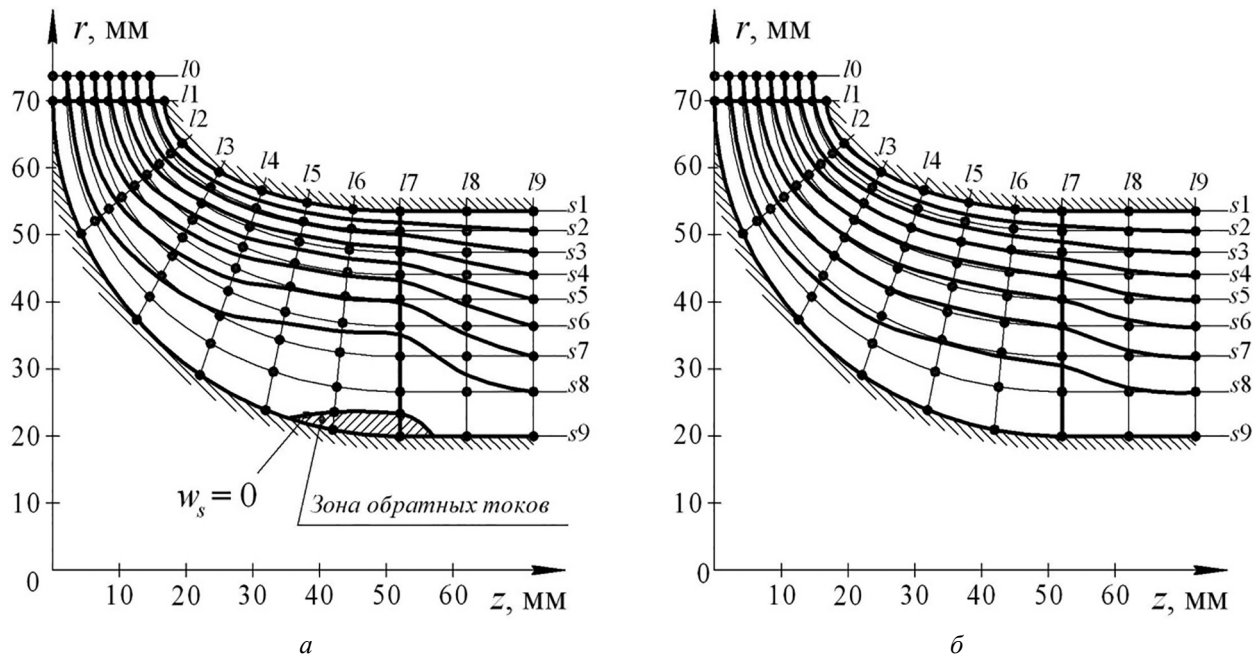


Рис. 5. Результаты расчета поверхностей тока в турбине № 3:

а – режим 2',  $\bar{H}_T = 1,38$ ; б – режим 1',  $\bar{H}_T = 2,5$

Таким образом за счет увеличенной ширины колеса, в опытных турбинах удалось сдвинуть отрывную зону в сторону меньших степеней понижения давления газа в ступени.

### Критерий качества проточной части

На основе расчета осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости можно решать задачу о выборе оптимальной формы проточной части. В качестве целевой функции при решении этой задачи предлагается изменение внутреннего КПД турбины:

$$\bar{\eta}_i = \frac{\int_0^{\psi_n} [h_u(\psi) - \Delta h_{yt}(\psi) - \Delta h_{tp}(\psi)] d\psi}{\int_0^{\psi_n} h_{ад}(\psi) d\psi}, \quad (9)$$

$$h_u(\psi) = h_{ад}(\psi) - \Delta h_{ca}(\psi) - \Delta h_{рк}(\psi) - \Delta h_b(\psi),$$

$$\Delta h_{ca}(\psi) = c_1^2(\psi) \left\{ \frac{1 - [1 - \zeta_{ca}(\psi)]}{2[1 - \zeta_{ca}(\psi)]} \right\},$$

$$\Delta h_{рк}(\psi) = w_2^2(\psi) \left\{ \frac{1 - [1 - \zeta_{рк}(\psi)]}{2[1 - \zeta_{рк}(\psi)]} \right\}, \quad (10)$$

$$\Delta h_b = c_2^2(\psi)/2, \quad (11)$$

где  $\psi(r) = G_T(r)/2\pi$  – функция тока, определяемая массовым расходом газа через ступень

на участке от корневого радиуса до текущей линии тока, следовательно  $\psi_n = G_T/2\pi$ ; здесь  $G_T$  – заданный полный массовый расход газа через ступень;  $h_{ад}(\psi)$  – располагаемый адиабатный теплоперепад на линии тока  $\psi$ , рассчитываемый по параметрам торможения на входе в ступень и статическому давлению на выходе;  $h_u(\psi)$  – используемый теплоперепад на линии тока  $\psi$ ;  $\Delta h_{yt}(\psi)$  – потери энергии, связанные с утечкой газа через радиальный зазор;  $\Delta h_{tp}(\psi)$  – потери на трение диска;  $\Delta h_{ca}(\psi)$  – потери энергии в сопловом аппарате;  $\Delta h_{рк}(\psi)$  – потери энергии в рабочем колесе;  $\zeta_{ca}$ ,  $\zeta_{рк}$  – коэффициенты потерь в сопловом аппарате и рабочем колесе;  $c_1(\psi)$  – абсолютная скорость на выходе из соплового аппарата на линии тока  $\psi$ ;  $w_2(\psi)$  – относительная скорость на выходе из рабочего колеса на линии тока  $\psi$ ;  $\Delta h_b(\psi)$  – «потери энергии с выходной скоростью» на линии тока  $\psi$ ;  $c_2(\psi)$  – абсолютная скорость на выходе из рабочего колеса на линии тока  $\psi$ .

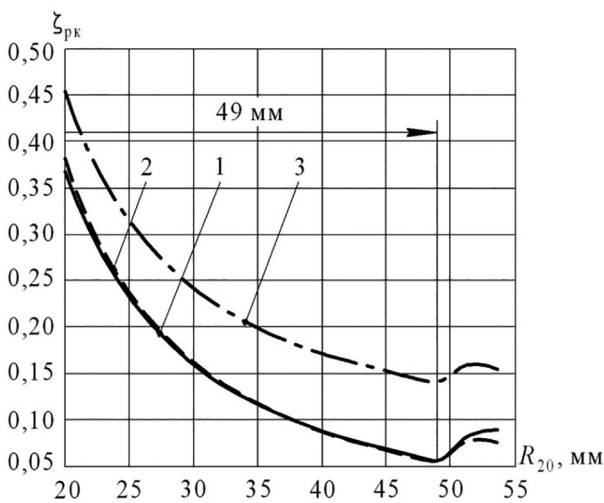
На рис. 6 представлены изменения энергетических характеристик турбинных ступеней по высоте выходного сечения рабочего колеса. Сплошная кривая 1 на рис. 6 соответствует штатной турбине № 1 с шириной рабочего колеса  $B = 0,23 d_1$ , пунктирная кривая 2 соответствует опытной турбине № 2 с  $B = 0,3 d_1$ , штрихпунктирная кривая 3 соответствует опытной турбине № 3 с  $B = 0,37 d_1$ .

На рис. 6, а показаны изменения коэффициента потерь вдоль выходной кромки рабочего колеса. Коэффициент потерь определялся по зависимости (8), при решении системы уравнений (5) и (6) методом последовательных приближений. На рис. 6, а можно выделить два характерных участка. Участок 1, на котором высота лопатки на выходе из рабочего колеса изменяется от  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 49$  мм. Этот участок характерен тем, что на нем происходит резкое падение коэффициента потерь с возрастанием высоты лопатки. Это можно объяснить следующим образом: с уменьшением высоты лопатки происходит увеличение ее толщины и длины меридионального обвода, что соответствует большим профильным потерям. Участок 2, на котором высота лопатки изменяется

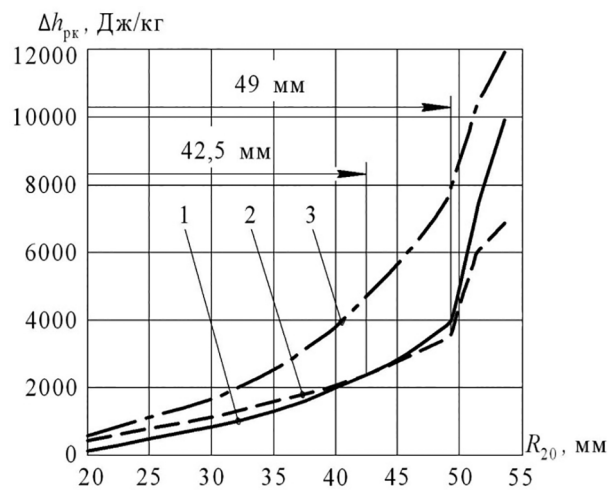
от  $R_{20} = 49$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм. Этот участок характерен тем, что на нем происходит резкое возрастание, а затем падение коэффициента потерь (кривые 2 и 3 на рис. 6, а). Это обстоятельство обусловлено порождением вторичных вихрей в периферийных струйках тока и их воздействием на основной поток.

При увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,3d_1$  коэффициент потерь практически не изменился (кривые 1 и 2 на рис. 6, а). Дальнейшее увеличение ширины рабочего колеса до  $0,37d_1$  ведет к увеличению коэффициента потерь во всем диапазоне изменения высоты лопатки (кривая 3 на рис. 6, а).

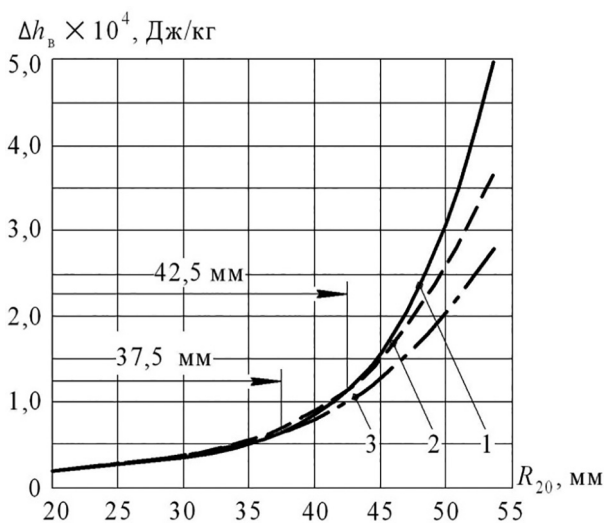
На рис. 6, б представлено распределение доли потерь энергии в рабочем колесе, определенное по зависимости (10). Из анализа кривых следу-



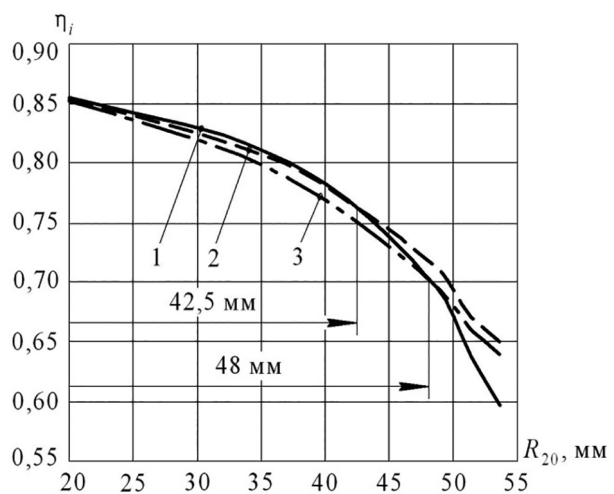
а



б



в



г

**Рис. 6. Изменение энергетических характеристик ступеней по высоте выходного сечения рабочего колеса:**  
 а – изменение коэффициента потерь в рабочем колесе; б – изменение потерь в рабочем колесе;  
 в – изменение потерь с выходной скоростью; г – изменение внутреннего КПД;  
 1 – турбина № 1; 2 – турбина № 2; 3 – турбина № 3

ет, что с возрастанием высоты лопатки происходит возрастание доли потерь энергии в рабочем колесе, несмотря на убывание коэффициента потерь (см. рис. 6, а). Это обусловлено возрастанием относительной скорости от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм к периферийному  $R_{20} = 53,5$  мм. Резкое возрастание доли потерь энергии в рабочем колесе на участке от  $R_{20} = 49$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм обусловлено порождением вторичных вихрей в периферийных струйках тока и их воздействием на основной поток.

При увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,3d_1$  происходит незначительное увеличение доли потерь энергии для турбины № 2 по сравнению с турбиной № 1 на участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 42,5$  мм (кривые 1 и 2 на рис. 6, б). На участке от  $R_{20} = 42,5$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм происходит падение доли потерь энергии в рабочем колесе для турбины № 2 по сравнению с турбиной № 1 (кривые 1 и 2 на рис. 6, б). Дальнейшее увеличение ширины рабочего колеса до  $0,37d_1$  ведет к увеличению доли потерь энергии в рабочем колесе во всем диапазоне изменения высоты лопатки (кривая 3 на рис. 6, б).

На рис. 6, в представлено распределение доли «потерь энергии с выходной скоростью», рассчитанное с использованием зависимости (11). Резкое возрастание «потерь энергии с выходной скоростью» от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм до периферийного  $R_{20} = 53,5$  мм обусловлено тем, что частички газа, идущие вдоль верхней линии меридионального обвода, проходят путь значительно меньший, чем частички газа, идущие вдоль нижней линии меридионального обвода, и вследствие этого испытывают меньшее сопротивление.

При увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,3d_1$ , на участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 42,5$  мм не происходит какого-либо изменения «потерь с выходной скоростью» (кривые 1 и 2 на рис. 6, в). На участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 42,5$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм происходит падение «потерь с выходной скоростью» для турбины № 2 в сравнении с турбиной № 1 (кривые 1 и 2 на рис. 6, в). Дальнейшее увеличение ширины рабочего колеса до  $0,37d_1$  не влечет за собой изменения «потерь с выходной скоростью» на участке изменения высоты лопатки от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 37,5$  мм (кривые 1 и 3 на рис. 6, в). Однако на участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 37,5$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм происходит па-

дение «потерь с выходной скоростью» для турбины № 3 в сравнении с турбинами № 1 и № 2 (кривая 3 на рис. 6, в).

На рис. 6, г представлено распределение внутреннего КПД турбинных ступеней вдоль выходного сечения рабочего колеса. Падение внутреннего КПД турбинных ступеней от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм к периферийному  $R_{20} = 53,5$  мм обусловлено возрастанием доли потерь в рабочем колесе (см. рис. 6, б) и возрастанием доли потерь с выходной скоростью (см. рис. 6, в).

При увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,3d_1$  на участке изменения высоты лопатки от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 42,5$  мм не происходит какого-либо изменения внутреннего КПД (кривая 1 и 2 на рис. 6, г). На участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 42,5$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм происходит возрастание внутреннего КПД для турбины № 2 по сравнению с турбиной № 1 от нуля при  $R_{20} = 42,5$  мм до 5,3 % при  $R_{20} = 53,5$  мм (кривая 1 и 2 на рис. 6, г).

При увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,37d_1$  на участке изменения высоты лопатки от корневого сечения  $R_{20} = 20$  мм до  $R_{20} = 48$  мм внутренний КПД турбины № 3 ниже внутреннего КПД для турбины № 1 и № 2. Однако на участке изменения высоты лопатки от  $R_{20} = 48$  мм до  $R_{20} = 53,5$  мм внутренний КПД для турбины № 3 начинает возрастать от нуля для  $R_{20} = 48$  мм до 4,2 % по сравнению с турбиной № 1. Это обстоятельство обусловлено падением «потерь с выходной скоростью» на этом участке для турбины № 3.

Таким образом увеличение ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,37d_1$  приводит к падению доли «потерь с выходной скоростью» (см. рис. 6, в), однако это не компенсирует возрастание доли потерь в рабочем колесе (см. рис. 6, б). Об этом свидетельствует внутренний КПД турбинных ступеней, определенный с использованием зависимости (9), который составил для турбины № 1  $\bar{\eta}_i = 0,72$ , для турбины № 2  $\bar{\eta}_i = 0,74$ , для турбины № 3  $\bar{\eta}_i = 0,73$ . Поэтому при проектировании турбинной ступени не стоит задаваться шириной рабочего колеса больше чем  $B = 0,3d_1$ .

### Проверка адекватности модели

Для проверки адекватности предложенной математической модели осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жид-

кости в проточной части радиально-осевой турбины выполнен цикл экспериментальных исследований серии турбокомпрессоров типа ТКР-14. Для этой цели создан стенд для продувки турбин турбокомпрессоров типа ТКР-14. Стенд включает в себя: две воздуходувки ТВ-42 (производительность 60 м<sup>3</sup>/мин, мощность 55 кВт), соединенные последовательно для получения необходимого напора перед турбиной; систему смазки подшипников вала ротора; трубопроводы с регулировочными задвижками, позволяющими устанавливать необходимый режим работы турбокомпрессора; измерительные приборы для измерения давления, температуры и частоты вращения ротора турбокомпрессора.

Параметры потока за ступенью турбины замерялись следующим образом. Непосредственно за рабочим колесом на расстоянии приблизительно шага между рабочими лопатками (в сечении  $l_0$  на рис. 3) был установлен тарированный пятиточечный шаровой зонд с координатным устройством. Он позволял измерять параметры потока в трех измерениях. Зонд представляет собой шарик диаметром 5 мм с пятью отверстиями диаметром 0,8 мм. Одно отверстие – центральное, четыре других расположенных попарно в вертикальной и горизонтальной плоскостях под углом 45° к центральной оси. На координатном устройстве был

предусмотрен нониус, поэтому, кроме замера полного давления  $p_2^*$  за рабочим колесом, измерялся угол выхода потока в абсолютном движении  $\alpha_2$ . В диапазоне изменения чисел Маха  $M = 0,2 \div 1$ , точность измерения углов выхода потока составляет  $\pm 1 \div 2^\circ$ . Скорость потока определяется с погрешностью  $\pm 3\%$ .

При траверсировании поля на выходе из штатной турбины № 1 была обнаружена зона отрыва потока. Начало зоны отрыва по радиусу располагается примерно в том месте, где начинается втулка рабочего колеса. Зона отрыва определялась следующим образом: на ее границе полное давление, измеряемое шаровым зондом, сравнивалось с измеряемым статическим давлением, а угол выхода потока был близок к  $0^\circ$  или  $180^\circ$ . По изложенной методике нельзя точно измерить расположение зоны отрыва потока. Особую трудность при этом составляло определение угла потока, поскольку вблизи зоны отрыва поворот зонда по углу в пределах  $\pm 10^\circ$  не приводил к заметному изменению показаний зонда, по которым он устанавливался под заданный угол потока. Поэтому окончательные выводы о появлении зоны отрыва делались при сравнении полных и статических давлений. Вблизи зоны отрыва, когда производились отмеченные выше повороты зонда в пределах  $\pm 10^\circ$ , измеряемые полное и статическое давления практически не изменялись.

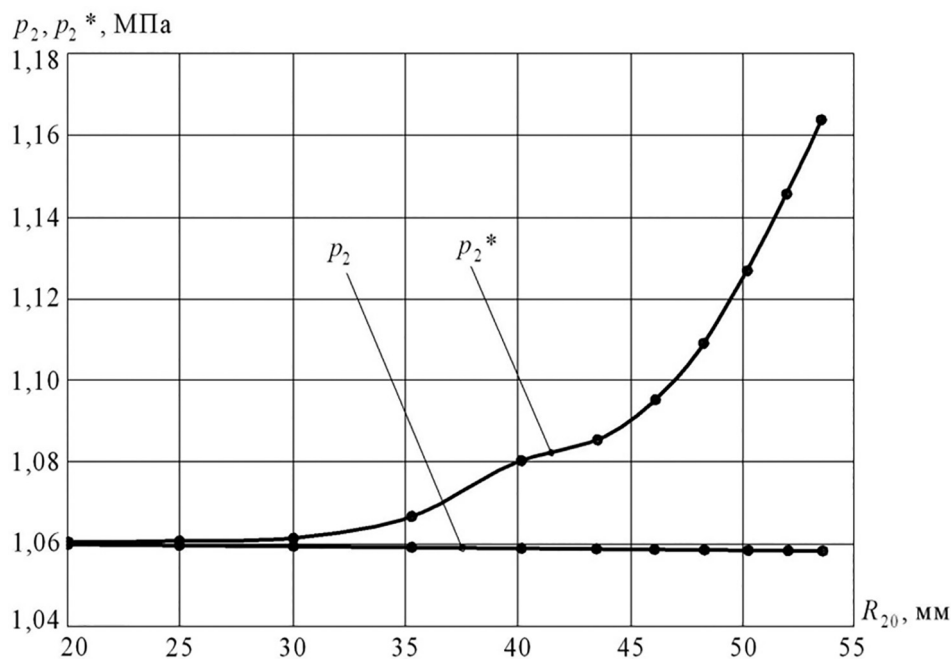


Рис. 7. Распределение полных и статических давлений на выходе из рабочего колеса турбины № 1 для режима № 2 ( $p_0^*/p_2 = 1,285$ ,  $n_{тк} = 35000$  мин<sup>-1</sup>)

Распределение полных и статических давлений в зависимости от радиуса выходного сечения рабочего колеса в турбине № 1 для режима № 2 ( $p_0^*/p_2 = 1,285$ ,  $n_{\text{тк}} = 35000 \text{ мин}^{-1}$ ) представлены на рис. 7. Из рис. 7 видно, что у втулочного сечения возникает отрывное течение. Граница зоны отрыва определялась по равенству полных и статических давлений.

Таким образом, сравнивая результаты расчета осесимметричного течения в турбине № 1 на режиме № 2 (см. рис. 3, а) с результатами эксперимента (см. рис. 7) приходим к выводу, что наше предположение, основанное на результатах расчета о том, что в турбине № 1 при работе на режиме № 2 возникает отрывное течение, нашло экспериментальное подтверждение.

При моделировании течения система интегральных уравнений (5) и (6) решается методом последовательных приближений. Расчет продолжается до тех пор, пока меридиональные проекции относительной скорости  $w_s^{(\mu)} \approx w_s^{(\mu+1)}$  не совпадут с заданной точностью во всех узлах ( $\mu$  – номер приближения). Необходимая точность расчетов определяется выполнением условия: максимум абсолютной величины меньше заданной точности

$$\max \left| \frac{w_s^\mu - w_s^{\mu+1}}{w_s^\mu} \right| 100 \% < 2 \%.$$

### Выводы

Результаты расчетных и экспериментальных данных свидетельствуют о следующем:

1. С уменьшением степени понижения давления газа в ступени  $\pi_t$  может возникнуть отрывная зона. Так, например, для турбины № 1 при переходе с расчетного режима № 1 ( $\pi_t = 1,485$ ) на расчетный режим № 2 ( $\pi_t = 1,285$ ) предположительно возникает отрывная зона. Граница отрывной зоны определена при условии  $w_s = 0$ .

2. Сравнение результатов расчета осесимметричного течения с результатами эксперимента доказывает, что в турбине № 1 при работе на режиме № 2 ( $\pi_t = 1,285$ ) возникает отрывное течение.

3. Для штатной турбины № 1 отрывная зона возникает при степени понижения давления газа в ступени  $\pi_t = 1,285$ , а для опытных турбин № 2 и № 3 отрывная зона возникает при степени понижения давления газа в ступени  $\pi_t = 1,238$ . Таким образом, за счет увеличенной ширины рабочего колеса в опытных турбинах удалось сдвинуть отрывную зону в сторону мень-

ших степеней понижения давления газа в ступени. Однако при увеличении ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,3d_1$  отрывная зона распространяется на сечение  $l_7$ , а при увеличении ширины рабочего колеса с  $0,3d_1$  до  $0,37d_1$  возникает более обширная отрывная зона, распространяющаяся на сечения  $l_6$  и  $l_7$  (см. рис. 3, 4 и 5).

4. Увеличение ширины рабочего колеса с  $0,23d_1$  до  $0,37d_1$  приводит к падению доли «потерь с выходной скоростью» (см. рис. 6, в), однако это не компенсирует возрастание доли потерь в рабочем колесе (см. рис. 6, б). Об этом свидетельствует внутренний КПД турбинных ступеней, определенный с использованием зависимости (9), который составил для турбины № 1  $\bar{\eta}_i = 0,72$ , для турбины № 2  $\bar{\eta}_i = 0,74$ , для турбины № 3  $\bar{\eta}_i = 0,73$ . Поэтому при проектировании турбинной ступени рекомендуем задаваться шириной рабочего колеса  $B = 0,3d_1$ .

### Закключение

Применение модели осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости позволяет:

- произвести расчет структуры потока внутри межлопаточного канала вращающегося рабочего колеса, что не позволяет сделать эксперимент и тем более модель для расчета турбины по среднему радиусу;

- определить место расположения отрыва потока в проточной части рабочего колеса турбины, что позволяет установить параметры рабочего колеса, обеспечивающие необходимый расход газа через систему газотурбинного наддува дизеля;

- по плавности изменения относительной скорости вдоль линий меридионального контура можно зафиксировать наличие диффузорных участков и внести соответствующие коррективы в принятые геометрические параметры проточной части турбины.

На основании вышесказанного можно рекомендовать модель осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости к применению инженерам и исследователям в области двигателестроения для оценки геометрических параметров проточной части турбины.

### Список литературы

1. Пассар А.В., Лашко В.А. Аналитический обзор методов расчета турбины на среднем радиусе // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2013. № 9. С. 2–12.

2. Митрохин В.Т. Выбор параметров и расчет центростремительной турбины на стационарных и переходных режимах. М.: Машиностроение, 1974. – 228 с.
3. Шабаров А.Б., Тарасов В.В. К вопросу профилирования рабочего колеса центростремительной турбины // Известия вузов. Машиностроение. 1982. № 1. С. 101–105.
4. Шабаров А.Б., Тарасов В.В. Оптимальное проектирование проточной части радиально-осевой турбины // Известия вузов. Машиностроение. 1988. № 11. С. 67–71.
5. Розенберг Г.Ш. Центростремительные турбины судовых установок. Л.: Судостроение, 1973. – 216 с.
6. Шерстюк А.Н. Радиально-осевые турбины малой мощности. М.: Машиностроение, 1976. – 208 с.
7. Федорова Н.Н., Вальгер С.А., Данилов М.Н. Основы работы в Ansys 17. М.: ДМК Пресс, 2017. – 210 с.
8. Басов К.А. ANSYS. Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2014. – 640 с.
9. Епифанов А.А. Численное моделирование трехмерного течения в решетках и ступенях малорасходных турбин ЛПИ: автореф. дис. канд. техн. наук. СПб., 2012. – 14 с.
10. Пассар А.В. Влияние формы меридионального контура рабочего колеса на параметры потока газа в радиально-осевой турбине газотурбинной установки // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2017. Т. 328 № 9. С. 33–48.
11. Сироткин Я.А. Расчет осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости в радиальных турбомашинах // Известия академии наук СССР, Отделение технических наук, Механика и машиностроение. 1963. № 3. С. 16–28.
12. Пассар А.В., Лашко В.А. Аналитический обзор пространственных методов расчета турбины // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2013. № S9. С. 13–24.
13. Пассар А.В. Исследование влияния степени радиальности на структуру потока в радиально-осевой турбине турбокомпрессора ТКР-18 // Машиностроение и инженерное образование, 2016. Т. 1. № 1 (46). С. 50–59.
14. Лашко В.А., Пассар А.В. Модель Я.А. Сироткина как инструмент для анализа геометрических параметров радиально-осевой турбины комбинированного двигателя // Известия ВУЗов. Машиностроение. 2008. № 2. С. 43–62.
15. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. М.: Энергия, 1974. – 592 с.
16. Лашко В.А., Пассар А.В. Расчет потерь кинетической энергии в проточной части турбины как одна из проблем реализации комплексного подхода // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2011. № 1 (20). С. 79–90.

Материал поступил в редакцию 18.10.2017

**ПАССАР  
Андрей Владимирович**

E-mail: [passar\\_av@mail.ru](mailto:passar_av@mail.ru)  
Тел.: (909) 874-16-23

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории «Численные методы математической физики» Вычислительного центра Дальневосточного отделения РАН (г. Хабаровск). Сфера научных интересов: проектирование проточных частей радиально-осевой турбины, работающей в условиях нестационарного потока. Автор одной монографии, одного учебного пособия, 38 научных статей, одного изобретения.